

Wolfgang Werner

Entwicklung eines hochpräzisen DGPS-DGLONASS Navigationssystems unter besonderer Berücksichtigung von Pseudolites

DISTRIBUTION STATEMENT A
Approved for Public Release
Distribution Unlimited

SCHRIFTENREIHE

STUDIENGANG VERMESSUNGSWESEN
UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN



20021129006

AQ F03-02-0383

REPORT DOCUMENTATION PAGE

Form Approved OMB No. 0704-0188

Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing the collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503.

1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)		2. REPORT DATE 1999	3. REPORT TYPE AND DATES COVERED Series Publication	
4. TITLE AND SUBTITLE Entwicklung eines hochpraezisen DGPS-DGLONASS Navigationssystems unter besonder Beruecksichtigung von Pseudolites (Development of a highly precise DGPS-DGLONASS Navigation System with Particular Regard to Pseudolites)			5. FUNDING NUMBERS	
6. AUTHOR(S) Wolfgang Werner				
7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES) Fakultaet fuer Bauingenieur- und Vermessungswesen Universitaet der Bundeswehr Muechen			Heft 64/1999	
9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES)			10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER ISSN 0173-1009	
11. SUPPLEMENTARY NOTES Text in German. Title and abstract in German and English, 227 pages, 117 references, mathematical nomenclature table, ISSN 0173-1009, Heft 64/1999.				
12a. DISTRIBUTION/AVAILABILITY STATEMENT Distribution A: Public Release.			12b. DISTRIBUTION CODE	
ABSTRACT (Maximum 200 words) The dissertation concerns the concepts of GPS (Global Positioning System), a term originally used by the United States Department of Defense, and GLONASS (Global Navigation Satellite System). The NAVSTAR GPS, or Navigation System Using Time and Ranging, and how it is built and functions, is the subject of the first chapter following the introduction. The parameters, methods of observation, and sources of possible error are then outlines. The focus then shifts to GLONASS and, more importantly, to comparing GPS and GLONASS. The next section concerns pseudolites, which subsequently are integrated into working models involving a pulse scheme. The results and an overview of other potential methods comprise the final chapter.				
14. SUBJECT TERMS German, Global Positioning System (GPS), National System Using Time and Ranging (NAVSTAR), Global Navigation Satellite System (GLONASS), Pseudolites, Pulse Scheme			15. NUMBER OF PAGES	
			16. PRICE CODE	
17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT UNCLASSIFIED	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE UNCLASSIFIED	19. SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT UNCLASSIFIED	20. LIMITATION OF ABSTRACT UL	

Entwicklung eines hochpräzisen DGPS-DGLONASS Navigationssystems unter besonderer Berücksichtigung von Pseudolites

eingereicht von

Wolfgang Werner

Vollständiger Abdruck der an die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) eingereichten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. W. Welsch

1. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. W. Hein

2. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Beutler

3. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Schänzer

Die Dissertation wurde am 16. Oktober 1998 bei der Universität der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-85577 Neubiberg eingereicht.

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Oktober 1999

Inhalt

1	Einführung	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Anforderungen an ein hochpräzises Navigationssystem	2
1.3	Zielstellung	3
2	NAVSTAR GPS	5
2.1	Aufbau des GPS	5
2.1.1	Raumsegment	5
2.1.2	Kontrollsegment	6
2.1.3	Nutzersegment	7
2.2	Funktionsweise des GPS	7
2.3	Signalstruktur	7
2.3.1	C/A-Code-Erzeugung	8
2.3.2	P-Code-Erzeugung	9
2.4	Aufbau eines GPS-Empfängers	10
3	Meßgrößen, Beobachtungsgleichungen, Fehlereinflüsse	12
3.1	Beobachtbare Meßgrößen	12
3.1.1	Codemessung	12
3.1.2	Trägerphasenmessung	13
3.1.3	Dopplermessung	14
3.2	Störeinflüsse	15
3.2.1	Ionosphärische Refraktion	15
3.2.2	Troposphärische Refraktion	17
3.2.3	Uhrfehler	19
3.2.4	Selective Availability	21
3.2.5	Mehrwegeinflüsse	22
3.2.6	Relativistische Effekte	29
3.2.7	Antennenphasenzentrum	31
3.2.8	Empfängerrauschen	32
3.3	Modellbildung zur Positionierung	33
3.3.1	Diskretes Kalman-Filter	33
3.3.2	Positionierung mit einfachen Differenzen	34
3.3.3	Positionierung mit doppelten Differenzen	37
3.3.4	Geschwindigkeitsbestimmung aus Trägerphasen-Dreifachdifferenzen	40
3.3.5	Codeglättung mit Trägerphasen	42
4	Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten	44
4.1	Statische Mehrdeutigkeitsbestimmung	45
4.1.1	Geometrische Methode zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten	45
4.1.2	Berechnung der Mehrdeutigkeiten aus bekannten Positionen	46
4.1.3	Bestimmung der Mehrdeutigkeiten durch Antennentausch	47
4.1.4	Suche im Positionsraum - die „Ambiguity-Function-Method“	48
4.2	Schnelle kinematische Mehrdeutigkeitsbestimmung	49
4.2.1	Problem der Mehrdeutigkeitsuche im Beobachtungsraum (Phasenraum)	49
4.2.2	Euler / Landau Suche	53
4.2.3	Teunissen's Lambda Transformation	54
4.2.4	Ober's Basisreduktion	56
4.2.5	Best-First vs. Depth-First Baumsuche	57

4.2.6	Andere Verfahren	59
4.3	Validierung der Mehrdeutigkeitskombination.....	62
4.3.1	Quotiententest (F-Ratio-Test) der Nebenbedingungsresiduen	63
4.3.2	Quotiententest der Gesamtresiduen	65
4.3.3	Diskriminierung basierend auf der Maximum-Likelihood-Funktion.....	66
4.4	Zukunft der Trägerphasenfixierung	69
4.4.1	Die TCAR-Methode (drei Trägerfrequenzen)	69
4.4.2	Monte-Carlo-Simulation	73
4.4.3	Verbesserungen der TCAR-Methode.....	77
5	GLONASS.....	78
5.1	Allgemeines zu GLONASS	78
5.1.1	Vergleich der Referenzrahmen und Orbitalebenen von GPS und GLONASS	78
5.1.2	Signalzugriffsverfahren.....	80
5.1.3	GLONASS C/A-Code-Generierung	81
5.1.4	GLONASS P-Code-Generierung.....	82
5.2	Integration von GLONASS in die Navigationslösung	83
5.2.1	Beobachtungsgleichungen und Differenzbildung für GLONASS	83
5.2.2	Trägerphasenfixierung bei doppelten Differenzen mit GLONASS	84
5.2.3	Trägerphasenfixierung bei doppelten Differenzen zwischen GPS und GLONASS	85
5.2.4	Kalman-Filter für gemeinsame GPS/GLONASS-Auswertung.....	88
6	Pseudolites.....	90
6.1	Allgemeines zur Pseudolite-Problematik	90
6.1.1	Signalinterferenz und Signalzugriffsverfahren	90
6.1.2	Signaldynamik („Near-Far“-Problem)	92
6.1.3	Mehrwegeeffekte.....	95
6.1.4	Zeitsynchronisation.....	100
6.1.5	Troposphärische Effekte	101
6.1.6	Orbitfehler.....	102
6.2	Integration von Pseudolites in das Positionierungsmodell	103
6.2.1	Beobachtungsgleichungen und Differenzbildung für Pseudolites	103
6.2.2	Nichtlinearitäten der Beobachtungsgleichungen.....	104
6.2.3	Behandlung troposphärischer Effekte	106
6.2.4	Generierung und Anwendung von Korrekturdaten.....	114
6.3	Untersuchungen zum Pulsschema	117
6.3.1	Definition des Pulsschemas	117
6.3.2	Auswirkung des Pulsschemas auf den Korrelationsprozeß.....	120
6.3.3	Auswirkungen der Nichtsymmetrie einer gewichteten AKF auf die Signalverarbeitung im offenen Regelkreis	126
6.3.4	Auswirkungen der Nichtsymmetrie einer gewichteten AKF auf die Signalverarbeitung im geschlossenen Regelkreis.....	135
6.3.5	Auswirkungen der Nichtsymmetrie einer gewichteten AKF auf die Signalverarbeitung im phasengestützten DLL	138
6.3.6	Zusammenfassung (Varianz der Codemessung durch Pulsen)	139
7	Ausgewählte Tests und Ergebnisse.....	143
7.1	Verifikation des hochpräzisen Navigationssystems.....	143
7.1.1	Statischer Test, statische und kinematische Auswertung.....	143
7.1.2	Statische Tests, Reproduzierbarkeit der Lösung	144
7.1.3	Kinematische Tests, Verifikation durch Verwendung zweier Referenzstationen.....	147
7.1.4	Echtzeitfähigkeit des Systems.....	148
7.2	Testergebnisse zur GLONASS-Integration	149
7.2.1	Statischer Test.....	150
7.2.2	Kinematischer Test	150
7.3	Testergebnisse zu Pseudolite-Tests	154

7.3.1	Statische Tests	154
7.3.2	Kinematische Tests	156
7.4	Vergleich unterschiedlicher Auswertemethoden.....	160
7.4.1	Auswertung mit einfachen Differenzen	161
7.4.2	Auswertungen mit doppelten Differenzen	163
7.5	Verschiedene Tests zur Mehrdeutigkeitsbestimmung	166
7.5.1	Vergleich der beiden Baumsuchverfahren für die Mehrdeutigkeitssuche	166
7.5.2	Vergleich einiger „Time-To-Fix“-Zeiten im kinematischen Fall.....	171
8	<i>Sichtbarkeitsanalyse für den Flughafen München.....</i>	176
8.1	Navigation allein mittels GPS	177
8.2	Navigation mittels GPS und GLONASS	180
8.3	Navigation bei Verwendung von Pseudolites.....	181
9	<i>Zusammenfassung.....</i>	184
A	<i>Hardwarekomponenten des Navigationssystems.....</i>	187
A.1	Hardwarekomponenten der Referenzstation	187
A.2	Hardwarekomponenten des Nutzers	188
B	<i>Softwarekomponenten des Navigationssystems.....</i>	189
B.1	Modularer Softwareaufbau	189
B.2	Nassi-Shneiderman-Diagramme.....	191
C	<i>Bemerkungen zu den PL-Flugversuchen.....</i>	203
C.1	Prototyp-Pseudolite der Fa. Stanford Telecom	203
C.2	Testflugzeug D-IBUF	206
D	<i>Mathematische Nomenklatur.....</i>	207
E	<i>Referenzen.....</i>	214
Dank	223

1 Einführung

1.1 Einleitung

Das vom amerikanischen Verteidigungsministerium („Department of Defense“, DoD) entwickelte NAVSTAR GPS („Navigation System using Time And Ranging Global Positioning System“) ermöglicht eine hochgenaue Ortsbestimmung im Zentimeterbereich. Diese Genauigkeit setzt allerdings die Anwendung differentieller Auswerteverfahren sowie die Nutzung der Trägerphaseninformation voraus.

Das Hauptaugenmerk bei dem in dieser Arbeit entwickelten hochpräzisen Navigationssystem lag daher in der Verwendung der GPS-Trägerphasenmessungen, deren Genauigkeiten bei etwa 1 % der GPS-Wellenlängen und damit bei etwa 1.90 mm und 2.44 mm liegen. Das Problem einer Positionierung mit Hilfe der Trägerphasen liegt an der Mehrdeutigkeit der Phasenmessungen. Der Phasenbruchteil kann zwar hochgenau bestimmt werden, aber ohne eine Information über die Gesamtentfernung, die sich aus dem integrierten Doppler und einer zufälligen Anfangsphase ergibt, kann die genaue Phaseninformation nicht voll zur Entfernungsbestimmung ausgenutzt werden. Einer der Kernpunkte dieser Arbeit ist also die Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten in der Bewegung und in Echtzeit.

Seit einigen Jahren werden unterschiedliche Ansätze für die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten verfolgt. Erste Ansätze führten die Suche der Mehrdeutigkeiten im dreidimensionalen Positionsraum durch (*Counselman und Gourevitch, 1981*). Dieser Ansatz ist prinzipiell auch in kinematischen Fällen möglich, doch die langen notwendigen Rechenzeiten machen eine echtzeitfähige Bestimmung der Mehrdeutigkeiten unmöglich. Neuere Ansätze führen die Suche im höherdimensionalen Raum der Mehrdeutigkeiten durch (*Teunissen, 1994; Chen, 1994; Abidin, 1993; Ober, 1993; Euler und Landau, 1992; Frei und Beutler, 1990*). Dort erweist sich das Problem als eine diophantische Minimierung einer L^2 -Norm, welche nicht geschlossen lösbar ist. Daher müssen Suchalgorithmen entworfen werden, die einzelne Lösungskandidaten untersuchen, und auf effizienteste Art und Weise die optimale Lösung in kurzer Zeit finden.

Unmittelbar an das Auffinden der in mathematischen Sinne optimalen Lösungskombination schließt sich das Problem der Validierung der gefundenen Lösung an. Dieses ist ein weiterer kritischer Punkt in der Entwicklung des Navigationssystems. Falsch fixierte Mehrdeutigkeiten haben einen langsam driftenden Positionsfehler zur Folge, und sind in kinematischen Fällen nur schwierig zu erkennen.

Des weiteren beschäftigt sich diese Arbeit mit der Integration von „Pseudolites“ (PLs) in ein bestehendes Navigationssystem. GPS wurde ursprünglich als rein militärisches System konzipiert und ist so auf militärische Anforderungen, im wesentlichen auf die Genauigkeit der Positions- und Zeitberechnung, ausgelegt. Erste Pseudolites wurden bereits für Bodentests während der Entwicklung des GPS verwendet um die Funktionalität und Störsicherheit zu untersuchen. Mit dem Erstausbau („Initial Operational Capability“, IOC) des Systems am 8. Dez. 1993 (*US Coast Guard, 1997b*) jedoch kamen immer mehr Anforderungen von ziviler Seite. Die Schwachstellen von GPS betreffen Verfügbarkeit, Kontinuität und besonders Integrität. Schon während der Entwicklung des Satellitensystems dachte man daher an eine bodenseitige Ergänzung durch Pseudolites. Pseudolites sind am Boden stehende Sender, die konfiguriert werden

können, um GPS-ähnliche Ranging-Signale abzustrahlen. Mit ihrer Hilfe kann die Integrität, die Verfügbarkeit, die Kontinuität und die Genauigkeit erhöht werden. Allerdings haben Fehlereinflüsse bei Pseudolites ein völlig anderes Verhalten als bei Satelliten. Durch die Nähe des Nutzers zum Pseudolite (etwa 100 m bis zu einigen 10 km im Vergleich zu mehr als 20000 km bei GPS-Satelliten) ergeben sich drastisch andere geometrische Verhältnisse und Ausbreitungsbedingungen für die Signale.

1.2 Anforderungen an ein hochpräzises Navigationssystem

Die Anforderungen an ein ziviles Navigationssystem lassen sich durch vier Leistungsmerkmale (RNP-Parameter, „Radio Navigation Performance“-Parameter) darstellen. Diese vier Parameter betreffen die Genauigkeit, Integrität, Verfügbarkeit sowie Kontinuität des Systems (*RTCA DO-217, 1993*).

Die vier Parameter müssen je nach Flugphase bzw. Landeanflug-Kategorie (CAT-I bis CAT-III) unterschiedliche Grenzen einhalten. Zur Übersicht sind hier die Definitionen der vier Leistungsparameter zusammengestellt:

- **Genauigkeit:**
Die Abweichung der gemessenen und berechneten Position darf von der wahren Position des Flugzeugs nur zu einer kleinen Wahrscheinlichkeit um mehr als einen festen Wert abweichen.
- **Integrität:**
Das System muß dem Nutzer innerhalb einer bestimmten Zeitspanne (TTA, „Time To Alarm“) mitteilen, wenn es nicht zur Navigation verwendet werden darf, weil Systemfehler vorliegen.
- **Verfügbarkeit:**
Das System muß mit hoher Wahrscheinlichkeit verfügbar sein. Das Verfügbarkeitsrisiko (Ausfallwahrscheinlichkeit) darf eine gewisse Grenze nicht überschreiten.
- **Kontinuität:**
Die Wahrscheinlichkeit, daß das System für einen bestimmten Zeitraum genutzt werden kann, sofern es anfangs verfügbar war (i.a. die Dauer bis zum Abschluß eines begonnenen Landeanflugs), darf einen gewissen Wert nicht unterschreiten.

Da GPS als rein militärisches Positionierungssystem konzipiert wurde, lag beim Entwurf des Systems die Genauigkeit und Störsicherheit im Vordergrund. Die für den Nutzer sicherheitsrelevanten Parameter wie Integrität und Kontinuität wurden daher nur am Rande betrachtet. In der zivilen Luftfahrt wurden seit einigen Jahren Anstrengungen unternommen, diese Mängel durch Integration weiterer Sensoren, wie GLONASS (Global Navigation Satellite System), Pseudolites oder INS-Geräte („Inertial Navigation System“), zu beheben.

Während bei den Amerikanern Projekte wie WAAS („Wide Area Augmentation System“, *RTCA DO-229, 1996*) und LAAS („Local Area Augmentation System“) hochaktuell sind, versuchen auch die Europäer die zivilen Leistungsparameter, insbesondere die hohe Integrität zu erreichen (*Beale und Campagne, 1996*). Zunächst sollen mittelfristig mit EGNOS („European Geostation-

ary Navigation Overlay System“, *Loddo et al., 1996; Eissfeller et al., 1998*), einer Kombination aus GPS und GLONASS mit zusätzlichen Korrektur- und Integritätsinformationen über geostationäre INMARSAT-Satelliten, die Anforderungen bis hin zu CAT-I Präzisionslandungen erfüllt werden. Mittel- bis langfristig ist dann der Aufbau eines neuen globalen Satellitensystems der zweiten Generation (GNSS2, „Global Navigation Satellite System 2“) geplant. Dieses könnte aus mehreren, z.B. zwölf (*Wlaka, 1997*), geosynchronen Satelliten (IGSO, „inclined geosynchronous orbit“) bestehen, die zunächst nur eine längenabhängige regionale Überdeckung liefern, die aber graduell ausgebaut werden kann (*Texier und Frayssinhes, 1996; Pieplu et al., 1996*). Auch dieses System soll durch Integritätskanäle über drei (*Wlaka, 1997*) geostationäre INMARSAT-Satelliten gestützt werden.

Bei diesen Anstrengungen zeigt sich, daß die reinen Genauigkeitsanforderungen nur ein sekundäres Problem darstellen. Zur Erreichung der Integritäts- und Verfügbarkeitsparameter jedoch ist eine weit höhere Meßgenauigkeit auf den Signalen und/oder eine hohe Redundanz durch Mehrfachmessungen an viele Bodenstationen notwendig. Diese Notwendigkeit resultiert im wesentlichen aus der Forderung nach einer hoch signifikanten Trennbarkeit zweier identisch geformten Verteilungen mit unterschiedlichen Mittelwerten (*Eissfeller et al., 1998*).

1.3 Zielstellung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist nicht die Entwicklung eines operationellen, zivilen Navigationssystems, welches den oben genannten Anforderungen genügen muß. Vielmehr soll ein satellitenbasiertes Navigationssystem erstellt werden, welches durch Auswertung der Trägerphasenmessungen die hohe erreichbare Genauigkeit im Zentimeterbereich demonstriert. Möglichkeiten und Grenzen eines solchen Systems sollen dabei aufgezeigt werden.

Weiterhin soll untersucht werden, inwieweit eine zusätzliche Einbindung des russischen GPS-Pendants GLONASS oder von Pseudolites erfolgreich sein kann. Die Problematik in bezug auf GLONASS ist von zweierlei Natur und wird ausführlich in Kap. 5 behandelt. Erstens ist die Signalstruktur anders aufgebaut als bei GPS, und zweitens wird ein anderes Referenzsystem verwendet.

Da die Senderkennung nicht wie bei GPS über CDMA („Code Division Multiple Access“) erfolgt, sondern über FDMA („Frequency Division Multiple Access“), ergeben sich in der hochgenauen Navigationsrechnung Abhängigkeiten bezüglich der Senderfrequenz. Den unterschiedlichen Frequenzen entsprechen unterschiedliche Wellenlängen, so daß eine Auflösung der Mehrdeutigkeiten (s. Kap. 4) nicht so einfach möglich ist wie bei GPS.

Ein weiteres Hindernis bei der Integration von GLONASS stellt der unterschiedliche Referenzrahmen der Systeme GPS und GLONASS dar. Während GPS auf dem WGS-84 („World Geodetic System 1984“) basiert, beruht GLONASS auf dem SGS-85 („Soviet Geodetic System 1985“), dem Vorläufer des jetzigen PE-90 („Parameters of the Earth 1990“, russisch: PZ-90). Bei einer Integration beider Systeme muß entsprechend eine Transformation in ein gemeinsames Referenzsystem gerechnet werden.

Die Idee, ein satellitenbasiertes Navigationssystem durch zusätzliche Bodeninfrastruktur zu stützen, ist ebenso alt wie GPS selbst. Zur Verbesserung der RNP-Parameter sind Pseudolites (Pseudo-Satelliten) seit einigen Jahren in der Diskussion. Die mit Pseudolites verbundene Problematik wird in Kap. 6 genauer untersucht.

Der Idealvorstellung eines „Satelliten am Boden“ stehen etliche physikalische Detailprobleme entgegen, die bei echten Satelliten nicht - oder nicht so stark – auftreten oder durch Differenzbildung nahezu vollständig eliminiert werden. Darunter befinden sich Effekte wie die hohe Signaldynamik („Near-Far-Problem“), Signalinterferenzen, verstärkter Mehrweg, Orbitfehler, troposphärische Laufzeitverzögerung und Zeitsynchronisation. Nach einer Erläuterung der PL-spezifischen Fehlereinflüsse, wird der Einfluß von gepulsten Signalen (TDMA) auf den GPS/PL-Empfänger untersucht.

2 NAVSTAR GPS

Das NAVSTAR GPS („Navigation System Using Time And Ranging Global Positioning System“) wurde seit 1973 vom amerikanischen Verteidigungsministerium („Department of Defense“, DoD) entwickelt (*Parkinson, 1994*). Als rein militärisches System lag bei der Konzeption die Genauigkeit und Störsicherheit im Vordergrund. Obwohl die Implementierung des Systems bis hin zur ersten operationellen Arbeitsphase („Initial Operational Capability“, IOC) 1993 etwa 20 Jahre in Anspruch nahm (*US Coast Guard, 1997b*), ist heute klar, daß eine neue Technologie der Navigation entwickelt wurde. Am 17. Juli 1995 wurde schließlich von der US Air Force mit 24 Satelliten im Orbit der Vollausbau des Systems („Full Operational Capability“, FOC) erklärt (*US Coast Guard, 1997a*).

In diesem Kapitel werden einige Grundlagen des Systems wie Aufbau, Funktionsweise und Signalstruktur kurz erläutert. Der gegebene Überblick dient primär dem Vergleich zu dem russischen Pendant GLONASS (Kap. 5). Die Generierung der unterschiedlichen Codes dient vornehmlich zum Vergleich mit der Codegenerierung bei Pseudolites (Kap. 6).

2.1 Aufbau des GPS

Das Gesamtsystem GPS kann in drei Teilsysteme mit unterschiedlichen Aufgabenbereichen unterteilt werden. Diese drei Teilsysteme sind:

- Raumsegment,
- Kontrollsegment, und
- Nutzersegment

Im folgenden wird kurz auf ihre jeweiligen Aufgaben eingegangen.

2.1.1 Raumsegment

Das Raumsegment besteht aus 24 operationellen Satelliten, von denen 3 Ersatzsatelliten sind. Die Satelliten befinden sich auf nahezu kreisförmigen Bahnen in einer Höhe von etwa 20183 km bei einer Inklination von 55° in sechs Orbitalebenen, die jeweils um 60° Länge gegeneinander verschoben sind. Untersuchungen aus dem NAVSTAR GPS Joint Program Office (JPO) ergaben, daß die geplante Konstellation weltweit die hinsichtlich der Satellitensichtbarkeit beste Überdeckung liefert (*Spilker und Parkinson, 1994*).

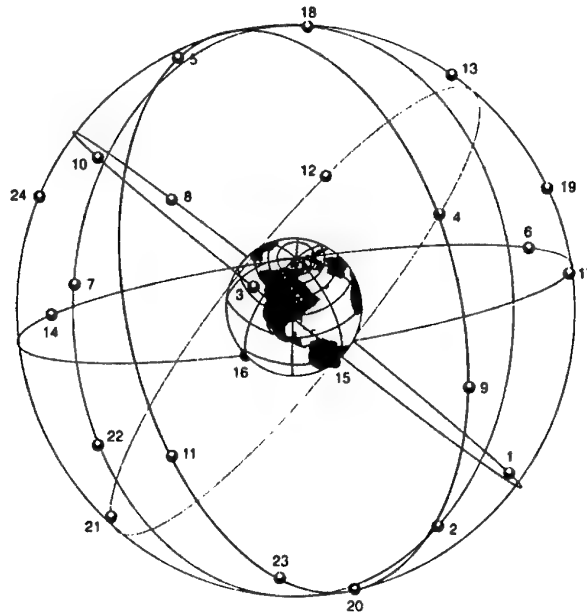


Bild 2.1.1-1: GPS-Raumsegment mit 24 Satelliten (aus Windl, 1996)

Mit den ersten Block IIa Satelliten wurden die Systemsicherungsmaßnahmen S/A („Selective Availability“) und A-S („Anti-Spoofing“) implementiert. Mittels der ersten Maßnahme kann die hohe Positionierungsgenauigkeit für nicht autorisierte Nutzer degradiert werden, während A-S durch einen Verschlüsselungscode (W-Code) vor dem Empfang vorgetäuschter Signale schützt.

Die seit August 1996 zum Einsatz kommenden Block IIR (R steht für „replenishment“) Satelliten verfügen über eine Inter-Satelliten-Kommunikation, so daß eine Orbitbestimmung ohne Bodenunterstützung möglich ist.

2.1.2 Kontrollsegment

Das Kontrollsegment besteht aus vier Uplink-Stationen, fünf Monitorstationen, sowie dem Kontrollzentrum („Operational Control Center“).

Nach Parkinson (1994) hat das GPS Kontrollsegment die folgenden Aufgaben:

- Aufrechterhaltung der korrekten Satellitenorbits durch gelegentliche Manöverkommandos
- Korrekturen und Einstellungen der Satellitenuhren und Payload
- Verfolgen der GPS-Satelliten und Generierung und Upload der Navigationsdaten für jeden der GPS-Satelliten
- Manöver bei Satellitenausfällen, um negative Auswirkungen zu minimieren

Die fünf Monitorstationen Hawaii, Colorado Springs, Ascension Island, Diego Garcia im Indischen Ozean und Kwajalein im Westpazifik sind geometrisch so verteilt, daß eine gute globale Längengrad-Überdeckung erreicht wird.

2.1.3 Nutzersegment

Das Nutzersegment kann je nach Anwendung aus nur einem GPS-Empfänger, oder aus einem komplexen integrierten System mit mehreren Referenzstationen bestehen. Auf die detaillierte Arbeitsweise eines GPS-Empfängers wird hier nicht eingegangen. Sie kann beispielsweise in *Eissfeller (1997)* oder *Van Dierendonck (1995)* nachgelesen werden. Lediglich die Grobbestandteile eines GPS-Empfängers werden kurz im Unterkapitel 2.4 dargestellt.

2.2 Funktionsweise des GPS

Das Funktionsprinzip des NAVSTAR GPS beruht auf Laufzeitmessungen der ausgesandten Satellitensignale durch den Nutzer. Durch vier simultan gemessene Laufzeiten kann der Nutzer bei bekannten Satellitenpositionen die vier Unbekannten (drei Positionskoordinaten sowie ein Uhrfehler) im zugrundegelegten Referenzsystem WGS-84 („World Geodetic System 1984“) bestimmen.

2.3 Signalstruktur

Die von den GPS-Satelliten ausgestrahlten Signale lassen sich nach *Spilker (1980)* wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} L_1(t) &= a_1 p(t) d(t) \cos(f_1 t) + a_1 c(t) d(t) \sin(f_1 t) \\ L_2(t) &= a_2 p(t) d(t) \cos(f_2 t) \end{aligned} \quad (2.3-1)$$

Dabei bedeuten:

$L_1(t), L_2(t)$	L_1 bzw. L_2 -Signal des Satelliten
a_1, a_2	Amplitude der Signale
$d(t)$	Navigationsnachricht
$c(t)$	C/A-Code auf L_1
$p(t)$	P-Code auf L_1 und L_2
f_1, f_2	L_1 - bzw. L_2 -Frequenz des Trägers
t	Zeit gemessen über den Oszillator des Satelliten

Die Navigationsnachricht $d(t)$, sowie die Goldcodes $p(t)$ und $c(t)$ sind Sequenzen bestehend aus den Werten +1 und -1. Diese werden dem rohen Trägersignal BPSK („Binary Phase Shift Keying“) aufmoduliert. Während der C/A-Code der zivilen Nutzergemeinschaft permanent zugänglich ist, kann der P-Code durch Überlagerung eines weiteren Codes (W-Code) mit geringerer Chiprate zum Y-Code verschlüsselt und so autorisierten Nutzern vorbehalten werden.

Die Sendefrequenzen der GPS-Satelliten werden wie auch alle Code-Modulationen kohärent von einer gemeinsamen Grundfrequenz f_0 von 10.23 MHz abgeleitet. Für die L_1 - und L_2 -Frequenzen gilt:

$$\begin{aligned} f_{L_1} &= 154 \cdot f_0 = 1575.42 \text{ MHz} \\ f_{L_2} &= 120 \cdot f_0 = 1227.60 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (2.3-2)$$

Für die Wellenlängen gilt daher:

$$\lambda_{L_1} = \frac{c}{f_{L_1}} = 0.19029 \text{ m}$$

$$\lambda_{L_2} = \frac{c}{f_{L_2}} = 0.24421 \text{ m}$$
(2.3-3)

2.3.1 C/A-Code-Erzeugung

Der C/A-Code („Coarse Acquisition Code“) hat eine Chiprate von 1.023 MHz, und wiederholt sich bei einer Länge von 1023 Chips jede Millisekunde. Ein gesendetes Bit hat damit die Länge von etwa 293.26 m. Die Erzeugung des C/A-Codes erfolgt über zwei rückgekoppelte 10-Bit Schieberegister (G1 und G2_i). Die Unterscheidung der Satelliten erfolgt durch eine satellitenspezifische Phasenverschiebung der G2_i-Sequenz gegenüber der G1-Sequenz (CDMA).

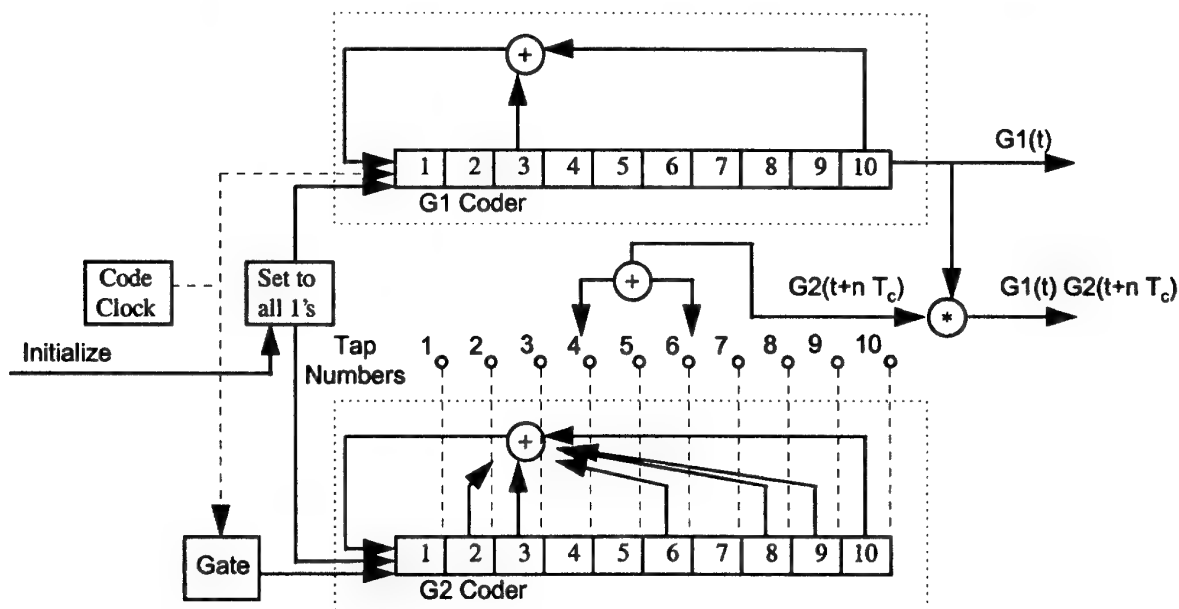


Bild 2.3.1-1: C/A-Code-Erzeugung im GPS-Satelliten

Durch die variable Abtastung zweier bestimmter „Tap“-Stellen im G2-Register und ihre XOR- (Exklusiv-Oder) Verknüpfung wird eine identische aber phasenverschobene G2-Sequenz erzeugt, die mit der G1-Sequenz überlagert wird. Mit der mechanischen Realisierung des C/A-Codes im Satelliten (dargestellt in Bild 2.3.1-1) können durch die variable Auswahl zweier „Taps“ des G2-Registers insgesamt 45 verschiedene Standard-Goldcodes erzeugt werden, von denen 37 für GPS reserviert sind. Da die Sequenzen 1023 Chips Länge haben, gibt es noch eine Vielzahl Nicht-Standard-Goldcodes, die durch andere Phasenverschiebungen erzeugt werden können.

Sollen Nicht-Standard-Codes erzeugt werden (beispielsweise beim Einsatz von Pseudolites), müssen die Generatoren modifiziert werden, um eine beliebige Phasenverschiebung der G2_i-

Sequenz gegenüber der G1-Sequenz zu erzeugen, wie es auch für INMARSAT-Empfänger getan wird. Insgesamt stehen 1025 nicht-triviale verschiedene Codes der GPS-Goldcode-Familie zur Verfügung (1023 erzeugt durch eine Phasenverschiebung von G2 gegenüber G1 plus zwei Codes, die entstehen, wenn G1 oder G2 mit dem Nullvektor initialisiert wird).

Auf die Erzeugung von Nicht-Standard-Goldcodes wird im Anhang C bei der Beschreibung des STel Pseudolites näher eingegangen.

2.3.2 P-Code-Erzeugung

Der P-Code („Precise-Code“) ist um den Faktor 10 höher getaktet. Bei einer Taktrate von 10.23 MHz ergibt sich eine Chiplänge von nur etwa 29.33 m. Die kürzere Chiplänge wirkt sich sowohl auf die Meßgenauigkeit der Codemessung wie auch auf die Mehrweganfälligkeit des Signals positiv aus.

Der C/A-Code war ursprünglich nur zur P-Code-Akquisition (daher „coarse acquisition“) militärischer Anwender gedacht. Durch die Kohärenz-Eigenschaften mit dem P-Code und des in den Nav-Daten enthaltenen HOW („Hand-Over-Word“) ist es möglich den P-Code zu akquirieren. Aktuelle Untersuchungen auf dem Gebiet der Pseudolite-Forschung stellen sich die P-Code-Akquisition ohne Hilfe des C/A-Codes zur Aufgabe (Lozow, 1997). Das Problem besteht in der hohen Chiprate und dem damit verbundenen großen Suchbereich im Doppler-Offset-Raum. Bei Kenntnis der Position auf eine Genauigkeit, die unter einer P-Code-Chiplänge (29.33 m) liegt, sollte es möglich sein, diesen direkt zu akquirieren. Auf diesem Gebiet sind aktuelle Untersuchungen im Gange.

Im Gegensatz zum C/A-Code hat der P-Code eine Länge von etwa 38.05 Wochen, wird aber zu jeder beginnenden GPS-Woche neu initialisiert. Die Erzeugung erfolgt über zwei Paare rückgekoppelter 12-Bit-Schieberegister (X1A, X1B, X2A und X2B). Die satellitenspezifische Kennung wird wiederum durch CDMA (geeignete Phasenverschiebung der X2-Sequenz gegenüber der X1-Sequenz) erzeugt.

Die charakteristischen Polynome der Register sind:

$$\begin{aligned}
 X1A: P &= 1 + X^6 + X^8 + X^{11} + X^{12} \\
 X1B: P &= 1 + X^1 + X^2 + X^5 + X^8 + X^9 + X^{10} + X^{11} + X^{12} \\
 X2A: P &= 1 + X^1 + X^3 + X^4 + X^5 + X^7 + X^8 + X^9 + X^{10} + X^{11} + X^{12} \\
 X2B: P &= 1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^8 + X^9 + X^{12}
 \end{aligned}
 \tag{2.3.2-1}$$

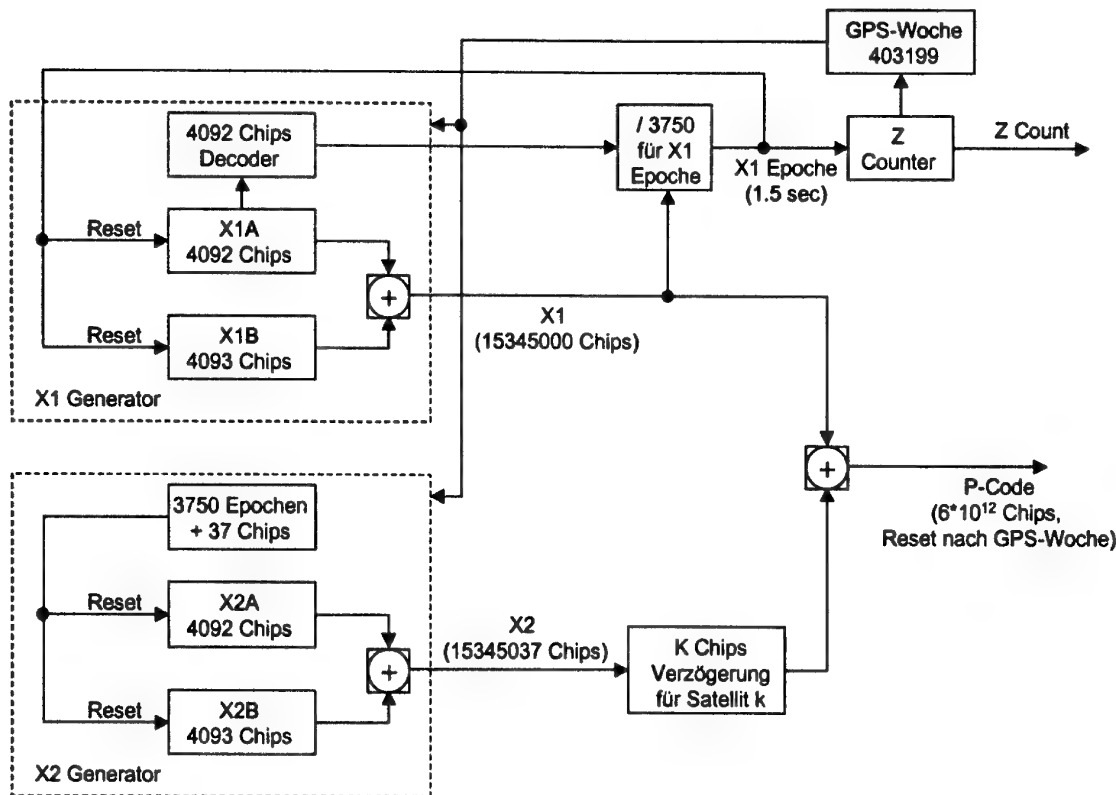


Bild 2.3.2-1: Vereinfachte Darstellung der P-Code-Generierung (aus Spilker, 1994)

Der Verschlüsselungscode (W-Code) hat eine geringere Chiprate als der P-Code oder der C/A-Code von 0.512 MHz (Eissfeller 1997). Diese Eigenschaft ermöglicht den Einsatz von Kreuzkorrelationsempfängern, die in der Lage sind, L_2 -Trägerphasendifferenzen zu messen.

2.4 Aufbau eines GPS-Empfängers

Die Aufgabe eines GPS-Empfängers besteht darin, die von den NAVSTAR-Satelliten ausgesandten Signale zu akquirieren und zu verfolgen. Eine gemeinsame Codemessung (Pseudostrecken-Messung) zu mindestens vier Satelliten ist notwendig, um eine Lösung im vierdimensionalen Raumzeit-System zu berechnen. Bei bekannter Position genügt eine einzelne Pseudostrecken-Messung um die Ablage der Empfängeruhr von der GPS-Systemzeit zu bestimmen.

Die folgenden drei Funktionsblöcke sind nach Eissfeller (1997) hierfür notwendig:

1. Hochfrequenzteil (HF-Teil)
2. Signalverarbeitungsteil
3. Datenverarbeitungsteil

HF-Teil:

Die Aufgabe des HF-Frontends ist, die Signale an einer Antenne zu empfangen und über Vorverstärker und HF-Filter der eigentlichen HF-Einheit zuzuführen. Die HF-Einheit mischt das

Signal vom L-Band auf eine geeignete Zwischenfrequenz (ZF) bei etwa 80 MHz herunter. Dieses ZF-Signal dient als Eingangsgröße für den Signalverarbeitungsteil.

Signalverarbeitungsteil:

Das ZF-Signal wird bei modernen, weitestgehend digitalisierten GPS-Empfängern so früh wie möglich einem A/D-Wandler zugeführt, an dessen Ausgang ein hochfrequenter digitaler Datenstrom vorliegt. Der Datenstrom wird auf die einzelnen Korrelationskanäle verzweigt, wo über generierte Referenzcodes Korrelationswerte sowie Nachstellgrößen für Code- und Phasenregelkreise („Delay Lock Loop“ - DLL, „Phase Lock Loop“ - PLL) erzeugt werden.

Datenverarbeitungsteil:

Im Datenverarbeitungsteil werden die Meßwerte für Code- und Trägerphasenmessung berechnet, Navigationsdaten dekodiert und die gesamte Navigationsrechnung ausgeführt. Alle relevanten Daten werden schließlich über geeignete Schnittstellen den Nutzern mitgeteilt.

Ein wesentlicher Bestandteil eines jeden GPS-Empfängers ist der Referenzoszillator. Der absolute Uhrfehler (gegenüber der GPS-Zeit) spielt keine wesentliche Rolle, da er in den Auswertemethoden geschätzt wird. Aus diesem Grund werden in praktisch allen kommerziellen GPS-Empfängern einfache Quarz-Oszillatoren verwendet.

3 Meßgrößen, Beobachtungsgleichungen, Fehlereinflüsse

Um Zentimetergenauigkeit zu erreichen, ist eine Analyse der möglichen Fehlerquellen, welche die Entfernungsmessungen zu den Satelliten beeinflussen, notwendig. In diesem Kapitel werden daher die beobachtbaren Meßgrößen sowie die Hauptfehlereinflüsse diskutiert. Es zeigt sich, daß bei differentieller Code-Positionierung Mehrwegeeffekte die größte Fehlerquelle darstellen, da sie durch Differenzbildung nicht eliminiert werden können.

3.1 Beobachtbare Meßgrößen

Prinzipiell haben GPS-Empfänger zwei Möglichkeiten, eine Entfernungsmessung zu Satelliten durchzuführen, die Codemessung und die Trägerphasenmessung. Im folgenden werden Beobachtungsgleichungen für beide Meßarten abgeleitet. Zusätzlich ist es im Empfänger möglich, den instantanen Doppler zu bestimmen. Dieser kann als (mehr oder weniger) unabhängige dritte Meßgröße gesehen werden.

3.1.1 Codemessung

Das Prinzip der Codemessung beruht im wesentlichen auf einer Messung der Signallaufzeit Δt von Abstrahlung am Satelliten bis zum Empfang im GPS-Empfänger. Da Satellit wie Empfänger ihre individuelle (nicht exakt aufeinander synchronisierte) Uhr besitzen, kann die Größe Δt nicht direkt gemessen werden. Beim Empfang des Signals registriert der Nutzer eine auf seiner Uhr gemessene Zeit t_r . Der Abstrahlzeitpunkt t^i des Signals kann aus den Daten entnommen werden, und bezieht sich auf die Satellitenuhr. Die eigentliche Meßgröße des Empfängers ist damit:

$$\Delta t = t_r - t^i \quad (3.1.1-1)$$

Dieser Zeitunterschied wird mit der idealisierten Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Signals (Vakuumlichtgeschwindigkeit) multipliziert. Es ergibt sich die sogenannte „Pseudostrecken“-Messung:

$$R_r^i = c \cdot \Delta t = c \cdot (t_r - t^i) \quad (3.1.1-2)$$

Führt man nun eine absolute Zeit \bar{t} ein, so läßt sich die Meßgröße R_r^i in die tatsächliche Signallaufzeit, und die beiden Uhrfehler von Sender und Empfänger aufspalten. Man erhält äquivalent zu (3.1.1-2):

$$R_r^i = c \cdot (\bar{t}_r - \bar{t}^i) + c \cdot (t_r - \bar{t}_r) - c \cdot (t^i - \bar{t}^i) \quad (3.1.1-3)$$

In dieser Gleichung ist der erste Summand der rechten Seite die tatsächliche geometrische Entfernung von Sender und Empfänger (sofern nur Uhrfehler als Störquelle angenommen werden). Die beiden anderen Summanden beschreiben die Auswirkung der Abweichung der realen Uhren von der absoluten Zeit auf die Messung.

Abkürzend schreibt man (3.1.1-3) in der Form:

$$R_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i \quad (3.1.1-4)$$

Will man noch weitere Fehlereinflüsse in ein Auswertemodell integrieren, so kann man entsprechende weitere Summanden in die Beobachtungsgleichung aufnehmen. Diese können später durch Modelle errechnet oder in einer Filterung geschätzt werden. Eine ausführlichere Form der Beobachtungsgleichung ist beispielsweise:

$$R_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb,r}^i + \delta_{SA,r}^i + \delta_{MP,R,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \epsilon_r^i \quad (3.1.1-5)$$

Dabei steht der obere Index i für satelliten-spezifische Abhängigkeiten und der untere Index r für empfänger-spezifische Abhängigkeiten.

Die Terme bedeuten im einzelnen:

- $\tau_{ion,r}^i$ Änderung der Pseudostreckenmessung durch ionosphärische Refraktion,
- $\tau_{trop,r}^i$ Änderung der Pseudostreckenmessung durch troposphärische Refraktion,
- $\delta_{orb,r}^i$ Änderung der Pseudostreckenmessung durch Orbitfehler,
- $\delta_{SA,r}^i$ Änderung der Pseudostreckenmessung durch „Selective Availability“,
- $\delta_{MP,R,r}^i$ Änderung der Pseudostreckenmessung durch Mehrwegausbreitung (der zweite untere Index R dient zur Kennzeichnung der Auswirkung auf die Codemessung),
- $\delta_{PZ,r}^i$ Änderung der Pseudostreckenmessung durch Ablage des Phasenzentrums,
- ϵ_r^i Änderung der Pseudostreckenmessung durch Empfängerrauschen und andere nicht-modellierte Störeffekte.

Alle Terme in Gleichung (3.1.1-5) sind selbstverständlich zeitabhängig. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird die Zeitabhängigkeit jedoch weggelassen. Die unterschiedlichen Fehlerquellen werden im Unterkapitel 3.2 ausführlich behandelt.

3.1.2 Trägerphasenmessung

Neben der Messung der Zeitdifferenz Δt über die Codemessung ist es auch möglich, die Phasenlage des ankommenden Signals zu messen. Dazu wird im Empfänger ein Referenzphasensignal $\varphi_r(\bar{t})$ generiert. Bezeichnet man mit $\varphi^i(\bar{t})$ die vom Satelliten zur Satellitenzeit t^i ausgesandte und vom Empfänger zum Zeitpunkt \bar{t} rekonstruierte Phase, so läßt sich schreiben:

$$\begin{aligned} \varphi^i(\bar{t}) &= f^i \bar{t} - f^i \frac{\rho_r^i}{c} + \varphi_0^i \\ \varphi_r(\bar{t}) &= f_r \bar{t} + \varphi_{0,r} \end{aligned} \quad (3.1.2-1)$$

Ein VCO („Voltage Controlled Oscillator“) ermöglicht ein Nachsteuern der Frequenz auf die empfangene Frequenz und ermöglicht so das Messen der Schwebung („Beatphase“):

$$\varphi_r^i(\bar{t}) = \varphi^i(\bar{t}) - \varphi_r(\bar{t}) = -f^i \frac{\rho_r^i}{c} + f^i \bar{t} - f_r \bar{t} + \varphi_0^i - \varphi_{0,r} \quad (3.1.2-2)$$

Der Unterschied zwischen empfangener Frequenz f^i und rekonstruierter Frequenz f_r liegt im Bereich von 10^{-3} Hz und kann nach *Hofmann-Wellenhof et al. (1993, S. 80f)* vernachlässigt werden. Die Terme φ_0^i und $\varphi_{0,r}$ sind Uhrfehler bezüglich der gedachten absoluten Zeit: Bezieht man auch die unbekannte Trägerphasenmehrdeutigkeit in die Uhrablage mit ein, die durch die geometrische Distanz zu einem Zeitpunkt t_0 beim ersten Akquirieren des Signals gegeben ist, so kann der Term $\varphi_0^i - \varphi_{0,r}$ wie folgt geschrieben werden:

$$\varphi_0^i - \varphi_{0,r} = f^i \delta^i - (f_r \delta_r + N_r^i) \quad (3.1.2-3)$$

Es ergibt sich somit die vereinfachte Form (3.1.3-4):

$$\varphi_r^i(\bar{t}) = -f^i \frac{\rho_r^i}{c} + f^i \delta^i - f_r \delta_r - N_r^i \quad (3.1.2-4)$$

Die Definition

$$\Phi_r^i(t) = -\varphi_r^i(t) \quad (3.1.2-5)$$

führt nun zu der Beobachtungsgleichung für Trägerphasen:

$$\Phi_r^i = f^i \frac{\rho_r^i}{c} - f^i \delta^i + f_r \delta_r + N_r^i \quad (3.1.2-6)$$

Benutzt man eine zu (3.1.1-5) analoge Schreibweise, so ergibt sich nach Multiplikation mit 1 und nach Addition weiterer bisher vernachlässigter Störeinflüsse:

$$\lambda \Phi_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \lambda N_r^i - \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb,r}^i + \delta_{SA,r}^i + \delta_{MP,\Phi,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \nu_r^i \quad (3.1.2-7)$$

Die noch nicht in (3.1.1-5) erklärten Terme sind:

$\delta_{MP,\Phi,r}^i$ Änderung der Trägerphasenmessung durch Mehrwegausbreitung (der zweite untere

Index Φ dient zur Kennzeichnung der Auswirkung auf die Phasenmessung),

ν_r^i Meßrauschen der Trägerphasenmessung und andere nicht-modellierte Effekte.

Man beachte in (3.1.2-7) das negative Vorzeichen des Ionosphärenterms. Die einzelnen Störeinflüsse werden in Unterkapitel 3.2 ausführlich betrachtet.

3.1.3 Dopplermessung

Neben der Signallaufzeit Δt und der (Träger-)Phasenlage Φ des empfangenen Signals ist es auch möglich, die zeitliche Änderung der Phasenlage gegenüber der Nominalfrequenz zu messen.

Dies ergibt die Dopplermessung:

$$D_r^i = \dot{\Phi}_r^i = \frac{1}{\lambda} \dot{\rho}_r^i + \zeta_r^i \quad (3.1.3-1)$$

Hierbei wurden wiederum einige Vereinfachungen gemacht, welche die Stabilität der Uhren und der zeitlichen Änderung der Störeinflüsse betreffen, die jedoch als unkritisch zu sehen sind und auf die daher hier nicht näher eingegangen wird. Die Dopplermessung ist eine instantane Größe, die von der aufintegrierten Messung (Trägerphase) deutlich abweichen kann.

3.2 Störeinflüsse

Die Entfernungsmessung zwischen Satelliten und Nutzerempfänger wird durch viele Störeffekte nachhaltig beeinflusst. Um dennoch möglichst präzise Entfernungsmessungen durchführen zu können, müssen diese Effekte modelliert und/oder durch Differenzbildung in den Beobachtungsgleichungen eliminiert werden. Im folgenden werden die wichtigsten Störeffekte kurz diskutiert.

3.2.1 Ionosphärische Refraktion

Die in etwa 20200 km Höhe über dem Erdboden von den GPS-Satelliten ausgesandten Signale durchwandern bis zum Empfänger praktisch alle Schichten der Atmosphäre. Eine besondere Rolle im Zusammenhang mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Radiosignalen spielt dabei die Ionosphäre, die sich von der Stratopause bis hin zur Protosphäre erstreckt. Durch die einwirkende Sonnenenergie (Ultraviolett- und Korpuskularstrahlung) werden beträchtliche Mengen von Elektronen in der Ionosphäre frei und entsprechend viele der Gasmoleküle ionisiert. Die Dichte der freien Elektronen, die im wesentlichen zu den Laufzeitverzögerungen beiträgt, ist abhängig von tageszeitlichen Schwankungen, dem elfjährigen Sonnenfleckenzyklus und Szintillationen. Der Gesamtzustand der Ionosphäre kann daher durch globale Modelle nur angenähert werden. Durch das Klobuchar-Modell kann der Ionosphärenfehler beispielsweise nur auf etwa 50 % reduziert werden (*ICD-GPS-200, 1991, S. 106a*).

Da die Ionosphäre für Mikrowellen ein dispersives Medium ist, d.h. die Verzögerungen der Gruppenlaufzeiten frequenzabhängig sind, kann der Ionosphärenfehler durch Beobachtungen auf zwei oder mehreren Frequenzen eliminiert werden.

Ausgehend von den Beobachtungsgleichungen für Codemessungen auf L_1 und L_2

$$R_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{SA}^i + \delta_{MP,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \varepsilon_r^i \quad (3.2.1-1)$$

und bei Verwendung der Näherung bis zweiter Ordnung

$$\tau_{ion,r}^i = \frac{I}{f^2} \quad (3.2.1-2)$$

sowie Vernachlässigung von Mehrweg und Phasenzentrumsunterschieden kann der Ionosphärenterm I wie folgt geschätzt werden:

$$I = \frac{f_1^2 f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} (R_{1,r}^i - R_{2,r}^i) \quad (3.2.1-3)$$

Der Ionosphärenterm I ist direkt proportional zur Anzahl der freien Elektronen im Signalweg (TEC, „Total Electron Content“). Die Einheit des TEC ist TECU („TEC Unit“, $1 \text{ TECU} = 10^{16}/\text{m}^2$), wobei für den vertikalen TEC eine Säule mit 1 m^2 -Grundfläche angenommen wird. Der Proportionalitätsfaktor wurde empirisch zu $40.3 \text{ m}^3/\text{s}^2$ bestimmt (Seeber, 1993, S. 42ff).

$$I = 40.3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \cdot \text{TEC} \quad (3.2.1-4)$$

Hat man nur Messungen auf einer Frequenz zur Verfügung, so kann das *Klobuchar*-Modell mit aktuellen Parametern aus den Almanach-Daten angewendet werden (ICD-GPS-200, 1991).

Typische Werte für die ionosphärische Laufzeitverzögerungen liegen im Bereich von bis zu einigen 10 m in mittleren Breiten und bei nicht extremen Ionosphärenwerten (z.B. *Blomenhofer, 1996*). Die Daten aus (*Blomenhofer, 1996*) entstammen primär den Jahren 1994-1996 und somit einem Minimum des elfjährigen Sonnenaktivitätszyklus. Es bleibt abzuwarten, wie stark der ionosphärische Einfluß beim nächsten Maximum dieses Zyklus (Nummer 23 seit Beginn der solaren Beobachtungen) sein wird, das um das Jahr 2000 erwartet wird (*Kunches, 1997*). Nach (*ibid.*) entsprechen 6 TECU einem vertikalen Laufzeitfehler von etwa 1 m für die GPS L_1 -Frequenz (was sich direkt aus den Formeln (3.2.1-2) und (3.2.1-4) ergibt). Ein differentieller Laufzeitunterschied von 1 m zwischen L_1 - und L_2 -Signal entspricht ein TEC-Wert (STEC, „Slant TEC“) von 9.5 TECU.

Um den vertikalen TEC zu bestimmen, muß eine „Mapping“-Funktion verwendet werden, die den schrägen TEC-Wert (gemessen entlang des Signalweges) über die variable Satelliten-Elevation El in den vertikalen TEC umrechnet. Eine häufig benutzte Funktion ist (*RTCA, 1996, S. 34*):

$$F(El) = \left[1 - \left(\frac{R_e \cos El}{R_e + h_1} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.2.1-5)$$

Dabei wird die Ionosphäre als ebene Schicht in einer Höhe $h_1 = 400 \text{ km}$ angenommen. R_e steht in der Formel für den mittleren Erdradius ($= 6378 \text{ km}$). Es gilt mit Gleichung (3.2.1-5) der Zusammenhang

$$\text{STEC} = \text{VTEC} \cdot F(El) \quad (3.2.1-6)$$

zwischen dem vertikalen TEC (VTEC) und dem schrägen TEC (STEC).

Bild 3.2.1-1 zeigt den Verlauf der Mapping-Funktion in Abhängigkeit von der Satellitenelevation.

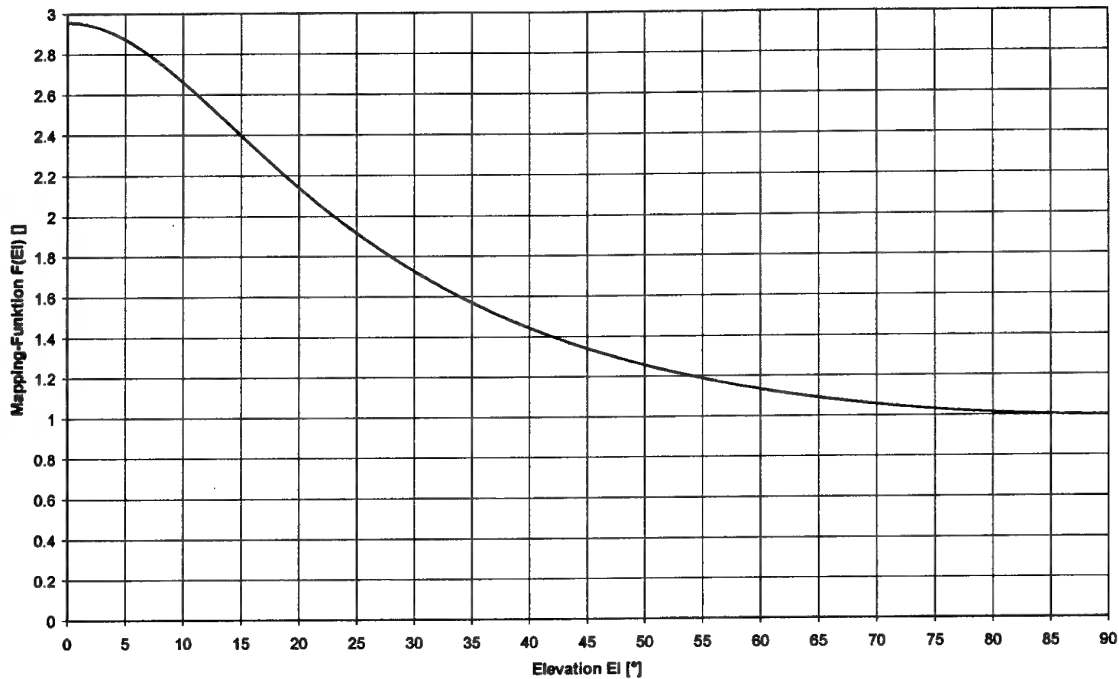


Bild 3.2.1-1: RTCA-Funktion zum Mapping des vertikalen TEC auf den schrägen TEC

Mit Hilfe von Zweifrequenz-Trägerphasenmessungen kann über Zeitdifferenzen ein sehr genauer relativer TEC bestimmt werden (Fraile-Ordonez, 1995, S. 88ff).

In der Praxis wird obige TEC-Mapping-Formel für Einfrequenz-Nutzer umgekehrt verwendet. Aus dem Klobuchar-Modell wird der vertikale TEC im Durchstoßpunkt des betrachteten Signals mit der Ionosphärenschicht berechnet und über die Mapping-Funktion die tatsächliche ionosphärische Laufzeitverzögerung dieses Signals abgeschätzt.

3.2.2 Troposphärische Refraktion

Der Einfluß des nicht-ionisierten Teils der Atmosphäre auf die Signallaufzeiten wird als troposphärische Refraktion bezeichnet. Die Bezeichnung ist eigentlich nicht ganz exakt, da auch der Einfluß der höheren Stratosphäre in der Definition eingeschlossen ist. Der Hauptanteil der Laufzeitverzögerung ist aber auf den unteren Teil der Atmosphäre (bis zu einer Höhe von ca. 50 km) zurückzuführen, weshalb der Begriff angemessen erscheint (Hofmann-Wellenhof et al., 1993, S. 98).

Viele unterschiedliche Ansätze zur Modellierung der troposphärischen Refraktion sind in der Literatur bekannt, darunter sind Modelle von Hopfield, Yionoulis, Marini, Saastamoinen, Davis und Lanyi. Eine Zusammenfassung der verbreitetsten Modelle findet sich in (Blomenhofer, 1996).

Im folgenden wird kurz auf das am häufigsten verwendete Modell, das *Hopfield Modell* eingegangen (siehe hierzu auch Hofmann-Wellenhof et al., 1993):

Die troposphärische Laufzeitverzögerung ist definiert als die Differenz zwischen gemessener und geometrischer Distanz, wobei andere Fehleranteile nicht berücksichtigt werden:

$$\tau_{tro,r}^i = \frac{1}{c} \left(\int n ds - \int ds \right) \quad (3.2.2-1)$$

Dabei steht c für die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Als Näherung genügt es, das Integral über den geometrischen Signalweg zu nehmen. Anstelle des Refraktionsindex n wird üblicherweise die Refraktivität N^{tro} verwendet:

$$N^{tro} = 10^6 (n - 1) \quad (3.2.2-2)$$

Damit gilt:

$$\tau_{tro,r}^i = \frac{1}{c} 10^{-6} \int N^{tro} ds \quad (3.2.2-3)$$

Hopfield (1969) zeigte die Möglichkeit, die Refraktivität in eine trockene und eine feuchte Komponente aufzuteilen:

$$N^{tro} = N_{dry}^{tro} + N_{wet}^{tro} \quad (3.2.2-4)$$

Etwa 90 % der troposphärischen Refraktion sind dem Trockenanteil der Atmosphäre zuzuordnen, während nur etwa 10 % auf die feuchte Komponente entfallen (*Janes, 1989*). Anhand von realen Daten, welche die gesamte Erde umspannten, fand *Hopfield (1969)* empirisch die folgende Repräsentation der trockenen Refraktivität:

$$N_{dry}^{tro}(h) = N_{dry,0}^{tro} \left[\frac{h_{dry} - h}{h_{dry}} \right]^4 \quad (3.2.2-5)$$

wobei für die Troposphäre eine einzelne Schicht der Höhe

$$h_{dry} = 40136 + 148.72(T - 273.16) [m] \quad (3.2.2-6)$$

angenommen wird, und T die Temperatur in °K auf Höhe 0 ist. Einsetzen von (3.2.2-5) in (3.2.2-3) und Integration in Zenitrichtung anstelle des tatsächlichen Signalwegs liefert:

$$\tau_{tro,dry,r}^i = \frac{1}{5c} 10^{-6} N_{dry,0}^{tro} h_{dry} \quad (3.2.2-7)$$

Formel (3.2.2-7) ist damit ein Ausdruck für den trockenen, zenithalen Anteil der troposphärischen Refraktion. Um die Auswirkung auf eine nicht zenithale Richtung abzuschätzen, kann eine einfache elevationsabhängige Mapping-Funktion benutzt werden.

Die Abschätzung der feuchten Komponente ist um einiges schwieriger, da diese vom stark variierenden Wasserdampf-Partialdruck der Atmosphäre abhängt. Aus mangelnder geeigneter Alternative wird im Hopfield Modell für die feuchte Komponente eine analoge Funktion für die Teilrefraktivität angenommen, wie für die trockene Komponente:

$$N_{wet}^{tro}(h) = N_{wet,0}^{tro} \left[\frac{h_{wet} - h}{h_{wet}} \right]^4 \quad (3.2.2-8)$$

wobei der Mittelwert $h_{wet} = 11000$ m benutzt wird.

Die Integration erfolgt ebenso wie im Fall der trockenen Komponente und ergibt daher:

$$\tau_{tro,wet,r}^i = \frac{1}{5c} 10^{-6} N_{wet,0}^{tro} h_{wet} \quad (3.2.2-9)$$

Die gesamte troposphärische Laufzeitverzögerung (in Sekunden) setzt sich somit wie folgt zusammen:

$$\tau_{tro,r}^i = \frac{1}{5c} 10^{-6} [N_{dry,0}^{tro} h_{dry} + N_{wet,0}^{tro} h_{wet}] \quad (3.2.2-10)$$

Für die Terme $N_{dry,0}^{tro}$ und $N_{wet,0}^{tro}$ wurden von *Essen und Froome (1951)* folgende Zusammenhänge empirisch gefunden:

$$\begin{aligned} N_{dry,0}^{tro} &= c_1 \frac{p}{T} \\ N_{wet,0}^{tro} &= c_2 \frac{e}{T} + c_3 \frac{e}{T^2} \end{aligned} \quad (3.2.2-11)$$

mit den Werten $c_1 = 77.64$ K/hPa, $c_2 = -12.96$ K/hPa und $c_3 = 3.718 \cdot 10^5$ K²/hPa. Die Bezeichner T, p bzw. e stehen dabei für Temperatur (in K), Druck (in hPa) bzw. Partialdruck des Wasserdampfes („evaporation pressure“, ebenfalls in hPa).

Bei Standardwetterlage in mittleren Breiten liegt die Laufzeitverzögerung für GPS-Signale im Bereich weniger Meter (*Blomenhofer, 1996*). Bei sehr niedrigen Elevationen kann die Verzögerung durch troposphärische Refraktion bis zu 25 m betragen.

3.2.3 Uhrfehler

Eine der wesentlichen Fehlerquellen bei der Entfernungsmessung stellen die Uhrfehler sowohl der Satelliten wie auch der Empfänger dar. Durch differentielle Auswertemethoden (wie unter 3.3 beschrieben) können Uhrfehler bis auf geringe Restfehler eliminiert werden.

Im Falle von Pseudolites (PLs) spielt zusätzlich die Synchronisation auf GPS-Zeit eine entscheidende Rolle für die Genauigkeit einer etwaigen Absolutpositionierung. Da Pseudolites jedoch nur für hochgenaue Anwendungen von Bedeutung sind, ist eine genaue Synchronisation auf GPS-Zeit eher zweitrangig, da in jedem Fall davon ausgegangen werden kann, daß differentielle Auswertetechniken (Anbringen von Korrekturdaten) angewendet werden.

3.2.3.1 Satellitenuhrfehler

Die GPS- bzw. GLONASS-Satelliten beziehen ihre Satellitenzeit aus einem hochgenauen Rubidium-Frequenznormal, das durch eine Cäsiumuhr langzeit-phasengestützt wird (bei den neu

geplanten Block-IIIF Satelliten wird auf ein Cäsium verzichtet). Trotz der dadurch erhaltenen hohen Uhrgenauigkeiten gibt es Abweichungen, die bei hochpräziser Navigation nicht tolerierbar sind. Ein Uhrfehler von nur 1 ns entspricht bereits einem Fehler von ca. 30 cm in der Entfernungsmessung.

Daher bieten GPS und auch GLONASS den Nutzern Uhrkorrekturparameter in den Almanach wie auch in den Ephemeridendaten der einzelnen Satelliten. Während in den Ephemeridendaten von GLONASS die Uhrkorrekturparameter bis zur ersten Ordnung (Drift) enthalten sind, bietet GPS die Werte bis zur zweiten Ordnung (Driftrate). In den Almanachdaten ist jeweils nur der Term für den konstanten Uhrenoffset von der Systemzeit enthalten (*ICD-GPS-200* und *GLO-NASS-ICD*). Durch die genauen Ephemeridendaten kann ein Uhrfehler für autorisierte GPS-Nutzer (kein S/A) bereits auf wenige Nanosekunden reduziert werden. Nicht-autorisierte Nutzer sind von S/A („Selective Availability“) betroffen. Eine hochgenaue Positionierung ist daher nur bei Anwendung differentieller Auswerteverfahren möglich.

3.2.3.2 Empfänger-Uhrfehler

Bei der Entwicklung von GPS war preiswerte Hardware für das Nutzersegment ein wesentliches Argument. Daher wurde viel Aufwand in das Raumsegment gesteckt, welches dem Nutzer ermöglichen sollte, Navigation mit relativ billiger Hardware durchzuführen. Daher genügt es, Empfänger mit preiswerten Quarzoszillatoren (XO, „crystal oscillator“) auszustatten. Bei absoluter Positionierung kann der unbekannte Empfängeruhrfehler als Random-Walk-Prozeß in einem Kalman-Filter mitgeschätzt werden. Durch differentielle Auswerteverfahren ist es wiederum möglich höchste Genauigkeiten zu erzielen.

In einem dynamischen Szenario haben Beschleunigungen des Empfängers zusätzlich mechanischen Einfluß auf den Quarzoszillator. Der resultierende Uhrfehler kann somit über folgendes lineare dynamische Modell ausgedrückt werden:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} b \\ \frac{\Delta f}{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \frac{\Delta f}{f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k \frac{a}{g} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (3.2.3-1)$$

wobei

- b Empfängeruhrfehler,
- k g-Sensitivität des Oszillators (etwa 10^{-9} bis 10^{-10}),
- a Beschleunigung des Empfängers,
- g Gravitationskonstante ($\approx 9.81 \text{ m/s}^2$),
- $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ Rauschterme.

Die Verteilungsfunktion der Rauschterme ε_1 und ε_2 kann aus den Allan-Varianz-Parametern des Oszillators abgeleitet werden (*Eissfeller, 1997*).

3.2.3.3 PL-Uhrfehler

Eine besondere Rolle kommt dem PL-Uhrfehler zu. Bei Integration eines oder mehrerer PLs in ein Satelliten-Ortungssystem müssen sich PLs ähnlich wie Satelliten verhalten. Insbesondere muß die Synchronisation auf Systemzeit sichergestellt sein, wenn eine absolute Positionierung mit PLs gewünscht ist. Die Synchronisation kann über eine identische Uhrmodellierung erfolgen

wie bei GPS-Satelliten. Da die Binärdarstellung der GPS-Ephemeridendaten nur eine maximale Korrektur von etwa 1 ms erlaubt, muß eine absolute Synchronisation bis zu dieser Genauigkeit auf Hardwareebene durch geeignete Phasenverschiebung des PL-Signals erreicht werden. Der verbleibende Synchronisationsfehler kann in einem Uhrmodell aufgefangen werden. Wird das PL-Signal nur differentiell genutzt, so ist der Restfehler wiederum gering und kann praktisch vernachlässigt werden. Selbst eine absolute Synchronisation auf GPS-Zeit ist dann nicht notwendig.

Ein wesentlicher Zusammenhang zwischen dem PL-Uhrfehler und einem Satellitenuhrfehler besteht darin, daß ein nicht autorisierter PL-Betreiber analog zu einem nicht autorisierten GPS-Nutzer aufgrund der Nicht-Verfügbarkeit des Y-Codes den Einschränkungen von S/A („Selective Availability“) unterliegt. Das bedeutet, daß auch die zeitliche Synchronisation des PL auf GPS-Zeit mit entsprechender Ungenauigkeit erfolgt, die berücksichtigt werden muß, wenn die Möglichkeit einer Absolutpositionierung mit Hilfe des PL angestrebt wird.

3.2.4 Selective Availability

S/A („Selective Availability“) ist eine der zwei vom amerikanischen Verteidigungsministerium DoD („Department of Defense“) eingeführten Systemschutzmaßnahmen für GPS. Während A-S („Anti-Spoofing“) durch die Überlagerung des P-Codes mit dem Verschlüsselungscode (W-Code) zum Y-Code nicht-autorisierten Nutzern die hochgenaue Code-Positionierung auf der militärischen L₂-Frequenz verwehrt, beruht S/A auf einer künstlichen Verschlechterung der Entfernungsmessung.

Zwei wesentliche Effekte führen zu dieser verschlechterten Entfernungsmessung:

- Überlagerung der (genauen) Uhr mit einem Zitter-Rauschen („ δ “- oder „Dither“-Prozeß), und
- ungenaue Orbit-Daten („ ϵ -Prozeß“).

Ursprünglich war bei der Entwicklung von GPS kein S/A geplant. Jedoch ergaben erste Tests des C/A-Codes wesentlich bessere Genauigkeiten, als vorgesehen waren. Daher wurden die Satellitensignale vom DoD stufenweise künstlich verschlechtert, so daß sich anfänglich Positionsgenauigkeiten mit 500 m (95 %) ergaben. Später wurde dies auf 100 m (95 %) heruntergesetzt, was dem Genauigkeitsniveau der an Flughäfen stationierten VOR- („VHF omnidirectional range“) Sendern entspricht (Van Graas und Braasch, 1996).

Die Verschlechterung der absoluten Positionierung über SPS („Standard Positioning Service“) wird von Van Graas und Braasch (1996) zu folgender Tabelle 3.2.4-1 zusammengefaßt:

Parameter	Mit S/A	Ohne S/A
Horizontale Position	100 m (95 %) 300 m (99.99 %)	20 m (95 %)
Vertikale Position	140 m (95 %)	30 m (95 %)
Zeit	340 ns (95 %)	40 ns

Tabelle 3.2.4-1: Positionsgenauigkeiten mit/ohne S/A (aus Van Graas und Braasch, 1996)

Der differentielle Restfehler ist gering. Nimmt man an, daß ausgestrahlte Satellitensignale exakt zur selben Zeit an Nutzer wie Referenzstation ankommen, so ist der differentielle S/A-Restfehler exakt 0 (Restorbitsfehler bleiben bestehen, liegen aber in der Größenordnung von 1 ppm der Basislinie). Eine Auswirkung auf die Positionsbestimmung ergibt sich vorrangig dadurch, daß die von einer Referenzstation ausgesendeten Korrekturdaten erst nach gewisser Verzögerungszeit („latency“), die im Sekundenbereich liegt, angewendet werden können.

Nach *Chao und Parkinson (1993)* liegt die Korrelationszeit der S/A-kontaminierten Entfernungsmessfehler im Bereich von etwa 3.5 Minuten. Die Variation des Entfernungsfehlers (1σ) liegt bei knapp 4 m absolut. Betrachtet man zeitliche Differenzen, so reduziert sich der Fehler auf etwa 4 cm/s (1σ). Variationen der zweiten zeitliche Differenzen liegen im Bereich kleiner als 0.1 cm/s^2 . Dies spricht für das Aussenden von zusätzlichen Korrekturtermen erster und evtl. zweiter Ordnung („correction rate“ und „correction drift rate“) für differentielle Echtzeit-Applikationen.

3.2.5 Mehrwegeinflüsse

Die in 3.1 gegebenen Beobachtungsgleichungen für Code und Trägerphase beruhen auf der Annahme, daß das Signal auf direktem Weg vom Satelliten zum Empfänger kommt, und daß kein mehrfacher Empfang durch reflektierte, indirekte Signale besteht. In der Tat ist eine wie in Bild 3.2.5-1 dargestellte Mehrwegsituation ein großes Problem für genaue Positionierung mit Satelliten, weil Mehrwegeffekte im allgemeinen durch Differenzbildung nicht eliminiert werden.

Vor allem die Codemessung kann stark beeinträchtigt werden. Auf der Trägerphase kann der Mehrweg nur geringe Entfernungsfehler hervorrufen. Bei zu starkem Mehrweg ist aber unter Umständen ein Signalverlust („loss of lock“) möglich.

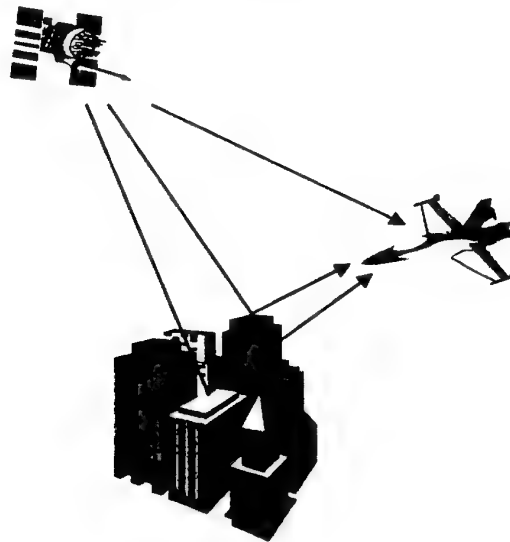


Bild 3.2.5-1: Mehrwegsituation am Flugzeug

Das am Empfänger zu einem Zeitpunkt t anliegende Signal hat aufgrund von Mehrwegeffekten nicht die in Gleichung (2.3-1) gegebene Form (welche nur das direkte Signal beschreibt), sondern ist vielmehr eine Summe aus direktem Signal und mehreren Umwegsignalen, die mit unter-

schiedlicher Dämpfung und Verspätung an der Empfangsantenne eintreffen. Bei Verwendung derselben Variablen ($a_1, a_2, f_1, f_2, p, c, d$) wie in (2.3-1) erhält man:

$$\begin{aligned} L_1(t) &= a_1 \sum_k \eta_k [p(t - \tau_k) d(t - \tau_k) \cos(f_1(t - \tau_k)) + c(t - \tau_k) d(t - \tau_k) \sin(f_1(t - \tau_k))] \\ L_2(t) &= a_2 \sum_k \eta_k [p(t - \tau_k) d(t - \tau_k) \cos(f_2(t - \tau_k))] \end{aligned} \quad (3.2.5-1)$$

wobei

η_k Dämpfungsfaktoren ($0 \leq \eta_k \leq 1$), und

τ_k Mehrwegstrecke des k -ten Signals umgerechnet in Zeiteinheiten.

Die Summen in (3.2.5-1) erstrecken sich über alle (eventuell unendlich viele) zum Empfängerzeitpunkt t ankommende Signalanteile. Für das direkte Signal ist der Dämpfungsfaktor η_0 in der Regel gleich 1 und die Verzögerung $\tau_0 = 0$. Aus obiger Gleichung läßt sich sofort sehen, daß sich eine Abschattung des direkten Signals unter Mehrwegpräsenz sehr ungünstig auf die Positionierung auswirken kann, da der Umweg direkt als Fehler in die Entfernungsmessung eingeht. Eine Analyse der Auswirkungen einzelner Mehrwegsignale auf die verschiedenen Code- sowie Phasendetektoren ist in *Eissfeller (1997)* zu finden.

Prinzipiell lassen sich Signalreflexionen, welche zu Mehrwegeffekten führen, in zwei wesentlich voneinander verschiedene Typen einteilen:

- *diffuse* Reflexionen
- *spiegelnde* Reflexionen

Die *diffuse* Reflexion ist mathematisch weit schwieriger zu fassen als eine *spiegelnde* Reflexion, da geeignete Modelle schwierig zu erstellen sind. Jedoch ist die Dämpfung des Signals in der Regel weit stärker als bei einer *spiegelnden* Reflexion, so daß *diffuse* Reflexionen in der Regel nur geringe Einflüsse auf die Messungen haben. Wird statistische Unabhängigkeit bei vielen kleineren (*diffusen*) Reflexionen vorausgesetzt, so ist der aufsummierte Mehrwegeffekt nach *Spilker und Parkinson (1994, S. 52ff)* etwa Gauß-verteilt und hat eine Rayleigh-verteilte Amplitude.

Die Schwierigkeit der Thematik *diffuser* Reflexionen macht eine ausführlichere Behandlung innerhalb der vorliegenden Arbeit unmöglich, daher wird im weiteren nur der Fall *spiegelnder* Reflexionen betrachtet. Hauptmerkmal bei *spiegelnden* Reflexionen ist die Umkehrung der Polarisation einer zirkular polarisierten Welle. Durch geeignete Antennenbauart lassen sich Signale unterschiedlicher zirkularer Polarisation geringfügig dämpfen oder verstärken.

Für den Spezialfall eines einzelnen Reflektors gilt nach *Eissfeller (1997)* für den stationären Mehrwegfehler des nicht-kohärenten E-L-Detektors beispielsweise die Formel (3.2.5-2):

$$\begin{aligned} 0 \equiv & \left[R^2(\Delta\tau - \frac{D}{2}) - R^2(\Delta\tau + \frac{D}{2}) \right] + \eta^2 \left[R^2(\Delta\tau - \delta - \frac{D}{2}) - R^2(\Delta\tau - \delta + \frac{D}{2}) \right] \\ & + 2\eta \left[R(\Delta\tau - \frac{D}{2})R(\Delta\tau - \delta - \frac{D}{2}) - R(\Delta\tau + \frac{D}{2})R(\Delta\tau - \delta + \frac{D}{2}) \right] \cos \phi \end{aligned} \quad (3.2.5-2)$$

wobei

R die Autokorrelationsfunktion des Codes,

D der Korrelatorabstand,

- η der Dämpfungsfaktor des reflektierten Signals,
 $\Delta\tau$ der gemessene Mehrwegfehler,
 ϕ eine zeitabhängige Phasendifferenz zwischen direktem und Umwegsignal ist.

Bei gegebenem Korrelatorabstand, Umweg sowie Dämpfungsfaktor kann die Identität (3.2.5-2) implizit nach $\Delta\tau$ aufgelöst werden und somit die Hüllkurven des Mehrwegfehlers ($\cos\phi = \pm 1$) angegeben werden. Sie sind für unterschiedliche Dämpfungsfaktoren in Bild 3.2.5-2 für den GPS C/A-Code dargestellt. Für den GPS P-Code ergibt sich ein ähnliches Resultat, jedoch übt sich die kürzere Chiplänge positiv auf den Mehrwegfehler aus. Das Resultat ist in Bild 3.2.5-3 dargestellt.

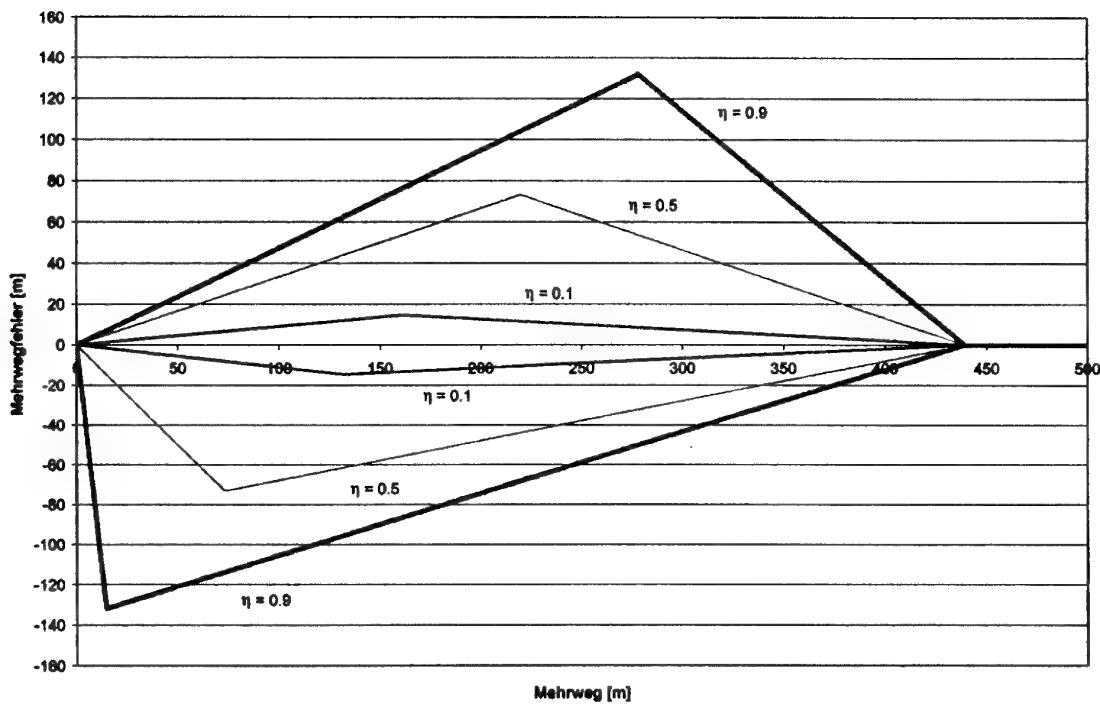


Bild 3.2.5-2: Obere und untere Hüllkurven des Mehrwegfehlers des nicht-kohärenten E-L-Detektors für C/A-Code bei unterschiedlichen Reflexionskoeffizienten ($D = 1.0$)

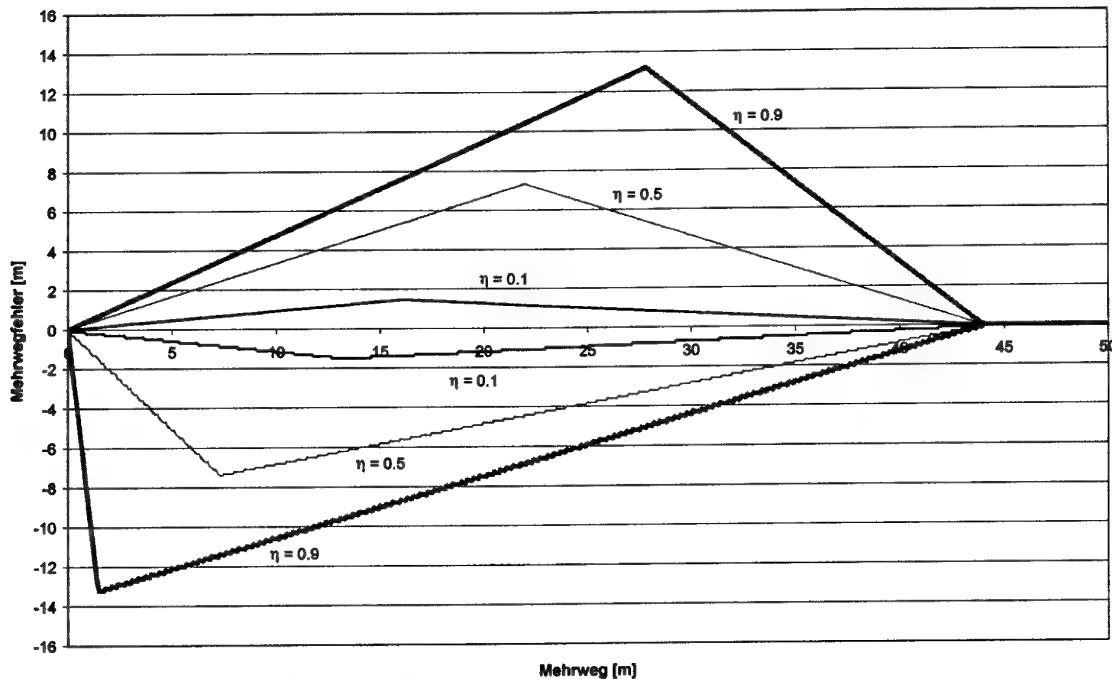


Bild 3.2.5-3: Obere und untere Hüllkurven des Mehrwegfehlers des nicht-kohärenten E-L-Detektors für P-Code bei unterschiedlichen Reflexionskoeffizienten ($D = 1.0$)

Bei Verwendung der „Narrow-Correlator“-Technik (Van Dierendonck et al., 1992), erreicht man eine wesentlich bessere Mehrwegresistenz. Dies wird durch Bild 3.2.5-4 belegt.

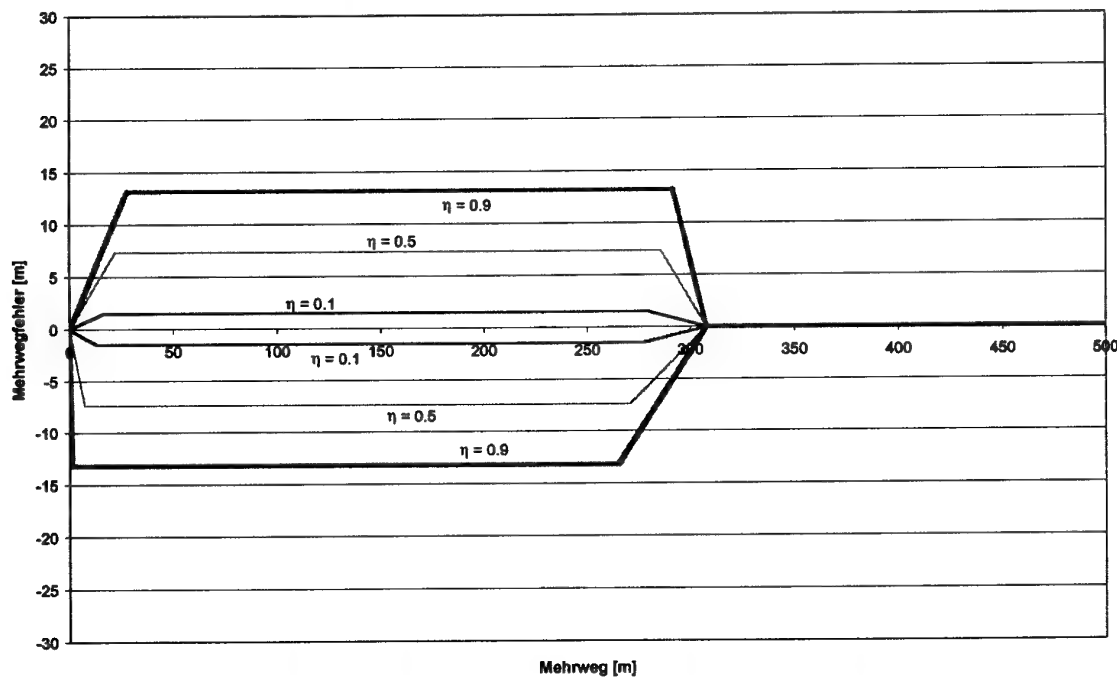


Bild 3.2.5-4: Obere und untere Hüllkurven des Mehrwegfehlers des nicht-kohärenten E-L-Detektors für C/A-Code bei unterschiedlichen Reflexionskoeffizienten bei $D = 0.1$ („Narrow-Correlator“)

Die durch ein einzelnes Mehrwegsignal deformierten E-L-Kurven lassen sich in Abhängigkeit der drei Parameter Verzögerung des Mehrwegsignals (gegenüber dem direkten Signal), Reflexionsfaktor (M/S) sowie Korrelatorabstand darstellen. In den folgenden drei Bildern 3.2.5-5 bis 3.2.5-7 sind die deformierten S-Kurven für einige Beispielsituationen gezeigt.

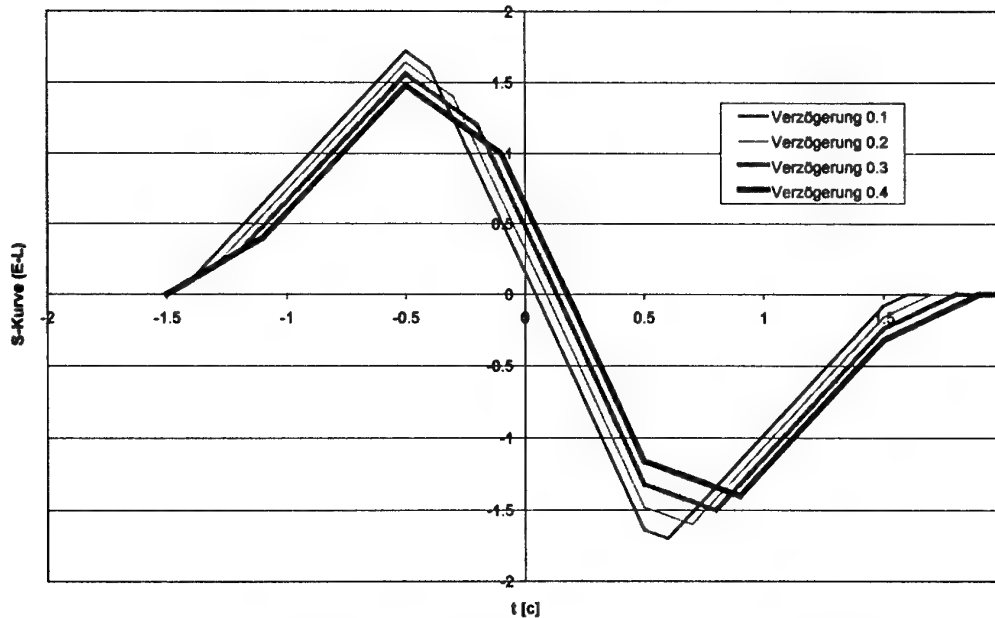


Bild 3.2.5-5: Mehrwegauswirkung auf die S-Kurve (E-L-Detektor) bei unterschiedlichen Umweglängen (gegeben in Chipplängen, Reflexionsfaktor 0.8, Korrelatorabstand 1.0 Chips)

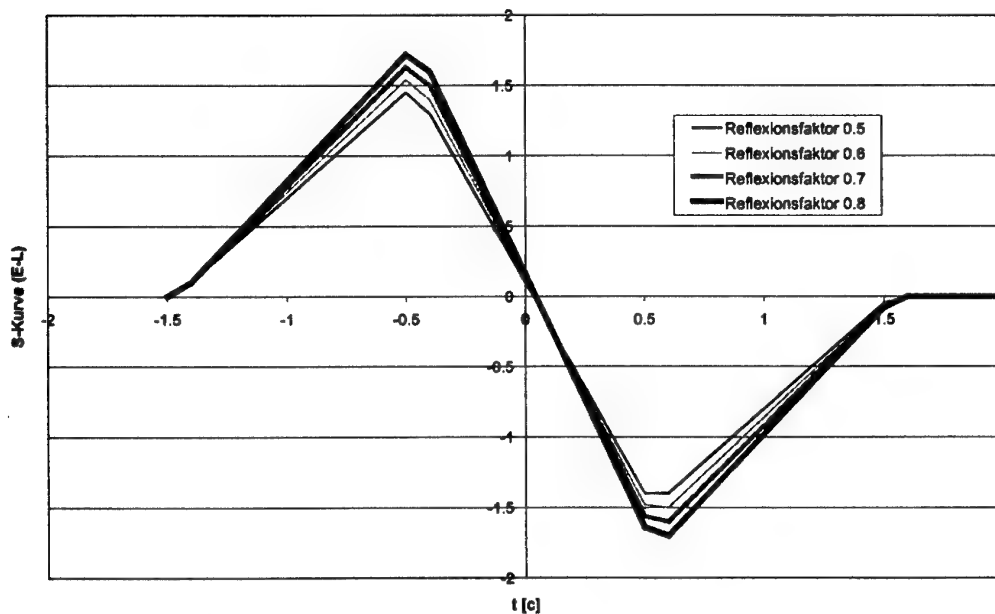


Bild 3.2.5-6: Mehrwegauswirkung auf die S-Kurve (E-L-Detektor) bei unterschiedlichen Reflexionsfaktoren (Umweg 0.1 Chips, Korrelatorabstand 1.0 Chips)

Es zeigt sich, daß die Parameter Umweglänge (Verzögerung des Mehrwegs) und Korrelatorabstand einen weit stärkeren Einfluß auf das Aussehen der S-Kurve haben, als der Reflexionsfaktor. Die Ursache liegt schlicht darin, daß durch den Reflexionsfaktor zwar die Steigung der S-Kurve im Nulldurchgang beeinflußt wird, aber nicht die Knickstellen der S-Kurve selbst. Beide anderen Parameter betreffen dagegen die kritischen Knickstellen der Kurve.

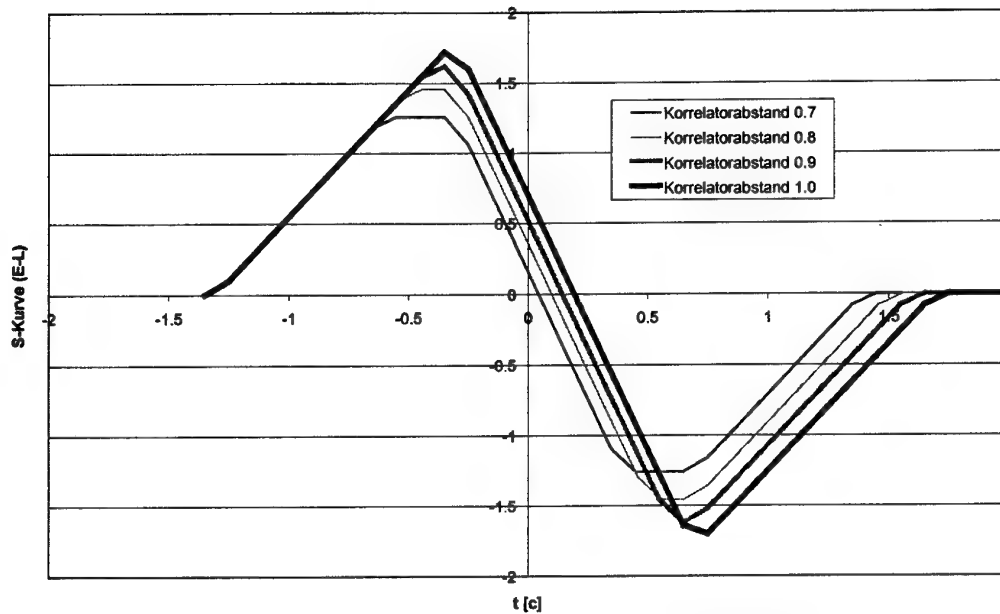


Bild 3.2.5-7: Mehrwegauswirkung auf die S-Kurve (E-L-Detektor) bei unterschiedlichen Korrelatorabständen (Umweg 0.1 Chips, Reflexionsfaktor 0.8)

Auch die Trägerphasenmessung ist von Mehrwegeffekten betroffen. Nach *Eissfeller (1997)* gilt für die stationäre Lösung einer Costas PLL („Phase-Lock-Loop“) im Fall eines zusätzlichen einzelnen Mehrwegs folgende Formel:

$$0 \equiv R^2(\Delta\tau)\sin(2\Delta\theta) + \eta^2 R^2(\Delta\tau - \delta)\sin(2(\Delta\theta - \phi)) + 2\eta R(\Delta\tau)R(\Delta\tau - \delta)\sin(2\Delta\theta - \phi) \quad (3.2.5-3)$$

welche nach einigen trigonometrischen Umformungen nach dem Mehrwegfehler selbst aufgelöst werden kann (*ibid.*):

$$\tan(2\Delta\theta) = \frac{2\eta R(\Delta\tau - \delta)\sin\phi [R(\Delta\tau) + \eta R(\Delta\tau - \delta)\cos\phi]}{[R(\Delta\tau) + \eta R(\Delta\tau - \delta)\cos\phi]^2 - \eta^2 R^2(\Delta\tau - \delta)\sin^2\phi} \quad (3.2.5-4)$$

Aus Formel (3.2.5-4) ist zu erkennen, daß die Codemessung $\Delta\tau$ aus der DLL („Delay-Lock-Loop“) das Meßergebnis des PLL beeinflusst. Geht man davon aus, daß nahezu kein Mehrweg auf der Codemessung enthalten ist, so vereinfacht sich (3.2.5-4) zu (3.2.5-5):

$$\tan(2\Delta\theta) = \frac{2\eta \sin\phi [1 + \eta \cos\phi]}{[1 + \eta \cos\phi]^2 - \eta^2 \sin^2\phi} \quad (3.2.5-5)$$

Im Fall, daß das Mehrwegsignal mit voller Stärke reflektiert wird ($\eta = 1$), ergibt sich:

$$\tan(2\Delta\theta) = \tan\phi \quad (3.2.5-6)$$

Die Resultate sind grafisch in Bild 3.2.5-8 zusammengefaßt.

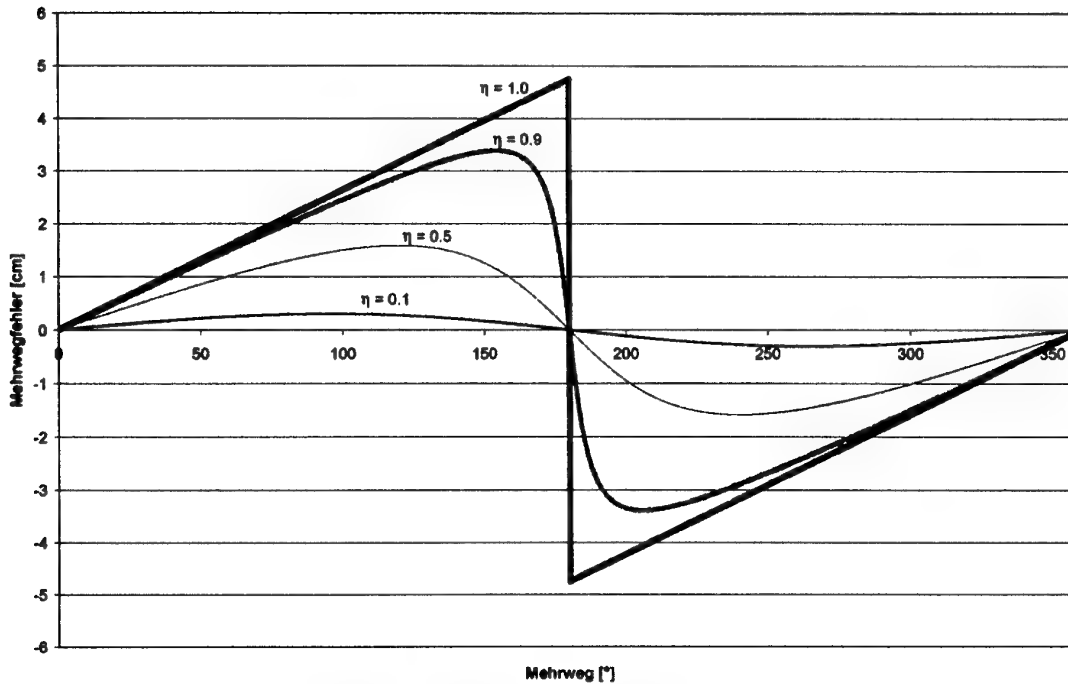


Bild 3.2.5-8: Mehrwegauswirkung auf den Costas-Phasendetektor bei unterschiedlichen Reflexionskoeffizienten

Seit einigen Jahren wird bereits versucht, durch verbessertes Empfängerdesign das Mehrwegproblem zu reduzieren. So entwickelte die Fa. NovAtel die patentierte MEDLL- („multipath estimating delay lock loop“) Technik (Van Nee et al., 1994). Ausgangspunkt dieses Ansatzes ist Gleichung (3.2.5-1). Gemäß der Maximum-Likelihood-Methode wird versucht die Fehlerquadratsumme $L(\hat{a}, \hat{\tau}, \hat{\theta})$ zu minimieren:

$$L(\hat{a}, \hat{\tau}, \hat{\theta}) = \int_{t-T_I}^t [L_1(t) - s(t)]^2 dt \quad (3.2.5-7)$$

wobei

$$s(t) = \sum_{i=0}^M \hat{a}_i p(t - \hat{\tau}_i) \cos(\omega t + \hat{\theta}_i) \quad (3.2.5-8)$$

die Schätzung des direkten („line of sight“) und der Mehrwegsignale, und $p(t - \hat{\tau}_i)$ der entsprechende Spreizcode (C/A- oder P-Code) ist.

Die Minimierung von (3.2.5-7) gelingt, indem die partiellen Ableitungen zu 0 gesetzt werden. Van Nee et al. (1994) sprechen von einer starken Reduzierung der Mehrwegeffekte.

3.2.6 Relativistische Effekte

GPS ist abgesehen von Teilchenbeschleunigern eines der ersten operationellen Systeme, in denen relativistische Effekte nicht vernachlässigbar sind (*Ashby und Spilker 1996, S. 623-698*).

Drei Gründe spielen dabei eine Rolle:

1. Die GPS-Satelliten haben eine hohe Geschwindigkeit (ca. 3.9 km/s).
2. Die Differenz des Gravitationspotentials zwischen Satellit und Nutzer ist nicht vernachlässigbar.
3. Bedeutende Erdrotationseffekte sind vorhanden.

Prinzipiell sind die relativistischen Effekte gering, aber wenn Zentimetergenauigkeiten erreicht werden sollen, was einer zeitlichen Genauigkeit vom Bruchteil einer Nanosekunde entspricht, dürfen sie nicht vernachlässigt werden.

Für einen feststehenden Nutzer auf der Geoid-Oberfläche ergeben sich damit nach *Ashby und Spilker (1996)* drei Primärkonsequenzen:

1. Die auf der Geoid-Oberfläche empfangene Frequenz der Satellitenuhr hat einen konstanten Offset zur Nominalfrequenz. Der Großteil dieses Frequenzoffsets wird kompensiert, indem die GPS-Satelliten de facto eine geringfügig niedrigere Frequenz als die Nominalfrequenz aussenden.
2. Die leichte Exzentrizität der Satellitenorbits verursacht einen zusätzlichen periodischen Uhrenfehler, der mit der Satellitenposition in der entsprechenden Orbitalebene variiert.
3. Es ergibt sich der *Sagnac*-Effekt, bedingt durch die Erdrotation während der Signallaufzeit.

Für bewegte Nutzer oder Nutzer in größeren Höhen über dem Geoid ergeben sich durch ihre Relativgeschwindigkeit und -position ähnliche Effekte, die je nach angestrebter Genauigkeit kompensiert werden müssen. Durch differentielle Auswerteverfahren können gemeinsame Anteile relativistischer Effekte eliminiert werden.

3.2.6.1 Spezielle Relativität, Lorentz-Transformation

Gegeben seien ein ruhendes Inertialsystem S mit den Koordinatenachsen (t, x, y, z) und ein in Bezug auf S entlang der Raumachse x mit Geschwindigkeit v gleichförmig bewegtes System S' mit Koordinaten (t', x', y', z') . Zum Zeitpunkt $t = t' = 0$ seien die Ursprünge 0 und $0'$ beider Systeme identisch. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde ein Lichtimpuls im bewegten System S' von 0 in Richtung y ausgesandt (Ereignis A mit Koordinaten $(t, x, y, z) = (t', x', y', z') = (0, 0, 0, 0)$), der in einer Entfernung L reflektiert werde. Der Empfang des reflektierten Pulses am Aussendeort im System S' sei Ereignis B (Koordinaten $(\Delta t, v\Delta t, 0, 0)$ in S , und $(\Delta t', 0, 0, 0)$ in S'). Bild 3.2.6-1 verdeutlicht die Situation.

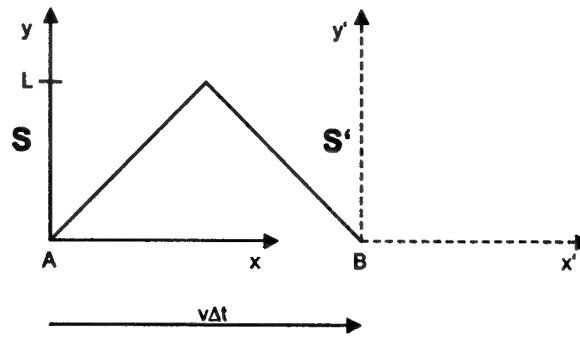


Bild 3.2.6-1: Veranschaulichung der Lorentz-Transformation

Aufgrund des Einsteinschen Postulats der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit gilt für die Zeitkoordinate des Ereignisses B in S':

$$\Delta t' = 2 \frac{L}{c} \quad (3.2.6-1)$$

bzw. im ruhenden System S:

$$\begin{aligned} \Delta t &= 2 \frac{1}{c} \sqrt{L^2 + \left(\frac{v \Delta t}{2} \right)^2} \\ \Delta t &= 2 \frac{L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} \end{aligned} \quad (3.2.6-2)$$

Hieraus kann für das Verhältnis der in S bzw. in S' gemessenen Zeiten

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma > 1 \text{ für } v > 0 \quad (3.2.6-3)$$

gefolgt werden, d.h. die bewegte Uhr in S' mißt eine kürzere Zeitspanne als die ruhende Uhr in S. Die Lorentz-Transformation kann also in Kurzform wie folgt geschrieben werden:

$$t' = \gamma \left(t + \frac{1}{c} \beta x \right); \quad x' = \gamma (x + \beta c t); \quad y' = y; \quad z' = z \quad (3.2.6-4)$$

Die durch (3.2.6-3) gegebene Zeitdilatation hat eine direkte Auswirkung auf eine etwaige Sendefrequenz f eines bewegten Senders, gemessen an einem ruhenden Empfänger:

$$\frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t} = - \frac{f' - f}{f} = - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 \quad (3.2.6-5)$$

3.2.6.2 Allgemeine Relativität

Die allgemeine Relativitätstheorie umfaßt neben gegeneinander bewegten Inertialsystemen auch gegeneinander beschleunigte Systeme. Das Gravitationsfeld der Erde kann mit Hilfe eines gegenüber einem ruhenden Inertialsystem beschleunigten Systems modelliert werden. Ersetzt man die kinetische Energie $\frac{1}{2}v^2$ in den Formeln der speziellen Relativitätstheorie durch die Differenz in Potential-Energie ΔU , so erhält man nach ähnlichen Herleitungen (*Heckmann, 1985*):

$$\frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t} = -\frac{f' - f}{f} = -\frac{\Delta U}{c^2} \quad (3.2.6-6)$$

3.2.6.3 Anwendung auf GPS

Die Grundfrequenz der GPS-Satelliten ist 10.23 MHz. Die relativistischen Einflüsse auf das Satellitensignal lassen sich zusammensetzen aus speziellen und allgemeinen relativistischen Effekten, die oben vereinfacht dargestellt wurden. Für die relative Frequenzverschiebung ergibt sich somit:

$$\frac{f' - f}{f} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \frac{\Delta U}{c^2} \quad (3.2.6-7)$$

Eine numerische Auswertung dieser Formel (*Hofmann-Wellenhof et al., 1993*) ergibt unter Annahme von kreisförmigen Orbits und einer kugelförmigen Erde einen Wert von

$$\frac{f' - f}{f} = 4.464 \cdot 10^{-10}. \quad (3.2.6-8)$$

Genauere Abschätzungen des relativistischen Effekts ergeben einen Zahlenwert von $4.465 \cdot 10^{-10}$ (*Ashby und Spilker, 1996*), was einem absoluten Frequenzversatz von 0.004567 Hz entspricht. Dieser Effekt wird dadurch kompensiert, daß die tatsächlich gesendete Frequenz der GPS-Satelliten niedriger liegt als die nominelle Frequenz von 10.23 MHz, nämlich auf etwa 10.229 999 999 543 MHz.

Für Auswirkungen, die durch die (leichte) Exzentrizität der GPS-Satellitenorbits von etwa 0.01 verursacht werden, treten periodische Effekte in der Größenordnung von bis zu ± 11.4 ns auf (*Deines, 1992*).

3.2.7 Antennenphasenzentrum

Das Antennenphasenzentrum ist per Definition der Punkt, bezüglich dem die ausgesandten bzw. empfangenen Signale referenziert werden. Im allgemeinen ist das Phasenzentrum nicht mit dem physikalischen Antennenmittelpunkt identisch. Der Offset hängt von Faktoren wie Elevation und Azimuth des betrachteten Signals (bezogen auf die Antennencharakteristik), sowie der Empfangsfrequenz und Signalstärke ab. Die Güte einer Antenne hängt weniger von diesem Offset ab, da er als Konstante nach Kalibration in die Berechnungen einbezogen werden kann, sondern mehr von der räumlichen Variation des Phasenzentrums. *Hofmann-Wellenhof et al. (1993)* berichten basierend auf *Sims (1985)* von einer Variation des Phasenzentrums von 1-2 cm abhängig vom einfallenden Signal.

Die Phasenzentrum-Problematik betrifft sowohl die Sendeantenne am Satelliten wie auch die Empfangsantenne beim Nutzer. Nach *ICD-GPS-200 (1991)* beziehen sich die Satellitenbahndaten bereits auf das Antennenphasenzentrum des Satelliten. Soll eine Orbitbestimmung für GPS-Satelliten durchgeführt werden, so muß der Abstand von Antennenphasenzentrum und Massenzentrum des Satelliten eingerechnet werden. Nach *Sovers und Border (1987)* ist dieser Abstand etwa 90 cm. Die Auswirkung eines eventuellen Restfehlers auf eine differentielle Positionierung (Größenordnung 1 ppm der Basislinie) ist gegenüber anderen Orbitfehlern vernachlässigbar.

Die Situation ist im Fall der Empfangsantenne anders. Jeder Fehler, der durch Ungenauigkeiten in der Antennenposition entsteht, wirkt sich direkt auf die Empfängerposition aus. Die mittels GPS oder DGPS ermittelte Position bezieht sich stets auf das Phasenzentrum der Antenne. Für hochgenaue geodätische Messungen (Genauigkeit 1 cm oder besser) muß das Phasenzentrum daher berücksichtigt werden. Für Fluganwendungen, die weitere Sensoren benötigen wie Aerophotogrammetrie, Radaraltimetrie etc., ergeben sich durch den lageabhängigen Abstandsvektor zwischen GPS-Antenne und Sensor und Vibrationen des Flugzeugrumpfes weitere Ungenauigkeiten, so daß das Phasenzentrum der Antenne vernachlässigt werden kann, wenn es nicht aus Kalibrationsmessungen der Antenne (z.B. *Wübbena et al., 1996*) bekannt ist.

3.2.8 Empfängerrauschen

Die Messungen eines Signalempfängers sind durch zwei wesentliche Rauschanteile verfälscht (*Eissfeller, 1997*):

- Thermisches Rauschen
- Oszillatorrauschen

Das thermische Rauschen läßt sich dabei in inneres, durch Geräte und Bauteile verursachtes, und äußeres, durch die Umgebung Atmosphäre, Erde, etc.) erzeugtes, Rauschen unterteilen. Oszillatorrauschen ist vom stochastischen Verhalten des verwendeten Quarzes oder Frequenznormals abhängig. Beide Rauschkomponenten werden als weißes Rauschen betrachtet.

Detektortyp	Allgemeine Varianz	Varianz in eingeschw. Zustand
Kohärenter E-L Detektor	$2 \frac{D}{T_c}$	$2 \frac{D}{T_c}$
Nicht-kohärenter E-L Detektor	$8 \frac{S}{N_0} T \left[R^2 \left(\Delta\tau - \frac{D}{2} \right) - R^2 \left(\Delta\tau + \frac{D}{2} \right) \right]$ $- 16 \frac{S}{N_0} T R \left(\Delta\tau - \frac{D}{2} \right) R \left(\Delta\tau + \frac{D}{2} \right) R(D) + 8 [1 - R^2(D)]$	$4 \frac{D}{T_c} \left(2 - \frac{D}{T_c} \right) \left[\frac{S}{N_0} T \left(2 - \frac{D}{T_c} \right) + 2 \right]$
Nicht-kohärenter Kreuzprodukt-Detektor	$2 \frac{S}{N_0} T \left[R \left(\Delta\tau - \frac{D}{2} \right) - R \left(\Delta\tau + \frac{D}{2} \right) \right]^2$ $+ 4 \frac{S}{N_0} T R^2(\Delta\tau) [1 - R(D)] + 4 [1 - R(D)]$	$4 \frac{D}{T_c} \left(1 + \frac{S}{N_0} T \right)$

Tabelle 3.2.8-1: Auswirkungen des thermischen Rauschens auf Varianzen spezieller Codedetektoren (*Eissfeller, 1997*)

Detektortyp	Allgemeine Varianz	Varianz in eingeschw. Zustand
-------------	--------------------	-------------------------------

Costas- Phasendetektor	$2 \frac{S}{N_0} TR^2(\Delta\tau) + 1$	$2 \frac{S}{N_0} T + 1$
Tangens- Phasendetektor	$\frac{1 + 2 \frac{S}{N_0} TR^2(\Delta\tau) \cos^2(\Delta\Theta) + \left(2 + \frac{S}{N_0} TR^2(\Delta\tau) \cos^2(\Delta\Theta)\right) \tan^2(\Delta\Theta)}{4 \left(\frac{S}{N_0}\right)^2 T^2 R^4(\Delta\tau) \cos^4 \Delta\Theta}$	$\frac{N_0}{2ST} \left(1 + \frac{N_0}{2ST}\right)$

Tabelle 3.2.8-2: Auswirkungen des thermischen Rauschens auf Varianzen spezieller Phasendetektoren (Eissfeller, 1997)

In *Eissfeller (1997)* wurden durch thermisches Rauschen verursachte Varianzen auf Code- und Phasenmessung abgeleitet. Folgende Tabellen 3.2.8-1 und 3.2.8-2 enthalten die resultierenden Varianzen für verschiedene Code- und Phasendetektoren:

3.3 Modellbildung zur Positionierung

Zur Beschreibung eines dynamischen Systems bietet sich das sogenannte (kontinuierliche oder diskrete) Kalman-Filter (*Bierman, 1994; Brammer und Siffing, 1994; Minkler und Minkler, 1993; Gelb, 1992*) an. In der Praxis wird der Fall des diskreten Kalman-Filters angewandt, da jeweils neue Informationen zu diskreten Meßzeitpunkten vorliegen. Der Vorteil gegenüber einer einfachen sequentiellen Ausgleichung liegt darin, daß auch die Systemdynamik entsprechend berücksichtigt werden kann.

Um Positionsgenauigkeiten im Submeterbereich zu erreichen ist eine Eliminierung der unter 3.2 beschriebenen Störeinflüsse notwendig. In der Geodäsie sind hierzu schon seit langem Differenzverfahren bekannt. Diese lassen sich auch bei Satellitennavigation gut anwenden. Der Grundgedanke ist dabei, daß gemeinsame Fehleranteile, die unterschiedliche Messungen gleichermaßen beeinflussen, bei Differenzbildung bis auf geringe Restfehler eliminiert werden können, wobei allerdings weißes Rauschen in den Messungen verstärkt wird. Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung eines Kalman-Filters ist die Linearität (oder wenigstens die Linearisierbarkeit) des betrachteten Systems. Da die unbekannten Statuskomponenten in den Beobachtungsgleichungen nicht linear auftreten, muß zunächst eine Linearisierung der Beobachtungsgleichungen durchgeführt werden.

3.3.1 Diskretes Kalman-Filter

Zur Modellierung des Verhaltens eines dynamischen Systems kann ein Kalman-Filter implementiert werden. Die typischen Systemgleichungen des diskreten Kalman-Filters lauten:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \Phi_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (3.3.1-1)$$

wobei

- \mathbf{x}_k System-Statusvektor zur Epoche k ,
- \mathbf{w}_k Prozeßrauschen zur Epoche k ,
- \mathbf{y}_k Beobachtungsvektor,

v_k Meßrauschen zur Epoche k ,
 Φ_k nicht singuläre Transitionsmatrix,
 G_k systembezogene Rausch-Eingangsmatrix,
 H_k Designmatrix,
 mit $E(w_k w_k^T) = Q_k$ und $E(v_k v_k^T) = R_k$ ist.

Formeln für die zeitliche Aufdatierung des Filters sind (z. B. *Bierman, 1994*):

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^- &= \Phi_k \hat{x}_{k-1} \\ P_k^- &= \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + G_{k-1} Q_{k-1} G_{k-1}^T\end{aligned}\quad (3.3.1-2)$$

Formeln für die Aufdatierung in bezug auf neue Messungen:

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_k^- \\ K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}\end{aligned}\quad (3.3.1-3)$$

wobei

P_k^- a priori Fehler-Kovarianzmatrix,
 K_k Kalman-Gain-Matrix,
 \hat{x}_k^- Schätzung für x_k aufgrund der Messungen y_1 bis y_{k-1} ,
 Q_k Kovarianzmatrix des Prozeßrauschens $Q_k = E(w_k w_k^T)$,
 R_k Kovarianzmatrix des Meßrauschens $R_k = E(v_k v_k^T)$.

Der Systemstatusvektor enthält die drei Positionskomponenten, im Fall von einfachen Differenzen den kombinierten Uhrfehler, und die (einfach oder doppelt differenzierten) Trägerphasenmehrfachdeutigkeiten. Je nach Modellierung können Geschwindigkeits- und Beschleunigungskomponenten in den Systemstatus aufgenommen werden. Im Fall einer ausschließlichen GPS-Positionierung sind höhere Dynamikkomponenten nicht beobachtbar und daher im Filter eher störend.

Letztere sind erst bei der Integration weiterer Sensoren wie beispielsweise INS-Geräten („Inertial Navigation System“) sinnvoll. In der vorliegenden Arbeit liegt das Hauptaugenmerk auf GPS und der Integration mit GLONASS bzw. Pseudolites. Eine weitere Betrachtung der GPS/INS-Integration würde den Rahmen der Arbeit sprengen. Daher sei hier nur kurz auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen (*Greenspan, 1996*).

3.3.2 Positionierung mit einfachen Differenzen

Ausgangspunkt sind die um die Hauptfehlerquellen erweiterten Beobachtungsgleichungen für die Code- und Trägerphasenmessung, die in (3.3.2-1) und (3.3.2-2) noch einmal angegeben sind:

$$R_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb,r}^i + \delta_{SA,r}^i + \delta_{MP,R,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \varepsilon_r^i \quad (3.3.2-1)$$

$$\lambda \Phi_r^i = \rho_r^i + \lambda N_r^i + \delta_r - \delta^i - \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb,r}^i + \delta_{SA,r}^i + \delta_{MP,\Phi,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \nu_r^i \quad (3.3.2-2)$$

Prinzipiell bestehen mehrere Möglichkeiten, eine Differenz der unterschiedlichen Messungen zu bilden:

- Empfängerdifférenz (Operator: Δ)
- Satellitendifférenz (Operator: ∇)
- Zeitdifférenz (Operator: δ)

In diesem Abschnitt wird nur auf die Empfängerdifférenz eingegangen. Die weiteren Differenzverfahren werden in den folgenden Abschnitten behandelt.

Bei der klassischen Einfach-Différenz-Positionierung wird eine differentielle Positionierung relativ zu einer bekannten Referenzstation (Empfängerdifférenz) durchgeführt. Nach Differenzierung entsprechender Messungen gilt mit den Indizes r für den Referenzempfänger und s für den Nutzerempfänger und der Definition:

$$\Delta \bullet_{rs} = \bullet_r - \bullet_s \quad (3.3.2-3)$$

die Formel

$$\Delta R_{rs}^i = R_r^i - R_s^i = \Delta \rho_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \tau_{ion,rs}^i + \Delta \tau_{trop,rs}^i + \Delta \delta_{orb,rs}^i + \Delta \delta_{SA,rs}^i + \Delta \delta_{MP,R,rs}^i + \Delta \delta_{PZ,rs}^i + \Delta \epsilon_{rs}^i \quad (3.3.2-4)$$

Aus Gleichung (3.3.2-4) ist ersichtlich, daß der Satellitenuhrfehler eliminiert wurde, da er in beiden Messungen enthalten ist. Genau betrachtet gilt dies nur, wenn die gemessenen Empfangssignale exakt zur selben Satellitenzeit abgestrahlt wurden. Die Restfehler sind primär abhängig von der Stabilität der Satellitenuhr (erste und höhere zeitliche Ableitungen) und von der Differenz der Signallaufzeiten zu den beiden Empfängern, welche durch die Satellit-Empfänger-Geometrie gegeben ist. Nimmt man jedoch an, daß die Basislinie von Nutzer zu Referenzempfänger im Bereich bis zu etwa 100 km liegt, so ergibt sich eine Differenz der Abstrahlzeitpunkte am Satelliten von maximal 0.3 ms. Bei den üblichen Stabilitäten der GPS-Satellitenuhren (Rb-Frequenznormal) im Bereich von 10^{-11} s/s bis 10^{-12} s/s ergibt sich damit ein Restfehler in der Größenordnung von etwa 10^{-7} m.

Geht man weiterhin davon aus, daß die Distanz zwischen Nutzerempfänger und Referenzstation nicht größer als wenige zehn Kilometer ist, so kann ein nahezu identischer Ionosphäreneinfluß angenommen werden, d.h. $\Delta \tau_{ion,rs}^i = 0$. Auch der differentielle Orbitfehler sowie der differentielle S/A-Fehler können aufgrund der großen (und nahezu gleichen) Entfernung der Empfänger vom Satelliten als verschwindend klein angenommen werden: $\Delta \delta_{orb,r,s}^i = \Delta \delta_{SA,rs}^i = 0$.

Der Troposphäreneinfluß ist ebenfalls räumlich korreliert, darf aber nur vernachlässigt werden, wenn die Höhe beider Empfänger in etwa gleich ist. Der Troposphärenrestfehler darf dann vernachlässigt werden. Im Falle unterschiedlicher Empfängerhöhen, muß der unterschiedliche Einfluß durch aktuelle Wetterdaten und/oder ein Modell (s. 3.2.2) reduziert werden.

Unter Berücksichtigung dieser Voraussetzungen und bei Vernachlässigung des Mehrwegfehlers sowie der Antennenphasenzentren, vereinfacht sich (3.3.2-4) zu:

$$\Delta R_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \epsilon_{rs}^i \quad (3.3.2-5)$$

Geht man davon aus, daß beide beteiligten Empfänger ein satellitenunabhängiges Rauschen von

$$\text{Var}(R_r^i) = \varepsilon_r^i = \text{Var}(R_s^i) = \varepsilon_s^i = \varepsilon \quad (3.3.2-6)$$

auf der Codemessung haben, so ist auch der zweite Nachteil (neben der Notwendigkeit einer Referenzstation mit bekannten Koordinaten) der Differenzbildung offensichtlich:

$$\text{Var}(\Delta R_{rs}^i) = \text{Var}(\Delta \varepsilon_{rs}^i) = \text{Var}(\varepsilon_r^i) + \text{Var}(\varepsilon_s^i) = 2\text{Var}(\varepsilon) \quad (3.3.2-7)$$

D.h. die Meßgenauigkeit der differentiellen Codemessung ist doppelt so hoch wie die Meßgenauigkeit der einfachen Codemessung.

Analog zu (3.3.2-5) erhält man für die Trägerphasenmessung aus (3.3.2-2):

$$\lambda \Delta \Phi_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i + \lambda \Delta N_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \nu_{rs}^i \quad (3.3.2-8)$$

Bei der Positionierung nach dem Einfach-Differenzmodell hat man nichtlineare Gleichungen vom Typ (3.3.2-5) und (3.3.2-8), die nach den unbekannten Nutzer-Empfängerkoordinaten (enthalten jeweils im Term $\Delta \rho_{rs}^i$ der rechten Seite) und kombinierten Empfängeruhrfehler $\Delta \delta_{rs}$ aufgelöst werden müssen. Bei der Trägerphasenmessung ist zudem die unbekannte Mehrdeutigkeit ΔN_{rs}^i zu schätzen.

Zur Implementierung eines Kalman-Filters müssen die Beobachtungsgleichungen nach den unbekannten Systemstatuskomponenten linearisiert werden. Die Gleichungen (3.3.2-5) und (3.3.2-8) für die Positionierung mittels einfacher Differenzen enthalten implizit auf der rechten Seite die drei unbekannten Empfängerkoordinaten:

$$\rho_r^i = \sqrt{(x^i - x_r)^2 + (y^i - y_r)^2 + (z^i - z_r)^2} \quad (3.3.2-9)$$

Hierin sind (x^i, y^i, z^i) die WGS-84-Koordinaten des Satelliten i , und (x_r, y_r, z_r) die unbekannten Koordinaten des Nutzerempfängers r . Die Koordinaten der Referenzstation können als konstant und bekannt vorausgesetzt werden. Es genügt also, den Differenzterm $\Delta \rho_{rs}^i$ als Funktion $\Delta \rho_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i(x_r, y_r, z_r) = \rho_r^i(x_r, y_r, z_r) - \rho_s^i$ (mit ρ_s^i bekannt und konstant) zu betrachten.

Die Entwicklung von (3.3.2-9) in eine Taylor-Reihe um einen Startpunkt (x_0, y_0, z_0) ermöglicht unter Vernachlässigung von Termen mit Ordnung 2 oder höher folgende Linearisierung:

$$\rho_r^i(x_r, y_r, z_r) = \rho_r^i(x_0, y_0, z_0) - \frac{x^i - x_r}{\rho_r^i} dx - \frac{y^i - y_r}{\rho_r^i} dy - \frac{z^i - z_r}{\rho_r^i} dz + v \quad (3.3.2-10)$$

wobei v für die vernachlässigbaren Terme höherer Ordnung steht. Mit Hilfe dieser Linearisierung kann das nichtlineare Gleichungssystem (bestehend aus Gleichungen der Form (3.3.2-5) und (3.3.2-8) in ein lineares Gleichungssystem mit den Unbekannten dx , dy , dz , und $\Delta \delta_{rs}$ sowie den einfach differenzierten Mehrdeutigkeiten ΔN_{rs}^i überführt werden. Dieses kann dann durch die Anwendung eines Kalman-Filters gelöst werden.

Im Falle eines Kalman-Filters sieht eine mögliche Definition des Statusvektors (ohne Ableitungen der Positionskomponenten, d.h. Geschwindigkeit, Beschleunigung, Ruck, etc.) wie folgt aus:

$$x = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \\ \Delta\delta_{rs} \\ \Delta N_{rs}^1 \\ \vdots \\ \Delta N_{rs}^n \end{pmatrix} \quad (3.3.2-11)$$

Die Zahl n steht dabei für die Anzahl der sichtbaren Satelliten.

Die zugehörige Designmatrix hat entsprechend folgendes Aussehen:

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{x^1 - x_r}{\rho_r^1} & -\frac{y^1 - y_r}{\rho_r^1} & -\frac{z^1 - z_r}{\rho_r^1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\frac{x^n - x_r}{\rho_r^n} & -\frac{y^n - y_r}{\rho_r^n} & -\frac{z^n - z_r}{\rho_r^n} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{x^1 - x_r}{\rho_r^1} & -\frac{y^1 - y_r}{\rho_r^1} & -\frac{z^1 - z_r}{\rho_r^1} & 1 & \lambda & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \\ -\frac{x^n - x_r}{\rho_r^n} & -\frac{y^n - y_r}{\rho_r^n} & -\frac{z^n - z_r}{\rho_r^n} & 1 & 0 & & \lambda \end{pmatrix} \quad (3.3.2-12)$$

Die ersten n Zeilen der Matrix stehen für die Codebeobachtungen, die unabhängig von der jeweiligen Trägerphasenmehrdeutigkeit sind. Die zweiten n Zeilen stehen für die Phasenbeobachtungen. In den Termen der Spalten eins bis drei tauchen die unbekannten Empfängerkoordinaten x_r , y_r und z_r bereits auf. Zur Berechnung dieser Matrixeinträge genügt es, eine grobe Näherungsposition des Nutzerempfängers anzunehmen.

Der Uhrfehler wird hier (siehe auch Gleichungen (3.3.2-5) und (3.3.2-8)) in Längeneinheiten geschätzt. Eine einfache Umskalierung der vierten Spalte der Designmatrix (3.3.2-12) ermöglicht eine Schätzung des Uhrfehlers in Zeiteinheiten.

3.3.3 Positionierung mit doppelten Differenzen

Bei der Verwendung doppelt differenzierter Beobachtungsgleichungen (eine Empfänger- und eine Satellitendifferenz) nutzt man den Vorteil, daß der unbekannte kombinierte Empfänger-Uhrfehler eliminiert wird. Aus den Gleichungen (3.3.1-5) und (3.3.1-8) folgen bei Einführung der abkürzenden Schreibweise

$$\nabla \bullet^i = \bullet^i - \bullet^j \quad (3.3.3-1)$$

für die Bildung der Satellitendifferenzen die Beobachtungsgleichungen:

$$\nabla \Delta R_{rs}^j = \nabla \Delta \rho_{rs}^j + \nabla \Delta \epsilon_{rs}^j \quad (3.3.3-2)$$

$$\lambda \nabla \Delta \Phi_{rs}^j = \nabla \Delta \rho_{rs}^j + \lambda \nabla \Delta N_{rs}^j + \nabla \Delta v_{rs}^j \quad (3.3.3-3)$$

Wiederum wurde eine nicht allzu große Distanz zwischen Referenzstation und Nutzerempfänger sowie eine vernachlässigbare kombinierte Uhrendrift vorausgesetzt.

Der Nachteil der doppelt differenzierten Beobachtungsgleichungen ist neben der Verstärkung des Meßrauschens auch ihre Korrelation (z.B. *Hofmann-Wellenhof et al., 1992, S. 166ff*). Will man mit unkorrelierten Beobachtungen arbeiten, so werden pro Gleichung zwei nicht anderweitig in die Berechnungen eingehende Satelliten benötigt.

Der klassische Ansatz jedoch ist, den „besten“ (zumeist höchststehenden) Satelliten als „Referenzsatelliten“ auszuwählen, und die Satellitendifferenzen jeweils bezüglich dieses Satelliten zu rechnen.

In der Praxis erhält man durch die Positionierung über doppelt differenzierte Beobachtungsgleichungen ein besseres Ergebnis als bei einfacher Differenzierung. Der Grund dafür liegt im ständig variierenden kombinierten Empfängeruhrfehler der einfachen Differenzen. Würden die Gleichungssysteme durch eine einfache Ausgleichung gelöst, so wären die Ergebnisse äquivalent. Tatsächlich verwendet man in der Praxis jedoch üblicherweise einen Kalman-Filter, bei dem Messungen sequentiell abgearbeitet werden. Die Sensibilität des Kalman-Filters gegenüber nicht-konstanten Schätzgrößen ist der Grund der Nicht-Äquivalenz beider Auswertungen.

Wie im Fall der einfach differenzierten Beobachtungen muß der die unbekannten Positionskomponenten enthaltende Term

$$\nabla \rho_r^j = \sqrt{(x^j - x_r)^2 + (y^j - y_r)^2 + (z^j - z_r)^2} - \sqrt{(x^j - x_r)^2 + (y^j - y_r)^2 + (z^j - z_r)^2} \quad (3.3.3-4)$$

linearisiert werden. Dies geschieht mittels:

$$\begin{aligned} \nabla \rho_r^j(x_r, y_r, z_r) &= \nabla \rho_r^j(x_0, y_0, z_0) \\ &\quad - \left(\frac{x^j - x_r}{\rho_r^j} - \frac{x^j - x_r}{\rho_r^j} \right) dx - \left(\frac{y^j - y_r}{\rho_r^j} - \frac{y^j - y_r}{\rho_r^j} \right) dy - \left(\frac{z^j - z_r}{\rho_r^j} - \frac{z^j - z_r}{\rho_r^j} \right) dz + v \end{aligned} \quad (3.3.3-5)$$

wobei v wiederum für die vernachlässigbaren Terme höherer Ordnung steht.

Das Design des Kalman-Filters sieht somit wie folgt aus:

$$x = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \\ \nabla \Delta N_{rs}^1 \\ \vdots \\ \nabla \Delta N_{rs}^{n-1} \end{pmatrix} \quad (3.3.3-6)$$

Bei n gleichzeitig beobachtbaren Satelliten ergeben sich $n-1$ linear unabhängige Gleichungen und damit $n-1$ (korrelierte !) doppelt differenzierte Trägerphasenmehrdeutigkeiten. Der kombinierte Empfängeruhrfehler entfällt durch Bildung der Satellitendifferenzen.

Zur Bildung der Satellitendifferenzen ist es im allgemeinen üblich, einen speziellen (hochstehenden) Satelliten als „Referenzsatelliten“ auszuwählen, zu dem jeweils differenziert wird. Prinzipiell können beliebige Satellitendifferenzen ausgewählt werden, solange die lineare Unabhängigkeit der Meßgleichungen gewahrt bleibt, jedoch nimmt man bevorzugt einen hochstehenden Satelliten, da hier durch geringere atmosphärische Einflüsse ein besseres Signal erwartet werden kann als bei tiefer stehenden Satelliten.

Die zugehörige Designmatrix hat entsprechend folgendes Aussehen:

$$H = \begin{pmatrix} -\left(\frac{x^1 - x_r}{\rho_r^1} - \frac{x^n - x_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{y^1 - y_r}{\rho_r^1} - \frac{y^n - y_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{z^1 - z_r}{\rho_r^1} - \frac{z^n - z_r}{\rho_r^n}\right) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\left(\frac{x^{n-1} - x_r}{\rho_r^{n-1}} - \frac{x^n - x_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{y^{n-1} - y_r}{\rho_r^{n-1}} - \frac{y^n - y_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{z^{n-1} - z_r}{\rho_r^{n-1}} - \frac{z^n - z_r}{\rho_r^n}\right) & 0 & \dots & 0 \\ -\left(\frac{x^1 - x_r}{\rho_r^1} - \frac{x^n - x_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{y^1 - y_r}{\rho_r^1} - \frac{y^n - y_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{z^1 - z_r}{\rho_r^1} - \frac{z^n - z_r}{\rho_r^n}\right) & \lambda & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \\ -\left(\frac{x^{n-1} - x_r}{\rho_r^{n-1}} - \frac{x^n - x_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{y^{n-1} - y_r}{\rho_r^{n-1}} - \frac{y^n - y_r}{\rho_r^n}\right) & -\left(\frac{z^{n-1} - z_r}{\rho_r^{n-1}} - \frac{z^n - z_r}{\rho_r^n}\right) & 0 & & \lambda \end{pmatrix} \quad (3.3.3-7)$$

Die ersten $n-1$ Zeilen der Matrix stehen wiederum für die Codebeobachtungen, die unabhängig von der jeweiligen Trägerphasenmehrdeutigkeit sind. Die zweiten $n-1$ Zeilen stehen für die Phasenbeobachtungen. Es wurde aus Gründen der einfacheren Lesbarkeit angenommen, daß der ausgewählte Referenzsatellit den Index n trägt (dieses n repräsentiert Index j der allgemeinen Gleichungen (3.3.3-2) bis (3.3.3-4)).

Im Fall einer Positionierung mit doppelten Differenzen müssen bei jedem Wechsel des Referenzsatelliten auch der Zustandsvektor, sowie die Kovarianzmatrix des Kalman-Filters angepaßt werden. Unterteilt man den Systemstatusvektor in die unbekannten doppelt differenzierten Mehrdeutigkeiten N_k und andere Unbekannte a_k (Positionskomponenten etc.), so erhält man aus (3.3.1-1):

$$\begin{pmatrix} a_k \\ N_k \end{pmatrix} = \Phi_k \begin{pmatrix} a_{k-1} \\ N_{k-1} \end{pmatrix} + G_k w_k \quad (3.3.3-8)$$

Die Anwendung des Referenzsatellitenwechsels erfolgt nun über den Matrix-Operator (3.3.3-9):

$$S = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & S_N \end{pmatrix} \quad (3.3.3-9)$$

Dabei ist I eine Einheitsmatrix der Größe der Unbekannten im Teil x des Statusvektors, die nicht Mehrdeutigkeiten sind, und die 0 eine passende Nullmatrix ist. Ferner ist S_N wie folgt definiert:

$$S_N = \begin{pmatrix} 1 & & & -1 & & \\ & \ddots & & \vdots & & \\ & & 1 & -1 & & \\ & & & -1 & & \\ & & & -1 & 1 & \\ & & & \vdots & & \ddots \\ & & & -1 & & & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3.3-10)$$

Die -1 stehen in der Spalte, die dem neuen Referenzsatelliten entspricht. Die Statuskomponente, die der Mehrdeutigkeit des neuen Referenzsatelliten entsprach, wird durch die Mehrdeutigkeit für den alten Referenzsatelliten ersetzt.

Die Anpassung des Statusvektors des Filters erfolgt dann über die Gleichung (3.3.3-11):

$$\begin{pmatrix} a_k \\ N_k \end{pmatrix}_{\text{neu}} = S \begin{pmatrix} a_k \\ N_k \end{pmatrix}_{\text{alt}} \quad (3.3.3-11)$$

Neben dem Statusvektor muß auch die geschätzte Kovarianzmatrix transformiert werden. Dies erfolgt nach der üblichen Kovarianzfortpflanzung. In Matrixform geschrieben erhält man:

$$Q_{\text{neu}} = S Q_{\text{alt}} S^T \quad (3.3.3-12)$$

Diese Operationen sind problemlos möglich, wenn die Fehlerkovarianzmatrix vollständig vorliegt. Für den Fall, daß der Kalman-Filter (wie aus numerischen Gründen üblich) über eine UDU^T -Faktorisierung implementiert ist, ist bislang leider kein Algorithmus bekannt, der eine direkte Anpassung der U - und D -Faktoren vornimmt.

3.3.4 Geschwindigkeitsbestimmung aus Trägerphasen-Dreifachdifferenzen

Die hohe relative Genauigkeit der Trägerphasenmessung ermöglicht eine elegante und genaue Berechnung der Geschwindigkeit eines mobilen Nutzers. Dazu werden Epochendifferenzen der Trägerphasenbeobachtungen gebildet.

Bildet man mit der Definition des zeitlichen Differenzoperators

$$\delta \bullet(t_{k+1}, t_k) = \bullet(t_{k+1}) - \bullet(t_k) \quad (3.3.4-1)$$

eine Epochendifferenz der doppelt differenzierten Gleichung (3.3.3-3), so ergibt sich die Beobachtungsgleichung für Dreifach-Differenzen der Trägerphasen zu:

$$\delta \nabla \Delta \Phi_{rs}^j(t_{k+1}, t_k) = \frac{1}{\lambda} \delta \nabla \Delta \rho_{rs}^j(t_{k+1}, t_k) \quad (3.3.4-2)$$

Die Unbekannten in dieser Gleichung sind nur die drei Positionskoordinaten des bewegten Empfängers, die implizit im Term der rechten Seite enthalten sind (zugehöriger Index r). Die Mehrdeutigkeiten werden eliminiert, da sie zeitlich konstant sind. Läßt man allein die Terme auf der rechten Seite, welche die Unbekannten enthalten, so ergibt sich:

$$\lambda \delta \nabla \Delta \Phi_{rs}^j(t_{k+1}, t_k) + \nabla \Delta \rho_{rs}^j(t_k) + \nabla \rho_s^j(t_{k+1}) = \nabla \rho_r^j(t_{k+1}) \quad (3.3.4-3)$$

Hierbei wurde angenommen, daß die Position des bewegten Empfängers zum Zeitpunkt t_k bereits genau bekannt war. Mittels

$$f(x, y, z) = \nabla \rho_r^j(t_{k+1}) = \nabla \rho_r^j(x, y, z) \quad (3.3.4-4)$$

und Linearisierung von f mit Hilfe der bisherigen Näherungsposition x_0, y_0, z_0 zu erster Ordnung nach

$$f(x, y, z) = f(x_0, y_0, z_0) + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + v \quad (3.3.4-5)$$

wobei v als Abkürzung für die vernachlässigten Terme höherer Ordnung steht, erhält man ein lineares Gleichungssystem in drei Unbekannten, welches durch einfache Ausgleichung gelöst werden kann. Durch die Wahl

$$f(x_0, y_0, z_0) = \nabla \rho_r^j(t_k) \quad (3.3.4-6)$$

erhält man schließlich:

$$\lambda \delta \nabla \Delta \Phi_{rs}^j(t_{k+1}, t_k) + \delta \nabla \rho_s^j(t_{k+1}, t_k) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + v \quad (3.3.4-7)$$

Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ und $\frac{\partial f}{\partial z}$ von $f(x, y, z)$ wurden bereits in den Formeln (3.3.3-4) und (3.3.3-5) hergeleitet.

Teilt man die erhaltenen Verbesserungen dx, dy, dz durch das Zeitintervall $t_{k+1} - t_k$, so erhält man bei kleinen Zeitintervallen (im Sekundenbereich) eine gute Schätzung für die mittlere Geschwindigkeit des bewegten Empfängers. Der angegebene Algorithmus stellt daher eine ideale Methode zur Prädiktion der Nutzerposition im Kalman-Filter dar, wenn keinerlei Vorwissen über das kinematische Profil des Nutzers vorhanden ist und auch keine externe Geschwindigkeitsmessung über weitere Sensoren erfolgt.

Aus den Gleichungen (3.3.4-1) bis (3.3.4-7) ist erkennbar, daß zur Berechnung der Geschwindigkeit nach obigen Algorithmus die Trägerphasenmehrdeutigkeiten nicht bekannt sein müssen. Das bedeutet insbesondere, daß keine Fixierung der Mehrdeutigkeit vorausgehen muß, um die hohe Phasengenauigkeit für die Geschwindigkeit auszunützen. Lediglich die Näherungsposition des Nutzers sollte auf wenige Meter genau bekannt sein.

3.3.5 Codeglättung mit Trägerphasen

Ausgehend von den beiden Beobachtungsgleichungen (3.3.2-1) und (3.3.2-2) ist es möglich, unter Vernachlässigung des Ionosphärenterms und unter der Annahme, daß keine Phasensprünge im Signal vorhanden sind, Codemessungen unabhängig von dynamischen Bedingungen des mobilen Nutzers von einem Zeitpunkt t_{k-1} zu einem anderen Zeitpunkt t_k zu propagieren:

$$R'_{sm,r}(t_k) = w_k R'_r(t_k) + (1 - w_k) [R'_{sm,r}(t_{k-1}) + \lambda (\Phi'_r(t_k) - \Phi'_r(t_{k-1}))] \quad (3.3.5-1)$$

wobei w_k ein zeitabhängiger Gewichtungsfaktor ist. Für die erste Epoche wird $w_1 = 1$ gewählt, so daß das volle Gewicht auf die Codemessung fällt. In den folgenden Epochen kann w_k sukzessive erniedrigt werden. *Lachapelle et al. (1986)* schlagen eine Reduktion von w_k um die Konstante 0.01 vor. Nach 100 Epochen geht somit nur noch die geglättete Pseudorange in die Auswertung ein, nicht aber die neue rohe Codemessung. *Hatch (1982)* schlägt als Gewicht $w_k = 1 / (1+k)$ vor. Dies führt dazu, daß die geglättete Pseudorange dem arithmetischen Mittel der Codemessungen entspricht. *Landau und Vollath (1994)* zeigten jedoch, daß der dadurch entstehende Filter kein Optimalfilter im Sinne minimierter Varianzen ist, da die Trägerphasenbeobachtungen ebenfalls durch Rauschen behaftet sind. Bezeichnet man mit σ_R die als konstant angenommene Varianz der Codemessung, mit $\sigma_{sm,k}$ die Varianz der geglätteten Pseudorange, und mit $\sigma_{\Delta\Phi}$ die Varianz der differenzierten Trägerphasenmessung, so ergibt sich aus der Bedingung der minimalen Varianz für die geglättete Pseudorange für den Gewichtungsfaktor w_k die folgende Formel

$$w_k = \frac{\sigma_{sm,k-1} + \sigma_{\Delta\Phi}}{\sigma_{sm,k-1} + \sigma_R + \sigma_{\Delta\Phi}} \quad (3.3.5-2)$$

Im Gegensatz zum *Hatch*-Filter sinkt die Varianz der geglätteten Pseudorange damit kontinuierlich. Es kann gezeigt werden, daß der *Hatch*-Filter identisch mit dem Optimalfilter ist, wenn exakte Trägerphasenmessungen ohne Rauschen angenommen werden.

Durch die Codeglättung werden hochfrequente Rauschanteile der Messungen gedämpft. Der Nachteil der Codeglättung ist jedoch, daß systematische Effekte beibehalten werden. Daher ist die Wahl des Gewichtungsfaktors w_k bei der Codeglättung durchaus als kritischer Parameter anzusehen. Wird der Gewichtungsfaktor w_k für neue Codemessungen zu gering angesetzt, so werden systematische Fehler älterer Messungen längere Zeit beibehalten. Ist der Gewichtungsfaktor dagegen zu groß, so ist die Dämpfung der hochfrequenten Rauschanteile schwächer. Zu lange Glättungszeiten (d.h. zu klein gewählte w_k) führen über längere Zeit zu einem systematischen Fehler, der durch den vernachlässigten Ionosphärenterm verursacht wird. In der Praxis ist es daher notwendig, ein minimales Gewicht $w_{k,min}$ festzulegen, um den systematischen Fehler klein und den Filter adaptiver zu halten. Dies wird häufig erreicht, indem im *Hatch*-Filter die Glättungskonstante k nach oben durch einen Wert k_{max} (beispielsweise durch die Werte 150 oder 300) beschränkt wird.

Im Fall, daß die Ionosphäre aus Zweifrequenzmessungen bestimmt wurde, ist es auch möglich, den Ionosphärenterm zu berücksichtigen. Es ergibt sich die Formel

$$R_{sm,r}^i(t_k) = w_k R_r^i(t_k) + (1 - w_k) [R_{sm,r}^i(t_{k-1}) + \lambda (\Phi_r^i(t_k) - \Phi_r^i(t_{k-1})) + (\tau_{ion}(t_k) - \tau_{ion}(t_{k-1}))] \quad (3.3.5-3)$$

Da die unbekannten Trägerphasenmehrdeutigkeiten zeitlich konstant sind, werden sie bei zeitlicher Differenzbildung eliminiert. Der differentielle Ionosphärenterm kann daher allein aus Trägerphasenmessungen auf beiden Frequenzen relativ genau bestimmt werden.

Vernachlässigt man weißes Rauschen in der Beobachtungsgleichung für Trägerphasen (3.3.2-2), so gilt für die Differenz der Phasenmessungen auf L_1 und L_2 :

$$\lambda_1 \Phi_1(t_k) - \lambda_2 \Phi_2(t_k) = \lambda_1 N_1 + \tau_{ion,1}(t_k) - \lambda_2 N_2 - \tau_{ion,2}(t_k) \quad (3.3.5-4)$$

Aufgrund der zeitlichen Konstanz von N_1 und N_2 gilt für eine zeitliche Differenz:

$$\lambda_1 \Phi_1(t_k) - \lambda_2 \Phi_2(t_k) - \lambda_1 \Phi_1(t_{k-1}) + \lambda_2 \Phi_2(t_{k-1}) = \tau_{ion,1}(t_k) - \tau_{ion,2}(t_k) - \tau_{ion,1}(t_{k-1}) + \tau_{ion,2}(t_{k-1}) \quad (3.3.5-5)$$

Wegen der Gültigkeit von

$$f_1^2 \tau_{ion,1}(t_k) = f_2^2 \tau_{ion,2}(t_k) \quad (3.3.5-6)$$

für alle t_k , folgt schließlich

$$\tau_{ion,1}(t_k) - \tau_{ion,1}(t_{k-1}) = \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} (\lambda_1 \Phi_1(t_k) - \lambda_2 \Phi_2(t_k) - \lambda_1 \Phi_1(t_{k-1}) + \lambda_2 \Phi_2(t_{k-1})) \quad (3.3.5-7)$$

sowie

$$\tau_{ion,2}(t_k) - \tau_{ion,2}(t_{k-1}) = \frac{f_1^2}{f_2^2 - f_1^2} (\lambda_1 \Phi_1(t_k) - \lambda_2 \Phi_2(t_k) - \lambda_1 \Phi_1(t_{k-1}) + \lambda_2 \Phi_2(t_{k-1})) \quad (3.3.5-8)$$

Obwohl der absolute Wert des Ionosphärenterms nur vage und die Mehrdeutigkeiten nicht bekannt sind, kann die differentielle Veränderung des Terms mit hoher Genauigkeit aus den Trägerphasenmessungen zu zwei Frequenzen bestimmt werden. Diese Information kann genutzt werden, um eine „ionosphärisch bereinigte“ Codeglättung durchzuführen.

4 Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten

Die schnelle, robuste und zuverlässige Bestimmung der Mehrdeutigkeiten („Ambiguitäten“) der Trägerphasenmessungen bildet den Schlüssel, um Zentimetergenauigkeiten in Echtzeit zu erzielen. Die Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten in der Bewegung („ambiguity resolution on-the-fly“) ist daher ein wesentliches Herzstück der hochgenauen Satellitennavigation. Wurden die zeitlich konstanten Mehrdeutigkeiten einmal bestimmt, so ist ab diesem Zeitpunkt eine zentimetergenaue Positionierung möglich. Notwendig ist die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten also in Fällen, in denen ein Ranging-Signal neu akquiriert wurde oder zwischenzeitlich verloren wurde (bei einem Ausrasten der PLL im Empfänger). Da man mit einer Fixierung der Mehrdeutigkeiten gewöhnlich die simultane Bestimmung aller Mehrdeutigkeiten bezeichnet, spricht man auch von der Bestimmung der Mehrdeutigkeitskombination.

Generell läßt sich die Bestimmung der Ambiguitäten in zwei wesentliche Teilprobleme zerlegen: das *Auffinden* der korrekten Mehrdeutigkeitskombination, und die *Validierung* der korrekten Mehrdeutigkeitskombination.

Für das erste Teilproblem wurden in den letzten Jahren zahlreiche effiziente Methoden entwickelt, die auch in kinematischen Fällen und in Echtzeit anwendbar sind (*Hatch, 1989; Frei und Beutler, 1990; Euler und Landau, 1992; Ober, 1993; Abidin, 1993; Chen, 1994; Teunissen, 1994*). Im Unterkapitel 4.2 wird genauer auf diese Methoden eingegangen. Das Auffinden der korrekten Mehrdeutigkeitskombination kann als rein mathematisches Optimierungsproblem angesehen werden. Aufgrund der Ganzzahligkeit der Mehrdeutigkeitskombination ist es jedoch ein diophantisches Problem, so daß die Lösung nicht in geschlossener Form darstellbar ist. Der übliche Ansatz ist daher, im Mehrdeutigkeitsraum der Beobachtungen eine möglichst effiziente Suche durchzuführen, indem verschiedene Kombinationen auf ihre Residuen getestet werden.

Das zweite Teilproblem, die Validierung der Mehrdeutigkeiten, beruht auf statistischen Tests, die durchgeführt werden, um entscheiden zu können, ob die gefundene Kombination auch tatsächlich die korrekte Kombination ist. Ganz wesentlich hierbei ist eine gute Modellierung der Flugzeug- (bzw. Fahrzeug-) Dynamik in einem Kalman-Filter. Durch zu große systematische Effekte kann nicht nur eine falsche Mehrdeutigkeitskombination gefunden, sondern unter Umständen sogar als korrekt klassifiziert (validiert) werden. Derartige Fehler wirken sich auf die Positionsberechnung aus, und sind in kinematischen Fällen nicht leicht aufzudecken. In der Praxis hat die berechnete Position eine leicht driftende Ablage gegenüber der korrekten Position. Die Drift wird dabei durch die sich langsam ändernde Satelliten-Nutzer-Geometrie verursacht. Auf die Validierung der Mehrdeutigkeiten wird im Unterkapitel 4.3 eingegangen.

Eine wesentliche Vereinfachung beider Teilprobleme kann durch Berücksichtigung zusätzlicher externer Bedingungen (Stützung durch andere Sensoren oder beispielsweise durch zusätzliche a-priori-Information über das Bewegungsprofil des mobilen Nutzers) erreicht werden. Hinsichtlich der Integration mit weiteren Sensoren bieten sich INS-Geräte (Inertiale Navigationssysteme) an (*Hein et al., 1988; Eissfeller, 1989; Eissfeller und Spietz, 1989; Schwarz et al., 1994; Da, 1997*). Im speziellen Anwendungsfall der Lagebestimmung mittels GPS ergibt sich ein vereinfachtes Problem der Mehrdeutigkeitsbestimmung durch die normalerweise bekannte Basislänge (z.B. *Sutton, 1997*).

Weitere Spezialanwendungen können das Problem ebenfalls vereinfachen, so zum Beispiel Netzwerkinformation aus drei oder mehreren Empfängern. Der Informationsgewinn ist hier jedoch bedingt durch die Mehrzahl an Unbekannten nicht allzu groß (*Teunissen, 1997*).

Auf die unterstützende Nutzung von GLONASS und dem damit verbundenen Frequenzproblem für die Auswertung mit doppelt differenzierten Beobachtungsgleichungen wird im Kapitel 5 (Stützung des Systems durch GLONASS) genauer eingegangen.

4.1 Statische Mehrdeutigkeitsbestimmung

Die ersten Methoden zur Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten zielten darauf ab, eine statische Basislinie genau zu bestimmen. Damals war noch nicht daran gedacht, daß diese hochgenaue Auswertemethode in der Kinematik und in Echtzeit anwendbar sein könnte.

Diese ersten Ansätze basierten auf langen Beobachtungszeiträumen (ca. 20-40 min und länger), um durch geeignete Filterung so nahe an die korrekte Position zu kommen, daß die Mehrdeutigkeiten einfach durch Rundung auf den nächsten ganzzahligen Wert korrekt fixiert werden konnten. Sie beruhen auf der Ausnutzung der Geometrieänderung innerhalb des Beobachtungszeitraums. Der grundlegende Ansatz dazu wird in Abschnitt 4.1.1 erläutert.

Neben der hochgenauen Bestimmung einer unbekannten Position aus der Bestimmung der Mehrdeutigkeiten spielt auch der umgekehrte Fall, nämlich die Berechnung der unbekannten Mehrdeutigkeiten aus bekannten Positionen, in der Praxis eine wichtige Rolle. Auf diesen Fall wird im Unterabschnitt (4.1.2) kurz eingegangen.

Ein weiterer unter 4.1.3 beschriebener Ansatz nützt die unterschiedlichen Abhängigkeiten der Meßgrößen von Antennenposition und Empfänger aus. Durch einen Antennentausch können so die Mehrdeutigkeiten berechnet werden (*Hofmann-Wellenhof und Remondi, 1988*).

Schließlich ist die von *Counselman und Gourevitch (1981)* vorgeschlagene „Ambiguity-Function-Method“ (AFM) prinzipiell zu den statischen Methoden zu rechnen. Auf diese wird schließlich unter 4.1.4 eingegangen.

4.1.1 Geometrische Methode zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten

Die wohl älteste Methode zur Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten beruht auf der zeitlichen Änderung der Satellitengeometrie. Der unbekannte Mehrdeutigkeitsterm ist zeitlich konstant und kann daher bei längeren Beobachtungszeiten als einzelner Entfernungsbias aus einer Doppler-Lösung geschätzt werden. Prinzipiell ist der Ansatz auch im kinematischen Fall anwendbar, die langen notwendigen Beobachtungszeiten limitieren die Anwendungen jedoch auf wenige Spezialfälle. Daher wird der Ansatz hier als statischer Ansatz angeführt.

Die geometrische Methode zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten funktioniert nur, wenn die Geometrieänderung groß ist, so daß im Normalfall längere Beobachtungszeiten (ca. 30 min oder mehr) notwendig sind. Die Vor- und Nachteile können nach *Seeber (1993)* wie folgt zusammengefaßt werden:

Vorteile der geometrischen Methode:

- einfache und klare Modellierung
- funktioniert bereits mit wenigen Satelliten
- anwendbar bei kurzen, langen und sehr langen Basislinien
- ergibt schnell erste Näherungswerte

Nachteile der geometrischen Methode:

- lange Beobachtungszeiten notwendig
- beeinflusst von nicht-modellierten Störeffekten
- kein a priori Gebrauch des Wissens über die Ganzzahligkeit der Mehrdeutigkeiten
- sensitiv gegenüber nicht erkannten Phasensprüngen

Die langen Beobachtungszeiten sind der Hauptnachteil. Im kinematischen Anwendungsfall kann eine schnelle Änderung der „Satellitengeometrie“ erreicht werden, indem zusätzlich Pseudolites verwendet werden.

Diese Idee wurde beispielsweise im sog. „Bubble-Concept“ der Stanford University aufgegriffen (Cohen *et al.*, 1993a; Cohen *et al.*, 1993b). Zwei mit niedriger Signalstärke sendende PLs werden dabei vor jeder Landebahn installiert. Während des Landeanfluges des Nutzers durch die PL-„Bubbles“ kurz vor dem Aufsetzen soll die sich stark ändernde Geometrie die Mehrdeutigkeitslösung ermöglichen. Der hier betrachtete Ansatz hat jedoch eine Reihe von Nachteilen, die eine operationelle Realisierung des Konzeptes unmöglich machen (Anzahl benötigter PL pro Flughafen, Kürze der für die PL-Akquisition und Mehrdeutigkeitsfixierung zur Verfügung stehenden Zeit, Robustheit der Lösung, etc.).

4.1.2 Berechnung der Mehrdeutigkeiten aus bekannten Positionen

Vorgegebene genaue Positionsinformationen machen eine direkte Berechnung der Mehrdeutigkeiten möglich. In der Praxis sind solche Fälle vor allem in der Geodäsie durchaus zu finden. Beispiele für derartige Anwendungen sind Vermessungen an Staudämmen oder nach Erdbeben oder Hangrutschungen, wo höchste Genauigkeiten (im Millimeterbereich) erreicht werden sollen. Für solche geodätische Auswertungen ist die Mehrdeutigkeitsbestimmung durch die gegebene Vorinformation nur ein nebensächliches Problem. Das Hauptproblem besteht hier darin, restliche Störeffekte auf den Trägerphasenmessungen so weit zu unterdrücken, daß die geforderten Genauigkeiten erreicht werden.

Die Grundlage der Berechnung der Mehrdeutigkeiten bildet die übliche doppelt differenzierte Beobachtungsgleichung für Trägerphasen (3.3.3-3), die hier zur leichteren Lesbarkeit nochmals angegeben ist:

$$\nabla\Delta\Phi_{rs}^{ij} = \nabla\Delta\rho_{rs}^{ij} + \nabla\Delta N_{rs}^{ij} + \nabla\Delta\nu_{rs}^{ij} \quad (4.1.2-1)$$

Vernachlässigt man das als weiß angenommene Systemrauschen, so sind die einzigen Unbekannten in dieser Gleichung die Mehrdeutigkeitsterme $\nabla\Delta N_{rs}^{ij}$, die somit direkt bestimmt werden können. In den hier betrachteten Anwendungsfällen kommt es wesentlich auf die Handha-

bung des Rauschtermes $\nabla\Delta v_{rs}^{ij}$ an, der in der Regel auch systematische Effekte, wie Mehrwegeeffekte, atmosphärische Resteffekte oder Variationen der Antennenphasenzentren enthält.

Da die Zielstellung in dieser Arbeit eine Lösung des Mehrdeutigkeitsproblems sowie eine hochgenaue Positionsbestimmung ohne genaue Vorkenntnisse über die unbekannte Nutzerposition erfordert, wird hier nicht genauer auf diesen Anwendungsfall eingegangen. Statt dessen sei verwiesen auf *Hein und Riedl (1994)* sowie *Frei et al. (1993)*.

4.1.3 Bestimmung der Mehrdeutigkeiten durch Antennentausch

Der Ansatz, die Trägerphasenmehrdeutigkeiten durch einen Antennentausch zu bestimmen, geht auf *Hofmann-Wellenhof und Remondi (1988)* zurück. Die Idee besteht darin, die positionsabhängigen Größen von den antennenabhängigen Größen zu trennen. Als Ausgangsbasis dient wiederum die doppelt differenzierte Trägerphasenbeobachtungsgleichung (3.3.3-3) bzw. (4.1.2-1).

Wie aus der Gleichung erkennbar ist, ist der doppelt differenzierte Entfernungsterm von der Position der beiden Antennen abhängig, während die doppelt differenzierte Mehrdeutigkeit von den Akquirierungszeitpunkten der Empfänger abhängt. Die zeitliche Konstanz der involvierten Mehrdeutigkeiten kann, sofern die Signale weiterhin kontinuierlich empfangen werden, ausgenutzt werden, um die unbekannten Mehrdeutigkeiten zu bestimmen.

Bezeichnet t_0 den Zeitpunkt einer ersten Messung der Basislinie, und t_1 einen späteren Zeitpunkt, an dem die Antennen getauscht wurden, so erhält man die folgenden Gleichungen, in denen die zeitlichen Abhängigkeiten mit angegeben sind:

$$\nabla\Delta\Phi_{rs}^{ij}(t_0) = \nabla\Delta\rho_{rs}^{ij} + \nabla\Delta N_{rs}^{ij} + \nabla\Delta v_{rs}^{ij}(t_0) \quad (4.1.3-1)$$

$$\nabla\Delta\Phi_{rs}^{ij}(t_1) = \nabla\Delta\rho_{rs}^{ij} - \nabla\Delta N_{rs}^{ij} + \nabla\Delta v_{rs}^{ij}(t_1) \quad (4.1.3-2)$$

Die unteren Indizes r und s bezeichnen hierbei wie immer gemäß Notationskonvention die Empfangspositionen, nicht die Empfänger. Subtrahiert man beide Gleichungen (dies entspricht nicht der üblichen Dreifach-Differenzbildung!), so erhält man:

$$\nabla\Delta N_{rs}^{ij} = \frac{1}{2}(\nabla\Delta\Phi_{rs}^{ij}(t_0) - \nabla\Delta\Phi_{rs}^{ij}(t_1) + \nabla\Delta v_{rs}^{ij}(t_1) - \nabla\Delta v_{rs}^{ij}(t_0)) \quad (4.1.3-3)$$

Da die kombinierten Rauschterme im allgemeinen im Bereich weniger Millimeter liegen, kann die Mehrdeutigkeit direkt aus (4.1.3-3) errechnet werden.

Der Nachteil des Ansatzes liegt natürlich darin, daß die Antennen ausgetauscht werden müssen, während sie weiterhin kontinuierlich die Signale empfangen. Aufgrund dieser Notwendigkeit ist die Methode sowohl in kinematischen Fällen, wie auch für lange Basislinien ungeeignet.

4.1.4 Suche im Positionsraum - die „Ambiguity-Function-Method“

Die „Ambiguity-Function-Method“ (AFM) geht auf *Counselman und Gourevitch (1981)* zurück. Mehr über ihre Anwendung ist z. B. in *Remondi (1984, 1990)* oder *Mader (1990, 1992)* zu finden.

Ausgehend von einer bereits vorhandenen Näherungsposition und deren Konfidenzbereich (z.B. 3σ in jeder Koordinatenrichtung) wird ein dreidimensionaler Suchraum definiert. Dieser Suchraum wird dann über ein kleinmaschiges Gitter (z.B. Maschengröße 1-2 cm nach *Mader (1992)* bzw. 5-6 cm nach *Remondi (1990)*) quantisiert. Für jeden Gitterpunkt wird dann die sog. „Ambiguity-Function“ $A(x, y, z)$ wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}
 A(x, y, z) &= \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} \operatorname{Re} \left(e^{2\pi i (\Phi_{obs}^{jkl}(x_0, y_0, z_0) - \Phi_{calc}^{jkl}(x, y, z))} \right) \\
 &= \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} \cos \left(2\pi (\Phi_{obs}^{jkl}(x_0, y_0, z_0) - \Phi_{calc}^{jkl}(x, y, z)) \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.1.4-1}$$

Hierbei sind:

n_k	Anzahl der Meßepochen,
n_j	Anzahl der Satelliten,
n_l	Anzahl der Frequenzen,
$\Phi_{obs}^{jkl}(x_0, y_0, z_0)$	die beobachtete Phasenmessung zum Satelliten j zur Epoche k auf Frequenz l ,
$\Phi_{calc}^{jkl}(x, y, z)$	die anhand der Position (x, y, z) des Empfängers berechnete Phasenmessung zum Satelliten j zur Epoche k auf Frequenz l .

Die Funktion $A(x, y, z)$ bestimmt für jeden Gitterpunkt, wie gut die tatsächlich beobachtete Phasenmessung zur vermuteten Empfängerposition (x, y, z) paßt. Die in (4.1.4-1) gegebene Funktion nimmt ihr Maximum an, wenn die gemessenen Phasenwerte exakt mit den erwarteten übereinstimmen. Es genügt dabei, wie in Gleichung (4.1.4-1) bereits durchgeführt, den Realteil der komplexen Funktion zu nehmen und zu maximieren. Es kann gezeigt werden, daß die aus der Maximierung erhaltene Lösung zugleich die wahrscheinlichste Lösung ist (Maximum-Likelihood-Methode).

Aufgrund der Beziehung

$$e^{2\pi i (\Phi_{obs}^{jkl}(x_0, y_0, z_0) - \Phi_{calc}^{jkl}(x, y, z))} = e^{2\pi i (\Phi_{obs}^{jkl}(x_0, y_0, z_0) - \Phi_{calc}^{jkl}(x, y, z) + N)}
 \tag{4.1.4-2}$$

für beliebiges $N \in \mathbb{Z}$ ist der wesentliche Vorteil dieser Methode die Robustheit gegenüber Phasensprüngen.

Prinzipiell ist die AFM auch im kinematischen Fall anwendbar, jedoch ist der Rechenaufwand bei großem Suchraum enorm. Zudem wird die Methode wesentlich von der Wahl der zwei Parameter Suchraum und Maschengröße des Suchgitters beeinflußt. Die Größe des Suchraums wird im wesentlichen durch die Genauigkeit der Näherungsposition festgelegt. Ist diese nur sehr ungenau, beispielsweise im kinematischen Fall, so führt der große Suchraum zu hohem Rechenaufwand, der in Echtzeit kaum anwendbar ist. Der zweite als kritisch anzusehende Parameter ist die Maschengröße des Suchgitters. Wird diese zu klein gewählt, so steigt wiederum der Rechen-

aufwand. Bei zu grober Rasterung steigt die Wahrscheinlichkeit des ungewollten Ausschlusses der korrekten Mehrdeutigkeitskombination. Die Methode ist daher für Echtzeitanwendungen eher ungeeignet.

Ein neuerer Ansatz zur Optimierung der AFM mittels eines randomisierten Suchverfahrens, das auf der Anwendung eines genetischen Algorithmus beruht, wurde von *Hassan und Mezera (1997)* vorgeschlagen. In der Tat ist es auf diese Weise möglich den hohen AFM-Rechenaufwand zu reduzieren, jedoch ist der Aufwand immer noch so hoch, daß eine sinnvolle Echtzeitanwendung nicht in Frage kommt.

4.2 Schnelle kinematische Mehrdeutigkeitsbestimmung

Während der Entwicklung von GPS wurde noch nicht daran gedacht, daß eine hochgenaue Positionierung mit Hilfe der Trägerphase möglich sein würde. Die Entwicklung sowohl der Auswertemethoden wie auch der Rechner ist inzwischen soweit vorgedrungen, daß die Trägerphase einerseits bereits im kinematischen Fall angewendet wird und andererseits die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten so schnell erfolgen kann, daß sie in Echtzeit durchführbar ist.

Fast alle der neueren Ansätze basieren auf dem Vorschlag von *Hatch (1990)* und führen zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten eine Suche im hochdimensionalen Beobachtungsraum, dem Phasenraum, durch (*Teunissen, 1994; Abidin, 1993; Ober, 1993; Euler und Landau, 1992*). Daher wird in einem ersten Abschnitt zunächst das Problem der Mehrdeutigkeitssuche im Phasenraum näher erläutert, bevor in den weiteren Abschnitten die verschiedenen Ansätze, die Suche effizient durchzuführen, beschrieben werden.

4.2.1 Problem der Mehrdeutigkeitssuche im Beobachtungsraum (Phasenraum)

Ausgehend von den Trägerphasen-Beobachtungsgleichungen (3.1.2-7), erhält man nach einfacher oder doppelter Differenzierung, Vernachlässigung kleiner differentieller Restfehler und Linearisierung ein lineares Gleichungssystem der Form

$$z + v = Hx \quad (4.2.1-1)$$

wobei H die zugehörige Beobachtungsmatrix ist. Es gelte weiterhin $E(v) = 0$ und $\text{Cov}(z) = \text{Cov}(v) = \sigma^2 R$. Eine Lösung für die Unbekannten in x kann somit bestimmt werden zu

$$\hat{x} = N^{-1}c = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} z \quad (4.2.1-2)$$

wobei

$$N^{-1} = (H^T R^{-1} H)^{-1} \quad (4.2.1-3)$$

und

$$c = H^T R^{-1} z \quad (4.2.1-4)$$

Die Summe der Quadrate der Residuen berechnet sich damit wie folgt:

$$\Omega = (z - H\hat{x})^T R^{-1} (z - H\hat{x}) = z^T R^{-1} z + z^T R^{-1} H\hat{x} \quad (4.2.1-5)$$

Die Ganzzahligkeitsbedingungen für die Trägerphasenmehrdeutigkeiten können nun als Nebenbedingungen in das Gleichungssystem eingeführt werden:

$$Kx = \kappa \quad (4.2.1-6)$$

Die Lösung des bedingten Gleichungssystems (vermittelnde Ausgleichung mit Bedingungen) erhält man über

$$\hat{x}_1 = \hat{x} + N^{-1} K^T S_2 (\kappa - K\hat{x}) \quad (4.2.1-7)$$

wobei

$$S_2 = (KN^{-1}K^T)^{-1} \quad (4.2.1-8)$$

Die Residuensumme ergibt sich unter Einbeziehung der Nebenbedingungen nun zu

$$\Omega_1 = \Omega + (\kappa - K\hat{x})^T S_2 (\kappa - K\hat{x}) \quad (4.2.1-9)$$

Dies zeigt, daß die entsprechenden Residuen für einzelne Mehrdeutigkeitskombinationen sich zusammensetzen aus einem „Grund“-Residuum, welches sich aus der Ausgleichung des Systems ohne Nebenbedingungen ergibt, sowie aus einer quadratischen Form der Nebenbedingungen, welches den Ganzzahligkeitscharakter der Mehrdeutigkeiten repräsentiert:

$$(\kappa - K\hat{x})^T S_2 (\kappa - K\hat{x}) \quad (4.2.1-10)$$

Das Problem der Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeit besteht nun in der Minimierung von (4.2.1-10) und einer statistischen Validitäts-Überprüfung.

Die quadratische Form (4.2.1-10) stellt im Mehrdeutigkeitsraum ein Hyperellipsoid dar, dessen Mittelpunkt die „Float“-Lösung (Lösung des Systems ohne Nebenbedingungen) ist. Die Form der Ellipsoids wird durch die Kovarianzmatrix S_2 festgelegt. Bild 4.2.1-1 verdeutlicht die geometrische Situation (für den zweidimensionalen Fall). Bei kurzen Beobachtungszeiten sind die doppelt differenzierten GPS-Beobachtungen stark korreliert, daher ist das Ellipsoid extrem verlängert.

Eine Folge der verlängerten Form des Ellipsoids ist, daß die korrekte (ganzzahlige) Kombination weit von der Float-Lösung entfernt liegen kann. Dies bedeutet, daß eine einfache Rundung der Float-Lösung zur nächsten Ganzzahl nicht zum Erfolg führt. Hat man Messungen aus längeren Beobachtungszeiten zur Verfügung, so nimmt das Ellipsoid eine kugelartigere Form an, und eine Rundung der Float-Lösung führt eher zum Erfolg.

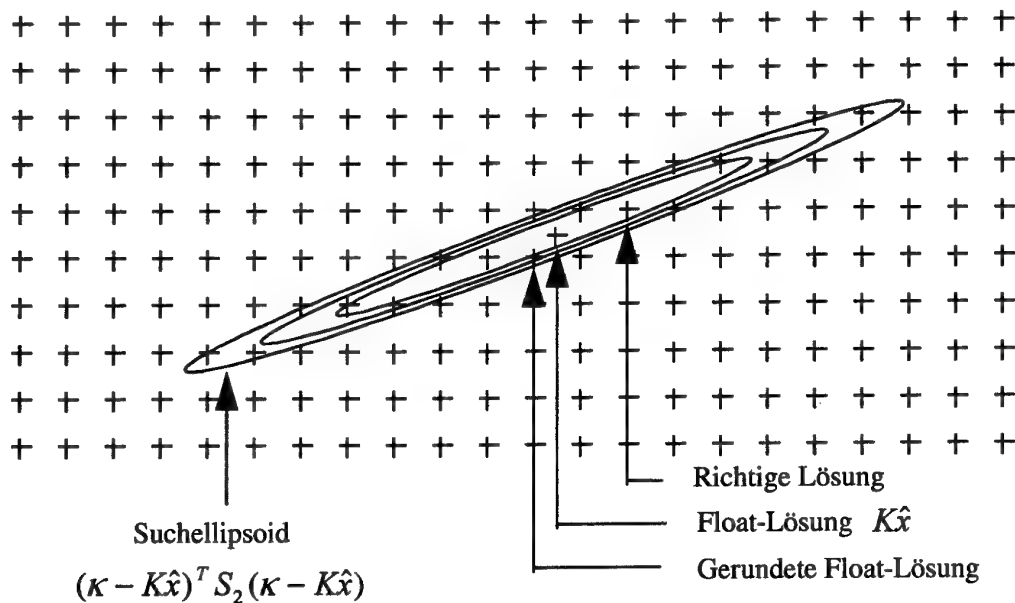


Bild 4.2.1-1: Suchellipsoid im Mehrdeutigkeitsraum

Eine weitere Folge der extrem langgestreckten Form ist, daß eine Suche, die von festen Suchfenstern (z.B. „Float“-Lösung plus/minus eine ganze Zahl von Zyklen) ausgeht und die Korrelationen nicht ausnützt, sehr ineffizient sein kann.

Verschiedene Verfahren wurden innerhalb der letzten Jahre entwickelt, um die Minimierung von (4.2.1-10) effizient durchzuführen. *Teunissen et al. (1995)* schlagen beispielsweise die LAMBDA-Transformation („Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment“) vor. Dabei werden die Mehrdeutigkeiten vor der eigentlichen Suche dekorreliert, so daß die anschließende Suche effizienter durchgeführt werden kann. Dieser Ansatz ist im Abschnitt 4.2.3 genauer dargestellt.

Der Zusammenhang zwischen dem mathematischen Modellraum der doppelt differenzierten Mehrdeutigkeiten und dem physikalischen Raum läßt sich durch die Definition der doppelt differenzierten Mehrdeutigkeiten vergegenwärtigen.

$$\nabla \Delta N_{rs}^{ij} = N_r^i - N_r^j - N_s^i + N_s^j. \quad (4.2.1-11)$$

Hierin können die Größen, welche die Referenzstation betreffen (Index r) als fix betrachtet werden. Sie liefern daher nur einen konstanten Anteil in der Formel. Legt man zusätzlich durch die Fixierung der Mehrdeutigkeiten die doppelte Differenz $\nabla \Delta N_{rs}^{ij}$ fest, so erhält man folgende implizite von der Position der beiden betrachteten Satelliten (i und j) abhängige, zweidimensionale Hyperbelgleichung für die Mehrdeutigkeiten des mobilen Empfängers (Index s):

$$N_s^i - N_s^j = \text{const.} \quad (4.2.1-12)$$

Die Lösungsmenge von (4.2.1-12) stellt im physikalischen (Positions-)Raum eine Schale eines zweischaliges Drehhyperboloid dar, dessen Drehachse aus Symmetriegründen die Verbindungsgerade der beiden Satellitenpositionen ist.

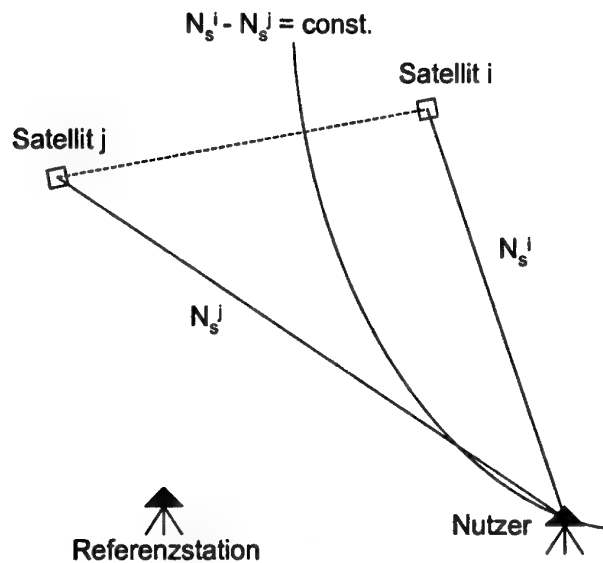


Bild 4.2.1-2: Restriktion der Position auf ein Drehhyperboloid im physikalischen Raum durch Fixierung einer doppelt differenzierten Mehrdeutigkeit

Die Festlegung der doppelt differenzierten Mehrdeutigkeiten entspricht somit einer Restriktion der Position auf ein Drehhyperboloid. Durch den Schnitt dreier dieser Hyperboloide in allgemeiner Lage ist die unbekannte Empfängerposition festgelegt.

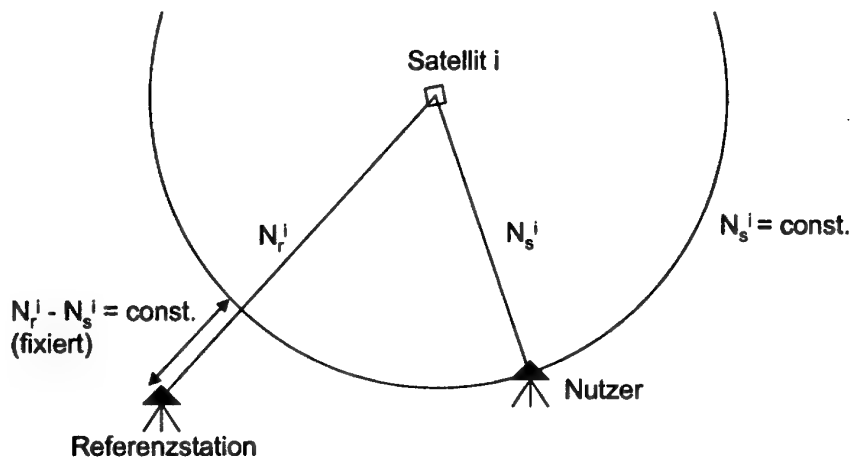


Bild 4.2.1-3: Restriktion der Position auf eine Kugelschale im physikalischen Raum durch Fixierung einer einfach differenzierten Mehrdeutigkeit

Betrachtet man nur einfache Differenzen der Beobachtungen

$$\Delta N_{rs}^i = N_r^i - N_s^i \quad (4.2.1-13)$$

so erhält man bei Festhaltung von N_r^i (unabhängig von der unbekannten Empfängerposition) die Aussage:

$$N_s^i = \text{const.} \quad (4.2.1-14)$$

Durch die Fixierung der einfach differenzierten Mehrdeutigkeit wird also eine Kugelschale um den betrachteten Satelliten festgelegt.

4.2.2 Euler / Landau Suche

Der von *Euler und Landau (1992)* vorgeschlagene zeitoptimierte Suchalgorithmus benützt die Tatsache, daß S_2 symmetrisch und positiv definit ist. Folglich ist eine Cholesky-Zerlegung von S_2 möglich:

$$S_2 = CC^T \quad (4.2.2-1)$$

Führt man diese Zerlegung in Gleichung (4.2.1-9) durch, so erhält man:

$$\Omega_1 = \Omega + f^T f \quad (4.2.2-2)$$

mit

$$f = ((\kappa - K\hat{x})^T C)^T \quad (4.2.2-3)$$

Der Vorteil der Darstellung gemäß (4.2.2-2) und (4.2.2-3) ist, daß die Residuumsberechnung nun als Summation über (nicht negative) quadratische Terme (Komponenten des Vektors f) stattfinden kann. Das bedeutet, die Formeln (4.2.2-2) und (4.2.2-3) können in einer Softwareimplementierung sehr effizient miteinander verwoben werden, so daß viele Mehrdeutigkeitskombinationen bereits frühzeitig verworfen werden können, weil ein Teilresiduum ein bereits gefundenes Minimum übersteigt.

Die Gleichung (4.2.2-3) läßt sich in Komponentendarstellung ausführlich wie folgt schreiben (siehe auch *Hatch und Euler, 1994*):

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa_1 - K\hat{x}_1 \\ \kappa_2 - K\hat{x}_2 \\ \kappa_3 - K\hat{x}_3 \\ \kappa_4 - K\hat{x}_4 \\ \vdots \\ \kappa_n - K\hat{x}_n \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1n} & c_{2n} & c_{3n} & c_{4n} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}^T \quad (4.2.2-4)$$

Die Berechnung von $f^T f$ kann nun komponentenweise so erfolgen, daß mit dem letzten Element des Vektors f (letzte Spalte der Matrix C) begonnen wird. Für die Berechnung des letzten Elements genügt eine einzelne Multiplikation:

$$f_n = (\kappa_n - K\ddot{x}_n)c_{nn} \quad (4.2.2-5)$$

Dieses kann quadriert werden und weiterhin als untere Schranke für $f^T f$ verwendet werden. Die weiteren Elemente des Vektors f können sukzessive nach Formel (4.2.2-4) berechnet werden. Die anfallenden Zwischenprodukte der Form $(\kappa_i - K\ddot{x}_i)c_{ij}$ können zwischengespeichert werden, um identische Mehrfachberechnungen zu vermeiden.

Überschreitet ein Teilresiduum (der Vektorkomponenten vom Index k bis n) ein bereits gefundenes Optimum, so kann die Suche an dieser Stelle abgebrochen werden und mit der nächsten Teilkombination mit gleichem Index (k bis n) fortgesetzt werden.

4.2.3 Teunissen's Lambda Transformation

Ist der Term in (4.2.2-10) für eine Kombination von ganzzahligen Mehrdeutigkeiten berechnet, so stellt sich die Frage

$$(\kappa - K\hat{x})^T S_2 (\kappa - K\hat{x}) \leq \chi^2 \quad (4.2.3-1)$$

wobei χ^2 für das bisher gefundene Minimum steht. Die Formel (4.2.3-1) entspricht einem Hyperellipsoid im n -dimensionalen Raum der n Mehrdeutigkeiten. Unter Verwendung von doppelt differenzierten Phasenbeobachtungen bei kurzen Beobachtungszeiten ist dieses Ellipsoid extrem „gelängt“, da die Mehrdeutigkeiten stark korreliert sind. Um die Suche nach den Mehrdeutigkeiten effizienter zu gestalten, können sie vor der eigentlichen Suche mit der von *Teunissen (1994)* vorgeschlagenen Lambda-Transformation („Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment“) dekorreliert werden. Dazu führt Teunissen die Klasse der invertierbaren (linearen) Mehrdeutigkeits-Transformationen ein. Diese sind einfache Hintereinanderschaltungen zweidimensionalen Gauß-Transformationen des Typs

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (4.2.3-2)$$

wobei a_1 und a_2 beliebige zwei Mehrdeutigkeiten sind. Für eine bestmögliche Dekorrelation wird der Parameter

$$\alpha = - \left\lfloor \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{11}} \right\rfloor \quad (4.2.3-3)$$

gewählt. Hierbei sind σ_{12} die Kovarianz von a_1 und a_2 , σ_{11} die Varianz von a_1 und $\lfloor \cdot \rfloor$ bedeutet Rundung zum nächsten ganzzahligen Wert.

Diese Transformation kann - jeweils nach Vertauschung der Benennung der Mehrdeutigkeiten - mehrmals durchgeführt werden. Es ist dabei möglich einen Korrelationskoeffizienten < 0.5 zu erreichen.

Mit

$$z = Z^T \kappa, \hat{z} = Z^T K \hat{\kappa} \quad \text{und} \quad Q_z = Z^T S_2 Z \quad (4.2.3-4)$$

gilt nach der Transformation stets

$$(\kappa - K \hat{\kappa})^T S_2 (\kappa - K \hat{\kappa}) = (z - \hat{z})^T Q_z (z - \hat{z}) \quad (4.2.3-5)$$

Nun kann die Suche (effizienter) durchgeführt werden, indem der rechte Teil von (4.2.3-5) zur Suche benützt wird. Das bedeutet, es können kleinere Suchfenster für die einzelnen Mehrdeutigkeiten definiert werden. Nach der Suche werden die gefundenen Mehrdeutigkeiten rücktransformiert.

Han und Rizos (1995) schlagen einen optimierten Algorithmus zur Konstruktion und Durchführung der mehrdimensionalen Transformation vor. Basierend auf der Identität

$$S_2 = U_1 D_1 U_1^T \quad (4.2.3-6)$$

welche bereits aus einer numerisch stabilen Kalman-Filter-Implementierung erhältlich ist, wird in einem ersten Schritt eine erste ganzzahlige Transformationsmatrix Z_{U_1} durch komponentenweises Runden und anschließendes Invertieren der oberen Dreiecksmatrix U_1 berechnet:

$$Z_{U_1} = [Int(U_1)]^{-1} \quad (4.2.3-7)$$

Damit folgt:

$$Q_{Z_{U_1}} = Z_{U_1} S_2 Z_{U_1}^T \quad (4.2.3-8)$$

Der zweite Schritt besteht in der unteren Dreieckszerlegung (LDL^T) für Q_{Z_1} :

$$Q_{Z_{L_1}} = L_1 D_1 L_1^T \quad (4.2.3-9)$$

sowie der Berechnung der ganzzahligen Matrix:

$$Z_{L_1} = [Int(L_1)]^{-1} \quad (4.2.3-10)$$

mit:

$$Q_{Z_{L_1}} = Z_{L_1} Q_{Z_{U_1}} Z_{L_1}^T \quad (4.2.3-11)$$

Die Schritte eins und zwei können nun so lange iteriert werden, bis beide Matrizen Z_{L_1} und Z_{U_1} in der k-ten Iteration zu Einheitsmatrizen degenerieren. Die erhaltene Gesamttransformation ergibt sich schließlich als Produkt der Einzeltransformationen:

$$Z = Z_{L_{k-1}} \cdot Z_{U_{k-1}} \cdot \dots \cdot Z_{L_1} \cdot Z_{U_1} \quad (4.2.3-12)$$

Diese Konstruktion der Transformation kann leicht mit beliebigen Suchalgorithmen kombiniert werden. Nach *Han und Rizos (1995)* profitiert eine anschließende Suche auf Basis der Cholesky-Dekomposition (*Euler und Landau, 1992*) am meisten.

4.2.4 Ober's Basisreduktion

Ober (1993) versucht ähnlich wie Teunissen's Lambda-Transformation, die Suche durch eine Transformation effizienter zu gestalten. Ober geht dabei von einem gittertheoretischen Ansatz aus. Bezeichnet man mit $R^T = C$ den Cholesky-Faktor aus Formel (4.2.2-1) von S_2 , so läßt sich mit der Benennung

$$v = \kappa - K\hat{x} \quad (4.2.4-1)$$

aus

$$(R(\kappa - K\hat{x}))^T \cdot R(\kappa - K\hat{x}) \leq c \quad (4.2.4-2)$$

(mit $c = \text{const.}$) folgern, daß für die Komponenten v_k des Vektors v die Ungleichung

$$|v_k|^2 = |r_k^T R v|^2 \quad (4.2.4-3)$$

sowie nach der Cauchy-Schwarz-Ungleichung

$$|r_k^T R v|^2 \leq |r_k^T|^2 |R v|^2 \quad (4.2.4-4)$$

auch

$$|r_k^T|^2 |R v|^2 \leq |r_k^T|^2 c \quad (4.2.4-5)$$

gültig sind, wobei r_k^T die k -te Zeile von R^{-1} bezeichnet. Aus (4.2.4-5) läßt sich direkt erkennen, daß die Größe des Suchbereichs für die Mehrdeutigkeiten mit der Länge der Zeilenvektoren von R^{-1} wächst.

Ober's Ansatz versucht nun, die Längen der Zeilenvektoren von R^{-1} zu verkürzen. Dazu wird eine Gram-Schmidt-Orthogonalisierung verwendet, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll. Nach der Berechnung der reduzierten Version S^{-1} von R^{-1} und der unimodularen Matrix U^{-1} gemäß

$$S^{-1} = U^{-1} R^{-1} \quad (4.2.4-6)$$

kann S aus $S = RU$ bestimmt werden. Schließlich kann die Suche in einem den geometrischen Verhältnissen des Ellipsoids gutangepassten Hyperquader mittels

$$w^T S^T S w \rightarrow \min., w \in \Lambda(R) - U^{-1}\hat{x} \quad (4.2.4-7)$$

durchgeführt werden. Die Lösung erhält man schließlich nach der Rücktransformation

$$\kappa - K\hat{x} = Uw \quad (4.2.4-8)$$

Dabei bezeichnet $\Lambda(R)$ in (4.2.4-7) das Gitter, welches durch die Zeilenvektoren von R aufgespannt wird.

Dieser Basisreduktionsansatz kann ebenfalls wie die Lambda-Transformation gut mit effizienten Suchalgorithmen (z.B. Euler/Landau Suche) kombiniert werden. Die sich ergebenden Suchzeiten, sind ähnlich zu den Suchzeiten bei Lambda-Transformation.

4.2.5 Best-First vs. Depth-First Baumsuche

Selbst nachdem der mathematische Teil des (ganzzahligen) Minimierungsproblems (4.2.1-10) festgelegt wurde, gibt es verschiedene Berechnungsalgorithmen, welche benützt werden können, um die Suchzeiten weiter zu verkürzen. Am Institut für Erdmessung und Navigation wurden zwei verschiedene Algorithmen zur Baumsuche implementiert und getestet, ein Depth-First- und ein Best-First-Ansatz. Der Best-First-Ansatz wurde von Werner neu entwickelt. Eine genauere Beschreibung der beiden Ansätze sind in *Hein und Werner (1995)* zu finden.

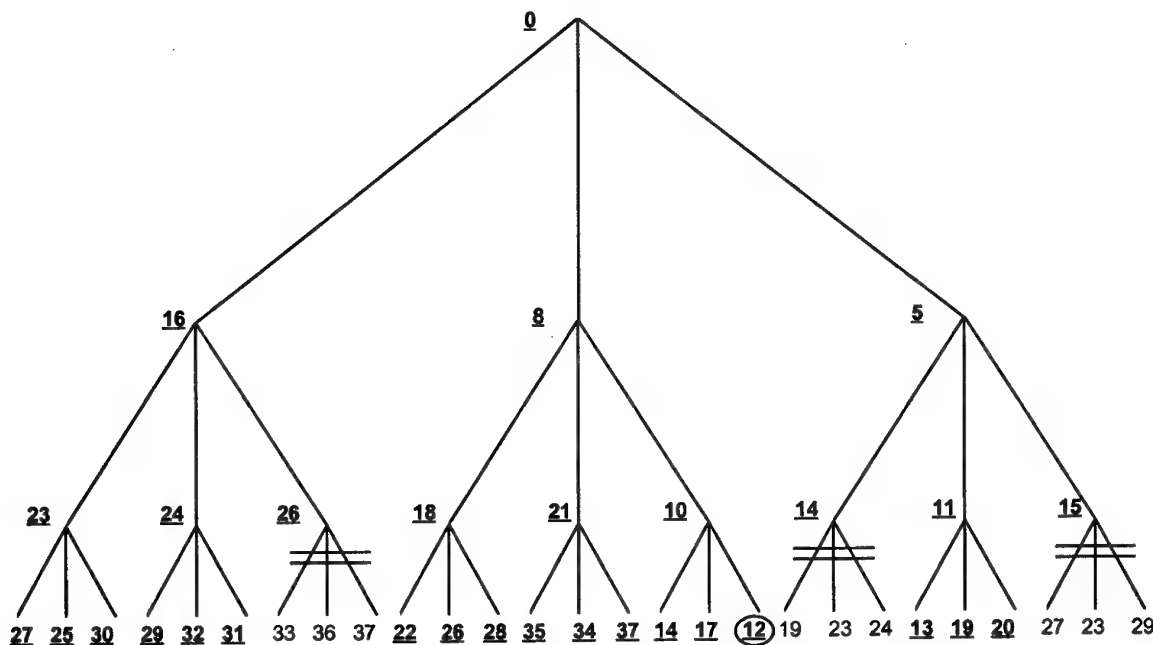


Bild 4.2.5-1: Tiefensuche („Depth-First-Search“) im Mehrdeutigkeitsbaum
Suchreihenfolge der Knoten: 0-16-23-27-25-30-24-29-32-31-26-8-18-22-26-28...

Der in Bild 4.2.5-1 dargestellte herkömmlich verwendete Depth-First-Algorithmus kann leicht über eine iterative oder rekursive Schleife implementiert werden, die sukzessive alle in Frage kommenden Teilkombinationen generiert und die korrespondierenden (Teil-)Residuen gemäß den Formeln (4.2.2-2) und (4.2.2-3) berechnet. Sobald dieses Teilresiduum das bislang gefundene optimale Residuum übersteigt, kann die Suche für alle Kombinationskandidaten abgebrochen werden, die diese Teilkombination enthalten. Der Nachteil bei diesem Suchalgorithmus ist, daß er das volle Potential zum Abbrechen der Suche nicht ausnützt. Auch wenn die Suche durch das Residuum der Float-Lösung für die Mehrdeutigkeiten beschränkt wird, werden normalerweise viele Teilkombinationen unnötigerweise getestet. Der Grund hierfür ist, daß der Suchbaum in

einer natürlichen Ordnung „von links nach rechts“ abgesucht wird. Dies bedeutet, daß, solange die korrekte Lösung nicht gefunden wurde, eine zu hohe Suchschranke für die Teilresiduen angesetzt wird.

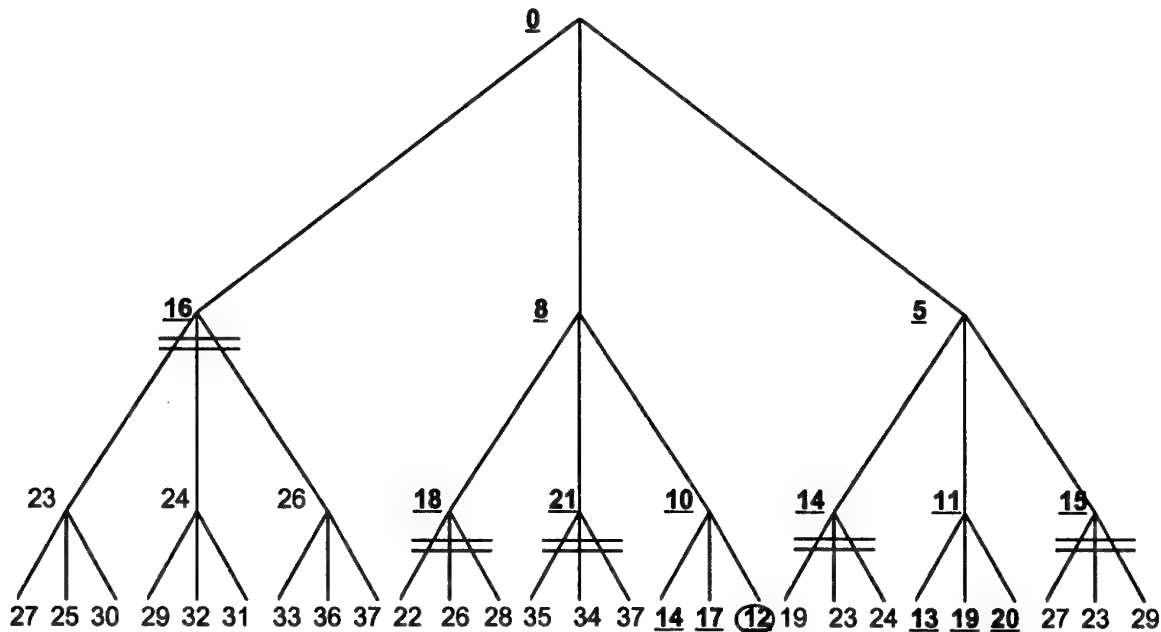


Bild 4.2.5-2: Optimal-Suche („Best-First-Search“) im Mehrdeutigkeitsbaum
Suchreihenfolge der Knoten: 16-8-5-14-11-15-18-21-10-14-17-12-13-19-20

Wird die Residuums-Oberschranke optimal gehalten, so führt das auf den Best-First-Ansatz, der vom Autor neu entwickelt wurde und in den Bildern 4.2.5-2 und 4.2.5-3 dargestellt ist. Dieser Algorithmus verwaltet eine interne „Open-Liste“ von Kandidaten-Teilkombinationen, die jeweils nur soweit untersucht werden, bis es eine andere günstiger erscheinende Teilkombination von Mehrdeutigkeiten gibt.

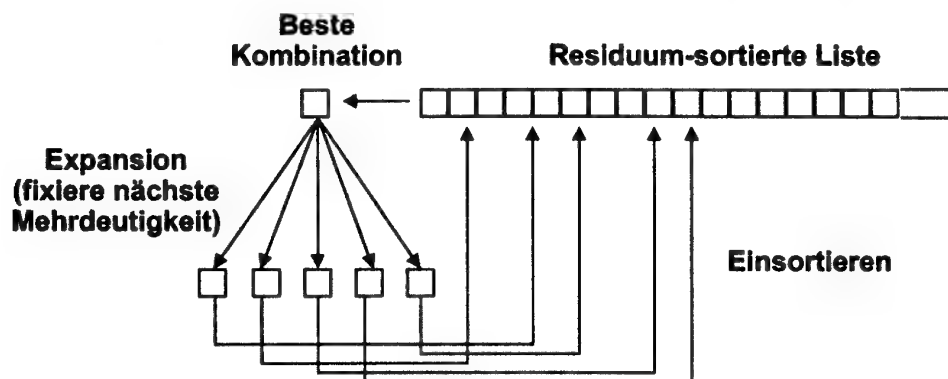


Bild 4.2.5-3: Implementierung der Optimal-Suche

Auf diese Weise kann garantiert werden, daß das volle Schnitt-Potential zum Abbruch der Suche genutzt werden kann. Der Nachteil dieses Ansatzes besteht im notwendigen Rechenaufwand für eine Verwaltung einer aufsteigend (nach Teilresiduen) sortierten Liste und im erheblichen Speicheraufwand bei breiten Mehrdeutigkeits-Suchfenstern. Demgegenüber steht der Vorteil, daß die

Residuen falscher Teilkombinationen nur soweit berechnet werden müssen, bis sie das tatsächliche Optimum übersteigen.

4.2.6 Andere Verfahren

Viele weitere Verfahren wurden in den letzten Jahren veröffentlicht, die entweder sehr ähnliche oder auch völlig neue Ansätze zur Lösung des Problems der Minimierung von (4.2.1-10) vorschlugen. Diese Ansätze, die im Rahmen dieser Arbeit nicht implementiert wurden, werden hier nur grob erläutert.

Der Ansatz von *Don Knight (1994)* geht von der Maximum-Likelihood-Funktion aus. Betrachtet man die unbekannten Vektoren für Positionskoordinaten und Uhrfehler, sowie der Mehrdeutigkeiten als Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, so lassen sich die gemessenen Phasenwerte als Zufallsvariablen auffassen. Unter Annahme der Unabhängigkeit zerfällt die mehrdimensionale Dichte in ein Produkt aus eindimensionalen Dichten. Diese Wahrscheinlichkeiten können anschließend maximiert werden, indem eine quadratische Gewichtsfunktion (die logarithmierte Likelihood-Funktion) minimiert wird.

Ähnlich wie bei dem Ansatz von *Euler und Landau (1992)* kann ein effizient zu implementierender Algorithmus gefunden werden, der das Problem löst.

Einen innovativen Ansatz vertritt *Zuofa Li (1995)*, der auf der Anwendung „genetischer Algorithmen“ (GA) (s. z.B. *Goldberg, 1989*) beruht. Genetische Algorithmen zeichnen sich durch ihre Operationen (1) Reproduktion, (2) Kreuzung und (3) Mutation aus. Zugrunde liegt eine (möglichst große) Population von Individuen, welche durch Gen-(Parameter-)Sätze charakterisiert werden können. Die Darwin'sche Fitneß der einzelnen Individuen wird durch eine zu optimierende Funktion realisiert. Die Reproduktionswahrscheinlichkeit eines einzelnen Individuums für die nächste Generation wird durch seine relative Fitneß gegenüber der Restpopulation bestimmt. Kreuzung und Mutation erhalten die Variabilität der Population. Sie werden in der Tat so implementiert, wie sie in der Natur wirken, d.h. die Kreuzung wird implementiert, indem zwei Gensätze an einer zufälligen Stelle auseinander geschnitten und anschließend kreuzweise zusammengefügt werden. Die Mutation ist ein Austausch eines Parameters durch einen neuen zufällig ermittelten Wert. Die Mutationswahrscheinlichkeit ist dabei ein kritischer Parameter des GA, der die Variabilität und damit die Erfolgsrate wesentlich beeinflusst. Insgesamt stellen GA eine effiziente, nicht deterministische Suchmethode dar, die vor allem in großen und komplexen Suchräumen (z.B. bei hochdimensionalen nicht linearen Optimierungsproblemen) erfolgreich eingesetzt werden.

Bei der Anwendung von GA auf das Mehrdeutigkeitsproblem wird eine Kandidaten-Mehrdeutigkeitskombination als Gensatz eines Individuums betrachtet. Die Mehrdeutigkeiten werden in geeigneter Form als Binärdarstellung codiert, auf denen die Operationen Kreuzung und Mutation arbeiten können. Die zu optimierende Funktion ist (4.2.1-10).

Die Effizienz dieses Ansatzes bleibt jedoch hinter den anderen heute üblichen Verfahren zurück, da die Anzahl der zu berechnenden Residuen linear mit der Anzahl der Individuen und Generationen ansteigt. Ein weiterer Nachteil ist, daß durch den Nichtdeterminismus nicht gesichert ist, daß die korrekte Kombination gefunden wurde.

Die wesentlichen Gründe für die Nicht-Optimalität dieses Ansatzes sind:

1. Das Aussehen der quadratischen Form (4.2.1-10) als Optimierungsfunktion ist bereits gut bekannt. Daher kann das Wissen über bedingte Kovarianzen deterministisch eingesetzt werden, um die Mehrdeutigkeitsuche effizient zu gestalten.

2. Die Berechnung der Form (4.2.1-10) für einzelne Kombinationen nimmt viel Zeit in Anspruch und nützt nicht bereits berechnete Teilresiduen, was durch eine geeignete Baumsuche genutzt werden kann.
3. Die endgültige Validierung der Mehrdeutigkeitskombination wird üblicherweise durch einen statistischen Vergleich der Residuen zwischen bester und zweitbesten Lösung vollzogen. Der zufällige Charakter des GA-Ansatzes bietet jedoch keine Garantie für das Auffinden der zweitbesten Lösung.

Einen ähnlichen Ansatz vertreten *Hassan und Mezera (1997)*, der ebenfalls auf genetischen Algorithmen beruht. Jedoch ist die zu optimierende Funktion nicht durch die Minimumbestimmung von (4.2.1-10) gegeben, sondern durch die Maximierung der „Ambiguity Function“ (4.1.3-1), wobei die Positionsunbekannten durch die doppelt differenzierten Mehrdeutigkeiten ersetzt werden. Als Gensatz der Individuen wird wiederum die jeweilige Mehrdeutigkeitskombination in geeigneter Darstellung benutzt.

Die Nachteile des Ansatzes von Li (voriger Absatz) treffen hier ebenfalls zu.

Einer der frühen Ansätze, die auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate basierten, war die von *Hatch (1991)* veröffentlichte LSAST-Methode („Least Squares Ambiguity Search Technique“). Dabei werden die Satelliten in zwei Klassen, die Primär- und Sekundärsatelliten, unterteilt. Die Klasse der Primärsatelliten enthält genau vier ausgewählte Satelliten mit möglichst gutem GDOP. Alle anderen Satelliten werden der Sekundärklasse zugeordnet. Die Begründung dieser Unterteilung liegt darin, daß nur drei doppelt differenzierte (bzw. vier einfach differenzierte) Mehrdeutigkeiten statistisch voneinander unabhängig sind. Während die Primärklasse dazu dient, geeignete Kandidaten für die zu findende Mehrdeutigkeitskombination zu generieren, wird die Sekundärklasse genutzt, um die Übereinstimmung mit den weiteren Messungen zu prüfen und so unwahrscheinliche Kandidaten frühzeitig auszuschließen. Dieser Test beruht dabei auf dem Prinzip der kleinsten Quadrate.

Ein erheblicher Nachteil dieses Ansatzes liegt in der Willkür der Auswahl der Primärsatelliten und der Tatsache, daß nur jeweils die optimale sekundäre Kombination geprüft wird. Da die Messungen zu diesen Satelliten wie auch die Messungen zu den anderen Satelliten verrauscht sind, kann es vorkommen, daß die rein primäre Positionslösung von der tatsächlichen Lösung entfernt liegt, so daß die korrekte Mehrdeutigkeitskombination verworfen wird, weil die optimalen Sekundärmessungen nur schlecht passen oder weil die korrekte Kombination nicht identisch mit der optimalen Sekundärkombination ist.

Die „Nullraum“-Methode von *Martin-Neira et al. (1993)* erzeugt einen optimierten Suchraum für Mehrdeutigkeitskandidaten indem die Eigenschaften des Nullraums der involvierten Fehlerkovarianzmatrix errechnet werden. Wird nun die gerundete Mehrdeutigkeitslösung als Ausgangspunkt der Suche betrachtet, so ergeben sich die geringsten Residuenzuschläge für Kombinationen, die im oder nahe des Nullraums liegen. Daher genügt es in den Suchraum nur Kombinationen aufzunehmen, die dieser Bedingung genügen. In der Veröffentlichung *Martin-Neira et al. (1993)* wird darüber hinaus gezeigt, daß die Minimierung von (4.2.1-10) nicht immer auf die korrekte Lösung führt, da streng genommen nur ein zeitliches Mittel der Residuen minimiert wird, nicht aber das Residuum bezogen auf eine einzelne Meßepoche. Diese Tatsache führt zu dem Schluß, daß eine Ein-Epochen-Fixierung nicht zuverlässig sein kann.

Abidin (1993a, 1993b) integriert mehrere Ansätze zu einer „Integrated Ambiguity Resolution Technique“. Das Grundprinzip basiert wiederum auf dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (LSAST). Jedoch verwendet Abidin eine Reihe von Verwerfungskriterien, unter denen neben der Analyse von L1- und L2-Norm der Residuen auch eine Auswertung der „Ambiguity Function“ vollzogen wird. Die Validierung der Mehrdeutigkeitskombination erfolgt in zwei Schrit-

ten: zunächst wird überprüft, ob genau eine Lösung allen Verwerfungskriterien widersteht, anschließend wird getestet, ob die „Ambiguity Function“ der gefundenen Lösung einen gewissen Mindestwert erreicht.

Während *Abidin (1993a)* den Gesamtansatz sowie die acht Verwerfungskriterien beschreibt, geht die Veröffentlichung *Abidin (1993b)* erstmals genauer auf die Form des Suchraums ein und macht so eine optimierte Konstruktion möglich.

Der Ansatz von *Macabiau (1995, 1997)* beruht auf einer modifizierten Kleinste-Quadrate-Methode (LSAST), der sog. MAPAS („Maximum A posteriori Ambiguity Search“) Methode. Zunächst erfolgt wie im *Hatch*-Ansatz die Klasseneinteilung in Primär- und Sekundärsatelliten. Dann wird eine Menge von Mehrdeutigkeitskombinationen für die Primärklasse gebildet. Nach der Regel von Bayes kann dann jeder Mehrdeutigkeitskombination der Primärklasse nach Einführung der sekundären Beobachtungen eine a-posteriori-Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden. Diese Wahrscheinlichkeit dient als Akzeptanzkriterium der entsprechenden Primärkombination. Unterschreitet sie eine vorab definierte Schranke, so wird die Kombination verworfen und in Folgeepochen nicht weiter betrachtet. Ist sie dagegen größer als eine zweite vordefinierte Schranke, so wird die Kombination als korrekte Lösung gewählt. Nach *Macabiau (1996)* liefern die beiden Ansätze (LSAST und MAPAS) vergleichbare Ergebnisse, jedoch scheint MAPAS robuster gegenüber Störeffekten zu sein.

Der FASF-Ansatz („Fast Ambiguity Search Filter“) geht auf *Chen (1994)* zurück. Ein Vergleich mit der LSAST-Methode findet sich in *Chen und Lachapelle (1995)*.

Der FASF-Ansatz basiert (wie viele andere Ansätze auch) auf der Anwendung eines Kalman-Filters, in dessen Statusvektor die unbekannten Mehrdeutigkeiten aufgenommen sind. Charakteristisch für den FASF-Ansatz sind die rekursive Bestimmung des Suchraumes und ein Index, der die Wahrscheinlichkeit einer Fixierbarkeit widerspiegelt, so daß eine wenig erfolgversprechende Suche frühzeitig abgebrochen werden kann.

Zur sequentiellen optimierten Konstruktion des Mehrdeutigkeitssuchraums wird erstmals die gesamte Kovarianzinformation des Kalman-Filters genutzt, die später auch von *Teunissen und Tiberius (1994)* propagiert wird. Im wesentlichen wird dabei die Korrelation der Mehrdeutigkeiten ausgenutzt, auf der auch die LAMBDA-Methode (s.o.) beruht.

Als frühzeitiges Abbruchkriterium einer Suche dient die Anzahl der bereits gefundenen Lösungen (= Anzahl der Mehrdeutigkeitskombinationen, die im optimierten Suchraum liegen). Überschreitet sie eine vordefinierte Schranke, so wird die Suche abgebrochen. Wird genau eine Lösung gefunden, so wird sie als korrekte Lösung akzeptiert, bei mehreren Lösungen wird ein Validierungsschritt an die Suche angeschlossen.

Durch die effiziente Nutzung der Korrelation der Mehrdeutigkeiten ist der Ansatz vergleichbar mit der LAMBDA-Methode.

Der „Fast Ambiguity Resolution Approach“ (FARA) wurde zuerst von *Frei und Beutler (1990)* vorgeschlagen. Details über seine Anwendung finden sich in *Frei und Schubernigg (1992)* sowie *Frei et al. (1993)*.

Die Basis dieses Ansatzes ist wiederum ein Kalman-Filter, der zum Minimierungsproblem (4.2.1-10) führt. Jedoch wird die Residuenquadratsumme nicht direkt berechnet, sondern es werden statistische Hypothesen auf den Mehrdeutigkeiten und ihren Differenzen gerechnet, um die Kompatibilität einer Kombination mit der Lösung des Kalman-Filters zu testen.

Ausgehend von den Standardabweichungen der einzelnen Mehrdeutigkeiten sowie den Kovarianzen zwischen den Mehrdeutigkeiten werden Konfidenzintervalle berechnet, die den Suchraum für die entsprechende Mehrdeutigkeit (bzw. ihrer Differenzen) darstellen. Anschließend wird für jede gefundene Kombination eine Residuumsberechnung durchgeführt, wobei die Mehrdeutigkeiten als Konstante betrachten werden. Die resultierenden Standardabweichungen sind ein In-

dikator für die Korrektheit der Lösung. Der ganzzahlige Vektor mit den kleinsten *a posteriori* Varianzen wird als korrekte Lösung gewählt, wenn (1) sein Kompatibilitätstest (Varianz-Test) gegenüber der Float-Lösung positiv ausfällt und (2) kein weiterer Vektor mit positivem Kompatibilitätstest existiert.

Ein Nachteil dieses frühen Ansatzes ist, daß die Kovarianzmatrix des Kalman-Filters in der Festlegung des Suchraums nicht vollständig ausgenützt wird.

Blomenhofer (1996) schlägt einen Ansatz mit erhöhter Robustheit vor, welcher keine innovative Suchstrategie zur Lösung des mathematischen Problems (4.2.1-10) darstellt, sondern vielmehr eine Verbesserung des Kalman-Filters ist, aus dem das Minimierungsproblem entsteht. Die Methode FISAR („Functional Integer Scaling for Ambiguity Resolution“) versucht durch die Trennung des ionosphärischen Einflusses in absoluten und relativen Anteil eine Schätzung der aktuellen Ionosphärenstärke sowie ihrer Gradienten aus aktuellen Daten durch Einführung entsprechender Skalierungskonstanten, um differentielle atmosphärische Restfehler zu minimieren. Nach *Blomenhofer (1996)* wird das Risiko einer Falschfixierung dabei stark gesenkt. Dieser Ansatz ist keine eigentliche neue Suchstrategie, sondern dient vielmehr der Schätzung des Ionosphären- und Troposphärenfehlers.

Ein weiterer Ansatz zur verbesserten Mehrdeutigkeitsbestimmung, der auf der Minimierung der Ionosphäreneffekte und Orbitrestfehler beruht wurde von *Mervart (1995)* vorgeschlagen.

Das Verfahren beruht auf der Verwendung hochgenauer IGS („International GPS Service for Geodynamics“) Orbitdaten und regionaler Ionosphärenmodelle. In dem „quasi-ionosphärenfreien“ Suchverfahren (QIF) wird die statistische Kompatibilität zwischen der Mehrdeutigkeit der ionosphärenfreien Linearkombination und den Kandidatenkombinationen geprüft. Damit werden gemäß (*ibid.*) Mehrdeutigkeitsfixierungen auch für lange Basislinien (im Bereich bis zu 1000 km, unter günstigen Ionosphärenbedingungen sogar bis 2000 km) möglich. Bei solchen Aussagen stellt sich jedoch das erhebliche Problem der Validierung der Lösung, welches bislang nicht zufriedenstellend gelöst ist.

Die Anwendbarkeit dieses Ansatzes ist jedoch in Geodäsie und Geodynamik anzusiedeln, wo lange Beobachtungszeiten kein Problem darstellen. Für eine schnelle kinematische Positionsbestimmung ist der QIF-Ansatz nicht geeignet.

4.3 Validierung der Mehrdeutigkeitskombination

Neben dem Auffinden des korrekten Mehrdeutigkeitsvektors bildet die Validierung (Akzeptanz) der Kombination die zweite Schwierigkeit der Mehrdeutigkeitsbestimmung. Üblicherweise wird ein statistischer Test herangezogen, anhand dessen die Entscheidung für oder gegen eine Fixierung gefällt wird. In der Regel wird durch die Suchalgorithmen eine optimale Lösung bestimmt, die später an die Validierung übergeben wird. Je nachdem, ob die gefundene Lösung dem korrekten Mehrdeutigkeitsvektor entspricht, und ob der Akzeptanztest positiv oder negativ ausfällt, können die in Tabelle 4.3-1 gezeigten vier möglichen Resultate auftreten.

	Positives Testergebnis	Negatives Testergebnis
Korrektter Mehrdeutigkeitsvektor	Korrekte Fixierung	Fehler 1. Art: (unkritisch) Keine Fixierung
Falscher Mehrdeutigkeitsvektor	Fehler 2. Art: (kritisch) Falsche Fixierung	Korrekte Ablehnung, keine Fixierung

Tabelle 4.3-1: Mögliche Ergebniskombinationen der Mehrdeutigkeitsuche und Validierung

Im Idealfall wurde die korrekte Mehrdeutigkeitskombination gefunden, welche auch durch ein positives Akzeptanztestergebnis validiert wurde, so daß die Mehrdeutigkeiten fixiert werden können. In der weiteren Prozessierung kann die Positionierung über die hochgenauen Phasenmessungen erfolgen. Der zweite Fall für ein korrektes Testergebnis ist eine (korrekte) Ablehnung eines falschen Kandidatenvektors. In diesem Fall wird in der Positionierung weiterhin mit der „float“-Lösung gerechnet, in der die Mehrdeutigkeiten im Filter mitgeschätzt werden.

Im Fall eines Fehlers erster Art (Ablehnung des korrekten Vektors) wird keine Fixierung vorgenommen. Durch die Nichtfixierung des Vektors kann die hohe Genauigkeit der Phasenmessung nicht voll ausgenützt werden. Dies ist jedoch als unkritisch anzusehen, da die erreichte Genauigkeit weiterhin im Bereich der „float“-Lösung liegt, und der Anwender sich dessen bewußt ist. Dieses Resultat spiegelt vielmehr die noch zu große Unsicherheit der Lösung wider. In folgenden Epochen können die Algorithmen zur Bestimmung und Validierung der Mehrdeutigkeiten erneut gestartet werden. Bei genügender statistischer Information kann in späteren Epochen eine korrekte Fixierung erwartet werden.

Der kritische Fall ergibt sich bei Akzeptanz einer falschen Mehrdeutigkeitskombination. In diesem Fall wird die falsche Kombination solange weiter verwendet, bis die fehlerhafte Fixierung aufgedeckt wird. Dieser Fall muß als problematisch angesehen werden, da das System dem Nutzer hohe Genauigkeiten (kleine Standardabweichungen für die Positionskomponenten) vorspiegelt.

Üblicherweise wählt man den Akzeptanztest so, daß das Risiko zweiter Art klein gehalten wird. Dies bedeutet andererseits ein häufigeres Auftreten des (unkritischen) Fehlers erster Art. Da in den statistischen Tests häufig weißes Rauschen in den Meßgleichungen vorausgesetzt wird, sind die Testergebnisse bei systematisch verfälschten Daten (z. B. bei Mehrwegeeffekten) mit Vorsicht zu behandeln. In solchen Extremfällen besteht die Möglichkeit, daß die korrekte Mehrdeutigkeitskombination auch nach längeren Beobachtungszeiten nicht gefunden werden kann, oder sogar eine falsche Kombination fixiert wird. Daher wird im allgemeinen ein strenger Test ausgeführt.

Verschiedene Tests zur Entscheidung, ob die Mehrdeutigkeiten fixiert werden sollten oder nicht, sind möglich. Im folgenden werden diese kurz beschrieben.

4.3.1 Quotiententest (F-Ratio-Test) der Nebenbedingungsresiduen

Der wohl am häufigsten verwendete Test ist ein Quotiententest zwischen den Residuen der besten und zweitbesten Lösung: Die mathematische Herleitung dieses Tests ist beispielsweise in (Euler und Schaffrin, 1990) zu finden, und wird im folgenden kurz beschrieben.

Bezeichnet man mit κ eine Mehrdeutigkeitskombination (wie unter 4.2.1), so läßt sich das zugehörige Residuum aus Gleichung (4.2.1-9) wie folgt schreiben:

$$\Omega(\kappa) = \Omega + R(\kappa) \quad (4.3.1-1)$$

Die quadratische Form $R(\kappa)$ ist Chi-Quadrat-verteilt:

$$R(\kappa) \sim \chi^2(r, \lambda(\kappa)) \quad (4.3.1-2)$$

wobei r die Anzahl der Mehrdeutigkeiten r ($\text{Rang}(K) = r$) ist, und für den Nicht-Zentralitätsparameter $\lambda(\kappa)$ die Gleichung

$$\lambda(\kappa) = (\kappa - Kx)^T S_2 (\kappa - Kx) \quad (4.3.1-3)$$

gilt.

Dies bedeutet, daß unter der Nullhypothese

$$H_0 : Kx = \kappa_0 \quad (4.3.1-4)$$

der Nicht-Zentralitätsparameter verschwindet. Da Ω und $R(\kappa)$ statistisch unabhängig sind, kann mittels

$$T(\kappa) = \frac{n-u}{r} \frac{R(\kappa)}{\Omega} \quad (4.3.1-5)$$

eine Teststatistik geformt werden, die für den korrekten Mehrdeutigkeitsvektor der zentralen F-Verteilung, für jeden anderen Mehrdeutigkeitsvektor einer nicht zentralen F-Verteilung (Nicht-Zentralitätsparameter $\lambda_0(\kappa)$) genügt. Dabei ist:

$$\lambda_0(\kappa) = (\kappa - \kappa_0)^T S_2 (\kappa - \kappa_0) \quad (4.3.1-6)$$

Prinzipiell kann also eine Mehrdeutigkeitskombination κ getestet werden, indem die Hypothese (4.3.1-4) akzeptiert wird, sobald die Teststatistik $T(\kappa)$ die Ungleichung

$$T(\kappa) \leq F_{1-\alpha; r, n-u} \quad (4.3.1-7)$$

erfüllt. Dabei ist F_α ein entsprechendes Fraktile der F-Verteilung und α das gewählte Signifikanzniveau. Dieses Verfahren prüft die Änderung der Residuenquadratsumme durch Einführung der zusätzlichen Nebenbedingungen $Kx = \kappa$. In der Praxis ergeben sich jedoch häufig signifikante Veränderungen der Residuenquadratsumme, so daß eine Entscheidung für eine einzelne Lösungskombination kaum möglich ist.

Daher wird üblicherweise ein Test durchgeführt, der die Separierbarkeit zweier unterschiedlicher Mehrdeutigkeitskombinationen κ_1 und κ_2 prüft. Dazu werden die beiden Teststatistiken $T(\kappa_1)$ und $T(\kappa_2)$ zueinander ins Verhältnis gesetzt:

$$T_{A,12}(\kappa_1, \kappa_2) = \frac{T(\kappa_2)}{T(\kappa_1)} = \frac{R(\kappa_2)}{R(\kappa_1)} \quad (4.3.1-8)$$

Ist die Teststatistik $T_{A,12}$ größer als eine vordefinierte Schranke, so sind die beiden Kombinationen signifikant unterscheidbar. Die verwendete Schranke ist abhängig vom Signifikanzniveau α und bei konstant gehaltenen α aus den entsprechenden Fraktile der F-Verteilung ableitbar.

4.3.2 Quotiententest der Gesamtresiduen

Eine zweite, ähnliche Statistik bezieht sich nicht nur auf die Residuen, welche durch Einführung der Nebenbedingungen (4.2.1-6) in das Gleichungssystem entstehen, sondern bezieht sich auf das Gesamtresiduum der gefundenen Lösung:

$$T_{B,12}(\kappa_1, \kappa_2) = \frac{\Omega(\kappa_2)}{\Omega(\kappa_1)} = \frac{\Omega + R(\kappa_2)}{\Omega + R(\kappa_1)} \quad (4.3.2-1)$$

Um die beste Kombination nun von allen anderen Kombinationen signifikant unterscheiden zu können, genügt es im Prinzip, die Unterscheidung von bester zu zweitbesten Kombination zu zeigen. Wird die gefundene optimale Mehrdeutigkeitskombination mit κ_0 bezeichnet, so kann der Quotiententest zwischen zweitbesten und bester Kombination durch folgende Minimum-Bedingung beschrieben werden:

$$T = \min_{\kappa \neq \kappa_0} \frac{\Omega(\kappa)}{\Omega(\kappa_0)} = \min_{\kappa \neq \kappa_0} \frac{\Omega + R(\kappa)}{\Omega + R(\kappa_0)} \quad (4.3.2-2)$$

Wiederum kann eine Fixierung erfolgen, wenn die Statistik T eine vordefinierte Schranke γ ($\gamma > 1$) übersteigt.

$$T > \gamma \quad (4.3.2-3)$$

Diese Methode wird in der Praxis am häufigsten angewandt. Der kritische Wert für γ wird dabei entweder empirisch gewählt, oder anhand einer F-Verteilung bestimmt. Gemäß *Teunissen (1995, S.172ff)* wird γ derart gewählt, daß κ_0 nicht nur „wahrscheinlich genug, sondern weit wahrscheinlicher als der zweitwahrscheinlichste Vektor“ ist. Streng genommen genügt T nämlich nicht der F-Verteilung, da Zähler und Nenner in (4.3.2-2) nicht statistisch unabhängig sind.

Bezeichnet man den statistischen Freiheitsgrad des Nenners (und Zählers) mit f, so ist die zu wählende Schranke γ vom Signifikanzniveau α abhängig. Nach *Chen (1997)* kann basierend auf *Corbett und Cross (1995)* beispielsweise für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ folgende Tabelle angegeben werden:

f	5	10	14	20	30	50	100	200
γ	5.05	2.98	2.44	2.12	1.84	1.60	1.39	1.26

Tabelle 4.3.2-1: Fixierungsschranke γ in Abhängigkeit vom Freiheitsgrad f einer F-Verteilung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$

Durch den strengen Test tritt in der Praxis häufig der umgekehrte Fall auf, nämlich daß die korrekte Mehrdeutigkeitskombination als Kombination mit dem kleinsten Residuum gefunden wird, lange bevor der Test (4.3.2-3) positiv ausfällt.

Probleme mit diesem statistischen Test können sich gelegentlich kurz nach Systemstart ergeben, da der Filter nach Daten von nur wenigen Epochen (Sekundentakt) noch weit von der korrekten Lösung entfernt ist. Das bedeutet, daß durch die dort (mehr oder weniger) zufällige Residuen-

verteilung der Test positiv ausfallen kann, weil die korrekte Mehrdeutigkeitslösung Gleichung (4.3.1-1) noch nicht minimiert, oder das gewählte Suchfenster (wenn keine Transformation der Mehrdeutigkeiten durchgeführt wird) zu klein ist, und die korrekte Integer-Kombination κ_0 daher nicht enthält.

4.3.3 Diskriminierung basierend auf der Maximum-Likelihood-Funktion

Wang et al. (1997) schlagen eine neuere Methode zur Mehrdeutigkeitsdiskriminierung basierend auf der Maximum-Likelihood-Funktion (ML-Funktion) vor, die im folgenden kurz skizziert wird. Im Gegensatz zum F-Ratio-Test kann die stochastische Unabhängigkeit der involvierten Zufallsverteilungen gezeigt werden. Die resultierende Teststatistik hat damit eine Student-t-Verteilung, für die Quantile verfügbar sind, so daß die kritische Schranke dem geforderten Signifikanzniveau entsprechend leicht gewählt werden kann.

Der Ansatz geht von der Likelihood-Funktion (z.B. Koch, 1988) der zu testenden Mehrdeutigkeitskombination aus:

$$L(l; x, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} |Q|^{-1/2} \exp\left(-(l - Ax)^T P(l - Ax) / 2\sigma^2\right) \quad (4.3.3-1)$$

wobei die verwendeten Größen wie folgt erklärt sind:

- l der Vektor der Messungen,
- A die Designmatrix,
- x der Vektor der Unbekannten,
- P Gewichtsmatrix des Meßrauschens,
- Q Kofaktormatrix des Meßrauschens ($Q = P^{-1}$),
- σ^2 a priori Varianzfaktor der Messungen ($Var(l) = \sigma^2 Q = \sigma^2 P^{-1}$).

Grundlage des Ansatzes ist das Gauß-Markov-Modell.

Bei fixiertem σ^2 wird die Likelihood-Funktion (4.3.3-1) als bedingte Likelihood-Funktion $L(l; x)$ geschrieben. Es ist leicht zu beweisen, daß die Kleinste-Quadrate-Schätzung der Unbekannten in einem linearen Modell identisch mit den korrespondierenden ML-Schätzern sind, die man erhält, wenn die bedingte Likelihood-Funktion (bei fixiertem σ^2) maximiert wird. Der Vorteil dieses ML-Prinzips liegt hier in der Tatsache, daß es direkt angewendet werden kann um den Signifikanzunterschied zweier Gauß-Markov-Modelle mit Nebenbedingungen zu prüfen. Die ML-Funktion für eine gegebene Mehrdeutigkeitskombination c_i kann wie folgt geschrieben werden:

$$L_{c_i} = \text{Max } L(l; x | Hx = c_i) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} |Q|^{-1/2} \exp\left(-\Omega_{c_i} / 2\sigma^2\right) \quad (4.3.3-2)$$

Basierend auf diesen Gleichungen können die Wahrscheinlichkeiten zweier Kombinationen c_i und c_j gegeneinander getestet werden. Das Verhältnis der beiden Wahrscheinlichkeiten ergibt sich zu:

$$\Psi = \frac{L_{c_i}}{L_{c_j}} = \exp\left(\frac{d}{2\sigma^2}\right) \quad (4.3.3-3)$$

wobei die Abkürzung $d = \Omega_{c_j} - \Omega_{c_i}$ eingeführt wurde. Bei fixiertem σ^2 variiert das Wahrscheinlichkeitsverhältnis nur mit der Zufallsvariablen d . Diese wurde bereits von *Tiberius und Jonge (1995)* als Teststatistik mit empirisch gefundenen kritischen Schwellenwert genützt.

Im Falle $\Psi = 1$ (d.h. $d = 0$), können die beiden Mehrdeutigkeitskombinationen nicht signifikant voneinander getrennt werden. Weicht Ψ dagegen stark von 1 ab, so ist eine signifikante Trennung möglich. Geeignete Null- und Alternativhypothesen für den durchzuführenden Test sind also:

$$\begin{aligned} H_0 : E(d) &= 0 \\ H_1 : E(d) &\neq 0 \end{aligned} \quad (4.3.3-4)$$

Um eine geeignete Teststatistik zu konstruieren, kann die Abhängigkeit der Größe d vom Meßvektor l genauer betrachtet werden. Es gilt der lineare Zusammenhang

$$d = 2(c_i - c_j)^T (H^T Q_x H)^{-1} H \hat{x} + d_0 = d_1 A^T P l + d_0 \quad (4.3.3-5)$$

wobei \hat{x} die „Float“-Lösung des Gauß-Markov-Modells (ohne Nebenbedingungen) ist und die Konstanten d_1 und d_0 mittels

$$d_1 = 2(c_i - c_j)^T (H^T Q_x H)^{-1} H Q_x \quad (4.3.3-6)$$

$$d_0 = c_j^T Q_{x_k}^{-1} c_j - c_i^T Q_{x_k}^{-1} c_i \quad (4.3.3-7)$$

beschrieben werden können.

Eine natürliche Teststatistik ergibt sich somit zu:

$$W = \frac{d}{\sqrt{\text{Var}(d)}} \quad (4.3.3-8)$$

wobei $\text{Var}(d)$ die geschätzte Varianz von d ist. Nach dem Kofaktor-Fortpflanzungsgesetz ergibt sich der Kofaktor von d zu:

$$Q_d = 4(c_i - c_j)^T (H^T Q_x H)^{-1} (c_i - c_j) = 4(c_i - c_j)^T Q_{x_k} (c_i - c_j) \quad (4.3.3-9)$$

Um hieraus die Varianz von d zu erhalten, ist es prinzipiell möglich, sowohl die a priori-Varianz σ^2 wie auch die a posteriori geschätzte empirische Varianz \hat{s}_0^2 zu verwenden. In *Wang et al. (1997)* werden beide Möglichkeiten untersucht. Für den Fall, daß die a priori-Varianz σ^2 Verwendung findet, ist W unter der Nullhypothese gemäß $N(0, 1)$ verteilt. Im Fall, daß die beste Mehrdeutigkeitskombination gegen die zweitbeste getestet wird, lautet die leicht veränderte Alternativhypothese $H_1: E(d) > 0$. W genügt dann einer „abgeschnittenen Normalverteilung“ (*Cox, 1962*).

Im Normalfall wird man jedoch von der a posteriori-Varianz \hat{s}_0^2 ausgehen. Die Teststatistik aus (4.3.3-8) ergibt sich somit zu:

$$W = \frac{d}{\hat{s}_0 \sqrt{Q_d}} = \frac{\frac{d}{\sqrt{\sigma^2 Q_d}}}{\sqrt{\frac{\Omega_0}{\sigma^2 f}}} \quad (4.3.3-10)$$

wobei f die Redundanz des Gleichungssystems ist (Anzahl der Gleichungen minus Anzahl der Unbekannte). Wie aus (4.3.3-10) ersichtlich, ist W der Quotient zweier Zufallsvariablen. Die Zufallsvariable im Zähler von (4.3.3-10) ist unter der Nullhypothese standardnormal nach $N(0,1)$ verteilt. Der Nenner hingegen setzt sich aus der Wurzel aus einer χ^2 -Verteilung zusammen, welche durch den Freiheitsgrad f geteilt wurde. Ein solcher Quotient ist Student-t-verteilt, sofern stochastische Unabhängigkeit der Größen d und Ω_0 nachgewiesen werden kann.

Nach Koch (1988, S. 156f) kann die Kovarianz von d und Ω_0 geschrieben werden als:

$$\text{Cov}(d, \Omega_0) = 2\text{Tr}(B_1 D B_2 D) + 4\tilde{l}^T B_1 D B_2 \tilde{l} \quad (4.3.3-11)$$

mit $B_1 = d_1 A^T P$, $B_2 = P Q_0 P$ und $\tilde{l} = E(l)$.

Wegen

$$B_1 D B_2 = d_1 A^T P \sigma^2 P^{-1} P Q_0 P = \sigma^2 d_1 A^T P Q_0 P = \sigma^2 d_1 (A^T P - A^T P A Q_0 A^T P) = 0 \quad (4.3.3-12)$$

gilt $\text{Cov}(d, \Omega_0) = 0$, was die Unabhängigkeit garantiert. Somit ist die Student-t-Verteilung der Testgröße W in (4.3.3-10) immer gewährleistet. Wird nun die beste Kombination gegen die zweitbeste getestet, so erhält man wie im Fall der a priori-Varianz die leicht modifizierte Alternativhypothese $H_1: E(d) > 0$. Bezeichnet man mit $t_f(y)$ die zentrale t-verteilte Dichtefunktion mit f Freiheitsgraden, so kann die kritische Schranke c_α des Tests bei gewähltem Signifikanzniveau α wie folgt bestimmt werden:

$$\int_{-\infty}^{c_\alpha} t_f(y) dy = 1 - \alpha \quad (4.3.3-13)$$

Für den Fall, daß die Ungleichung

$$W > c_\alpha \quad (4.3.3-14)$$

erfüllt ist, ist die Wahrscheinlichkeit für die beste Kombination signifikant größer als die Wahrscheinlichkeit für die zweitbeste Kombination. Die beste gefundene Kombination kann somit fixiert werden.

4.4 Zukunft der Trägerphasenfixierung

Trotz der vielen Aktivitäten der letzten Jahre im Bereich der Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten sind die Methoden für sicherheitskritische Anwendungen heute noch nicht zuverlässig genug. „Low-cost“ INS-Geräte, GLONASS, Pseudolites oder andere Sensoren können die Robustheit der Methoden deutlich erhöhen, jedoch bleibt durch die nicht-stetige Art der Suchtechniken ein gewisser Unsicherheitsfaktor bestehen, der bei (nur geringen) systematischen Störeffekten zu einem Sicherheitsrisiko werden kann.

Für ein zukünftiges GNSS2 geht daher der aktuelle Trend in die Richtung, die Signalstruktur so zu entwerfen, daß eine direkte Fixierung der Mehrdeutigkeiten möglich ist. „Direkt“ meint hier die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten ohne Verwendung eines Suchalgorithmus wie der unter 4.2 beschriebenen. Der Grund für das Bestreben einer direkten Fixierung liegt an der mangelnden Robustheit bisheriger Methoden. Selbst bei harten Validierungsschranken ist durch systematische Störeffekte eine falsche Fixierung nicht auszuschließen. Bei zu harten Schranken ist jedoch die Wahrscheinlichkeit, daß überhaupt eine Mehrdeutigkeitskombination fixiert wird, vor allem im kinematischen Fall eher gering, da die notwendige Signifikanz für eine Fixierung nicht erreicht wird.

Die der direkten Mehrdeutigkeitsfixierung zugrundeliegende Idee geht auf *Harris (1997)* zurück und beruht auf dem „Gap-Bridging-Concept“, einer Verallgemeinerung der „Wide-Laning“-Technik, und wurde erstmals von *Forssell et al. (1997)* veröffentlicht. „Gap-Bridging“ meint in diesem Zusammenhang das Überbrücken der Lücke in den Meßgenauigkeiten von ungenauen Codemessungen (im Meterbereich) hin zu hochgenauen Trägerphasenmessungen (im Millimeterbereich). Durch die Verwendung von nicht zwei, sondern drei Trägerfrequenzen, ist es möglich, aus den gemessenen Code- und Trägerphasenmessungen virtuelle Trägerphasen-Signale zu bilden, deren Mehrdeutigkeiten durch ihre unterschiedlichen Wellenlängen stufenweise einzeln fixiert werden können. Aus der Verwendung dreier Frequenzen erhielt die Methode auch den Namen TCAR („Three Carrier Ambiguity Resolution“).

Unter idealen Empfangsbedingungen kann gezeigt werden, daß der Ansatz eine sowohl instantane als auch zuverlässige Mehrdeutigkeitsfixierung zuläßt. Betrachtet man jedoch reale Umgebungsbedingungen, insbesondere typische Mehrwegszenarien, so erkennt man den Schwachpunkt des Ansatzes (*Werner et al., 1998a, 1998b*).

Eine äußerst wichtige Voraussetzung für das Funktionieren der Methode ist eine möglichst genaue Codemessung auf zumindest einer der beteiligten Frequenzen. Eine solche hochgenaue Codemessung ist nur bei Einsatz eines „Narrow-Correlators“ und der damit verbundenen großen Bandbreite des Signals möglich (*Van Dierendonck et al., 1992, Fenton et al., 1991*).

Die technische Realisierung einer entsprechenden Signalstruktur stellt kein Problem dar, wohl aber die internationale Reservierung eines entsprechend breiten Frequenzbandes.

4.4.1 Die TCAR-Methode (drei Trägerfrequenzen)

Für ein zukünftiges GNSS2 wurde von *Harris (1997)* und *Forssell et al. (1997)* die TCAR-Methode („Three Carrier Ambiguity Resolution“) vorgeschlagen. Die Methode beruht auf der Verwendung von drei Trägerfrequenzen im L-Band, von denen zwei eng benachbart sind und die dritte einen etwas größeren Abstand hat (Bild 4.4.1-1).

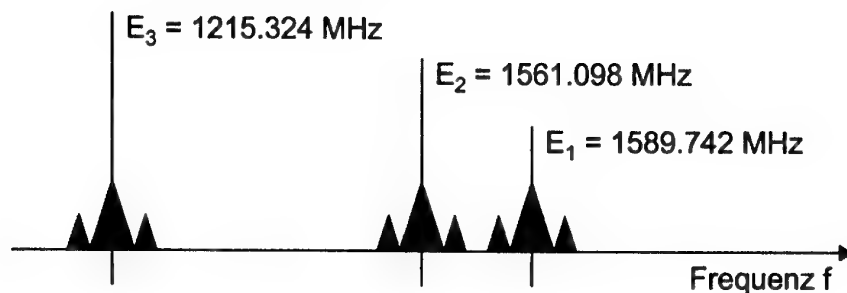


Bild 4.4.1-1: Frequenzplan (1997) der ESA für ein GNSS2 (Forssell et al., 1997)

	Frequenz [MHz]	Chiprate [Mchip/s]	Trägerwellenlänge [m]
E ₁	1589.742	2.046	0.1886
E ₂	1561.098	2.046	0.1920
E ₃	1215.324	0.25575	0.2467

Tabelle 4.4.1-1: Von der ESA 1997 vorgeschlagene Signalstruktur

Der hier wiedergegebene Frequenzplan ist als exemplarisch anzusehen. Die tatsächlich verwendeten Frequenzen und Chipraten wurden bereits geringfügig geändert. Dennoch können die hier im folgenden dargestellten Ergebnisse als repräsentativ für eine derartige Signalstruktur und die von der ESA vorgeschlagene TCAR-Methode angesehen werden.

Als erste Schätzung der Pseudoentfernung zum Satelliten dient eine Codemessung auf der Frequenz E₁. Durch Differenzbildung der Trägerphasenmessungen der beiden eng benachbarten Frequenzen E₁ und E₂ kann in einem zweiten Schritt ein „Super-Widelane“-Signal gebildet werden, dessen Wellenlänge 10.47 m beträgt. Setzt man voraus, daß die Codemessung eine 1 σ -Genauigkeit im Submeterbereich hat, so kann die Super-Widelane-Mehrdeutigkeit direkt fixiert werden. Im nächsten Schritt kann über die Differenz der weit auseinander liegenden Trägerphasenmessungen auf E₁ und E₃ ein weiteres Widelane-Signal gebildet werden, dessen Wellenlänge nun bei ca. 80 cm liegt. Die Genauigkeit des Super-Widelane-Trägerphasensignals liegt im Bereich von wenigen Zentimetern, so daß nun auch die 80 cm-Mehrdeutigkeit bestimmt werden kann. Schließlich ist die resultierende Ungenauigkeit klein genug, daß die Mehrdeutigkeit der Trägerphasenmessung bezüglich E₁ (und damit E₂ und E₃) bestimmt werden kann. Im folgenden werden die einzelnen Schritte nochmals detailliert erläutert.

Basierend auf der von der ESA vorgeschlagenen Signalstruktur für GNSS2 (s. Tabelle 4.4.1-1) arbeitet die TCAR-Methode nach den folgenden vier Schritten:

Schritt 1:

Beginne mit einer Codemessung auf E₁ als erste Schätzung für die gesuchte Distanz zwischen Satellit und Empfänger. Die Meßgenauigkeit liegt in der Größenordnung eines Bruchteils der Codechiplänge (146.6 m für eine Chiprate von 2.046 Mchips/s). Die Ungenauigkeit ist daher (im Idealfall) weit geringer als die virtuelle Trägerphasenwellenlänge des „Super-Widelane“-Signals in Schritt 2. Ausgehend von den üblichen Beobachtungsgleichungen (siehe auch Gleichungen (3.1.1-5) sowie (3.1.2-7)) mit den entsprechenden Definitionen der Variablen

$$\begin{aligned} R_i &= \rho + \delta_r - \delta^s + \delta_{ion,i} + \delta_{tro} + \delta_{MP,R_i} + \varepsilon_{R_i} \\ \lambda_i \Phi_i &= \rho + \delta_r - \delta^s - \delta_{ion,i} + \delta_{tro} + \delta_{MP,\Phi_i} + \lambda_i N_i + \nu_{\Phi_i} \end{aligned} \quad (4.4.1-1)$$

können die wesentlichen Fehleranteile durch doppelte Differenzierung eliminiert werden.

$$\begin{aligned} \nabla \Delta R_i &= \nabla \Delta \rho + \nabla \Delta \delta_{ion} + \nabla \Delta \delta_{tro} + \nabla \Delta \delta_{MP,R_i} + \nabla \Delta \varepsilon_{R_i} \\ \lambda_i \nabla \Delta \Phi_i &= \nabla \Delta \rho - \nabla \Delta \delta_{ion} + \nabla \Delta \delta_{tro} + \nabla \Delta \delta_{MP,\Phi_i} + \nabla \Delta \lambda_i N_i + \nabla \Delta \nu_{\Phi_i} \end{aligned} \quad (4.4.1-2)$$

Im Falle von kurzen Basislinien (bis zu einigen zehn Kilometern) können die atmosphärischen Restfehler vernachlässigt werden. Nimmt man weiterhin an, daß die Mehrwegfehler auf den Signalen vernachlässigbar klein sind (was keine gerechtfertigte Annahme ist !), so lassen sich die doppelt differenzierten Gleichungen vereinfacht wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} R_i &= \rho + \varepsilon_{R_i} \\ \lambda_i \Phi_i &= \rho + \lambda_i N_i + \nu_{\Phi_i} \end{aligned} \quad (4.4.1-3)$$

Dabei wurde der Operator $\nabla \Delta$ aus Gründen der leichteren Lesbarkeit aus den Gleichungen weggelassen. Aus der ersten Gleichung in (4.4.1-3) für die Frequenz E_1 kann ein erster unverzerrter Schätzer für ρ abgeleitet werden:

$$\hat{\rho}_{(1)} = R_1 \quad (4.4.1-4)$$

Die Genauigkeit dieses Schätzers ist schlicht die Genauigkeit der Codemessung auf E_1 , welche in Abhängigkeit der DLL Bandbreite B_L , dem Korrelatorabstand d (welcher für die von der ESA vorgeschlagene bandbreitenbegrenzte Signalstruktur konstant 1 ist), der Empfänger-Integrationszeit T , der Code-Chipdauer T_c und dem Signal-zu-Rausch-Verhältnis C/N_0 nach (Van Dierendonck, 1992) wie folgt dargestellt werden kann:

$$\sigma_{R_1}^2 = \frac{B_L d}{2C/N_0} \left[1 + \frac{2}{(2-d)C/N_0 T} \right] T_c^2 \quad (4.4.1-5)$$

Schritt 2:

In einem zweiten Schritt kann die gefundene Schätzung für ρ zusammen mit der gemessenen Phasendifferenz $\Phi_1 - \Phi_2$ zur Fixierung der „Super-Widelane“-Mehrdeutigkeit $N_{12} = N_1 - N_2$ ausgenutzt werden:

$$\hat{N}_{12} := \Phi_1 - \Phi_2 - \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \hat{\rho}_{(1)} \quad (4.4.1-6)$$

Da das Super-Widelane-Signal eine Wellenlänge von etwa $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = 10.47 \text{ m}$ hat, läßt sich N_{12}

leicht durch Rundung mittels $\bar{N}_{12} := [\hat{N}_{12}]$ fixieren. Der wesentliche Aspekt ist nun die Umkehrung von Formel (4.4.1-6) bei fixiertem N_{12} . Man erhält so eine wesentlich verbesserte zweite Schätzung für ρ :

$$\hat{\rho}_{(II)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\Phi_1 - \Phi_2 - \bar{N}_{12}) \quad (4.4.1-7)$$

Die Größenordnung ihrer Genauigkeit liegt im Millimeter- bis Zentimeterbereich, da nur Trägerphasenmessungen, aber keine Codemessungen zu ihrer Berechnung herangezogen wurden. Dabei wurde jedoch davon ausgegangen, daß der Mehrdeutigkeitsterm \bar{N}_{12} korrekt fixiert wurde und seine Varianz somit verschwindet.

$$\sigma_{\hat{\rho}_{(II)}}^2 = \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right)^2 (\sigma_{\Phi_1}^2 + \sigma_{\Phi_2}^2) \quad (4.4.1-8)$$

Diese Genauigkeit ist ausreichend, um im nächsten Schritt die „Widelane“-Mehrdeutigkeit zu fixieren.

Schritt 3:

Mit dieser Präzisierung der gesuchten Distanz kann die selbe Prozedur für ein übliches Widelane-Signal (für die weiter auseinander liegenden Frequenzen E_1 und E_3) wiederholt werden:

$$\hat{N}_{13} := \Phi_1 - \Phi_3 - \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_3} \right) \hat{\rho}_{(II)} \quad (4.4.1-9)$$

Die Gleichungen (4.4.1-9) und (4.4.1-6) sind dabei statistisch unabhängig. Wiederum kann der Schätzer für N_{13} leicht durch einfache Rundung fixiert werden, da das betrachtete Widelane-Signal eine Wellenlänge von etwa $\frac{\lambda_1 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} = 0.801\text{m}$ hat, was weit über dem Rauschen aus Gleichung (4.4.1-8) liegt. Die neue Distanzschätzung ergibt sich zu:

$$\hat{\rho}_{(III)} = \frac{\lambda_1 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} (\Phi_1 - \Phi_3 - \bar{N}_{13}) \quad (4.4.1-10)$$

Analog zu (4.4.1-8) und unter analogen Voraussetzungen über eine korrekte Fixierung kann die Varianz berechnet werden zu:

$$\sigma_{\hat{\rho}_{(III)}}^2 = \left(\frac{\lambda_1 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \right)^2 (\sigma_{\Phi_1}^2 + \sigma_{\Phi_3}^2) \quad (4.4.1-11)$$

Diese Varianz liegt nun weit unterhalb der Trägerwellenlänge des E_1 -Signals, so daß nun in einem letzten Schritt auch die ursprüngliche E_1 - (und auch die E_2 - bzw. E_3 -) Mehrdeutigkeit direkt (ohne Suchalgorithmus) fixiert werden kann.

Schritt 4:

Als Schätzwert für N_1 ergibt sich:

$$\hat{N}_1 = \Phi_1 - \frac{\hat{\rho}_{(III)}}{\lambda_1} \quad (4.4.1-12)$$

Wiederum erhält man aus der Umkehrung der Formel nach der Fixierung von N_1 mittels $\bar{N}_1 := [\hat{N}_1]$ eine verbesserte Distanz:

$$\hat{\rho}_{(IV)} = \lambda_1 (\bar{N}_1 - \Phi_1) \quad (4.4.1-13)$$

Sind schließlich drei oder mehr (linear unabhängige) Doppeldifferenz-Mehrdeutigkeiten fixiert, so ist die Nutzerposition hochgenau (Millimeterbereich) bestimmt.

Eine wesentliche Voraussetzung für das Funktionieren des Algorithmus sind vernachlässigbare Mehrwegeeffekte, die jedoch in realen Umgebungen zu einem Scheitern dieses „Gap-Bridging-Concepts“ führen können.

4.4.2 Monte-Carlo-Simulation

Um die Performanz der TCAR-Methode abzuschätzen wurden umfangreiche Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt. Die Resultate dieser Simulation wurden bereits in *Werner et al. (1998a, 1998b)* veröffentlicht. Dennoch sollen hier die wesentlichen Ergebnisse nochmals dargestellt werden.

Zur Simulation wurde der TCAR-Algorithmus basierend auf den oben beschriebenen Schritten 1 bis 4 implementiert. Das Rauschen auf Code- und Phasenmessung wurde als weißes Rauschen, Gauß-verteilt in Abhängigkeit von der Signalstärke (s. Formeln (4.4.1-5), (4.4.1-8), etc.), modelliert. Des weiteren wurden Mehrweg- und Störinterferenz- („Jamming“)Einfluß simuliert. Nach *Van Nee (1993)* sowie *Van Nee (1995)* können für den Mehrwegfehler Mittelwerte und Standardabweichungen angegeben werden, welche an die ESA Signalstruktur angepaßt wurden (Tabelle 4.4.2-1).

Basierend auf den jeweils simulierten Meßfehlern wurden die vier TCAR-Schritte angewendet und die Propagation des Fehlers bis hin zum resultierenden Distanzfehler nach Fixierung von N_1 in Schritt 4 untersucht.

Für gegebene Randbedingungen (Umgebungsszenario, Signalstärke, Signalstärke des Störers, etc.) wurden jeweils 10000 Testläufe durchgeführt und die resultierenden Distanzfehler nach Anwendung der TCAR-Methode festgehalten. Es zeigt sich, daß der Mehrwegeinfluß vor allem auf der E_1 -Codemessung die primäre Fehlerquelle darstellt, die den Ansatz zum Scheitern bringen kann.

Umgebungsszenario	SMR η^{-1} [dB]	B_F [Hz]	τ [μ s]	μ_R [m]	σ_R [m]	σ_ϕ [cm]
Maritim	10	4	0.05	1.5	4	0.8
Luftfahrt, Bodenreflexionen	15	30	0-30	2.5	1.5	0.3
Luftfahrt, Flügelreflexionen	20	0.02	0.02	<0.01	2	0.2
Landnavigation, ländlich/vorstädtisch v=10m/s	5	100	0.3	11	2	1.0

$v=0\text{m/s}$	5	0.1	0.3	0.87	20.5	1.3
DGPS Referenzstation	40	0.1	0-1	0	0.5	0.02

Tabelle 4.4.2-1: Typische Mehrwegfehler Parameter für ESA E_1 , E_2 Code und Trägerphase in verschiedenen Navigations-Szenarien (Nichtkohärente DLL, Korrelatorabstand $d = 1$)

Bild 4.4.2-1 zeigt die Performanz der Methode unter idealen Bedingungen (kein Mehrweg). Die relative Häufigkeit eines Distanzfehlers der Größe 0 ist nahe bei 1. Jedoch zeigen sich bereits geringe Auftreten von Entfernungsfehlern in der Größenordnung von 10 m (!), was einer inkorrekten Fixierung der Super-Widelane-Mehrdeutigkeit zuzuordnen ist.

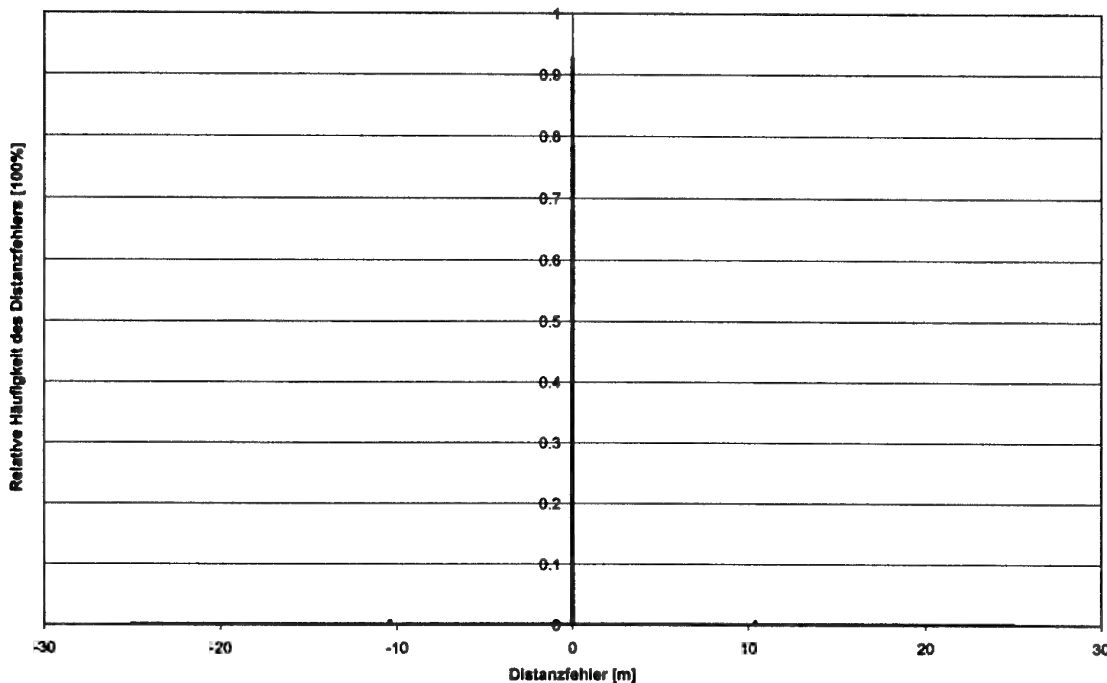


Bild 4.4.2-1: Relative Häufigkeit des Distanzfehlers nach Anwendung der TCAR-Methode (kein Mehrweg, doppelt differenzierte Messungen)

Das Resultat ändert sich drastisch, wenn ein Mehrwegszenario zugrunde gelegt wird. Bild 4.4.2-2 zeigt beispielsweise das Resultat für maritime Umgebung. Es zeigt sich, daß durchaus grobe Entfernungsfehler auftreten können. Die Ursache hierfür ist, daß bei starkem Mehrweg beispielsweise auf der E_1 -Codemessung schon die Super-Widelane-Mehrdeutigkeit falsch fixiert werden kann. Die restlichen Fixierungen sind dann Zufallsprozesse. Deutlich ersichtlich sind aus Bild 4.4.2-2 die Quantisierungen des Distanzfehlers abhängig von den verwendeten virtuellen Wellenlängen (10.47 m und 0.801 m).

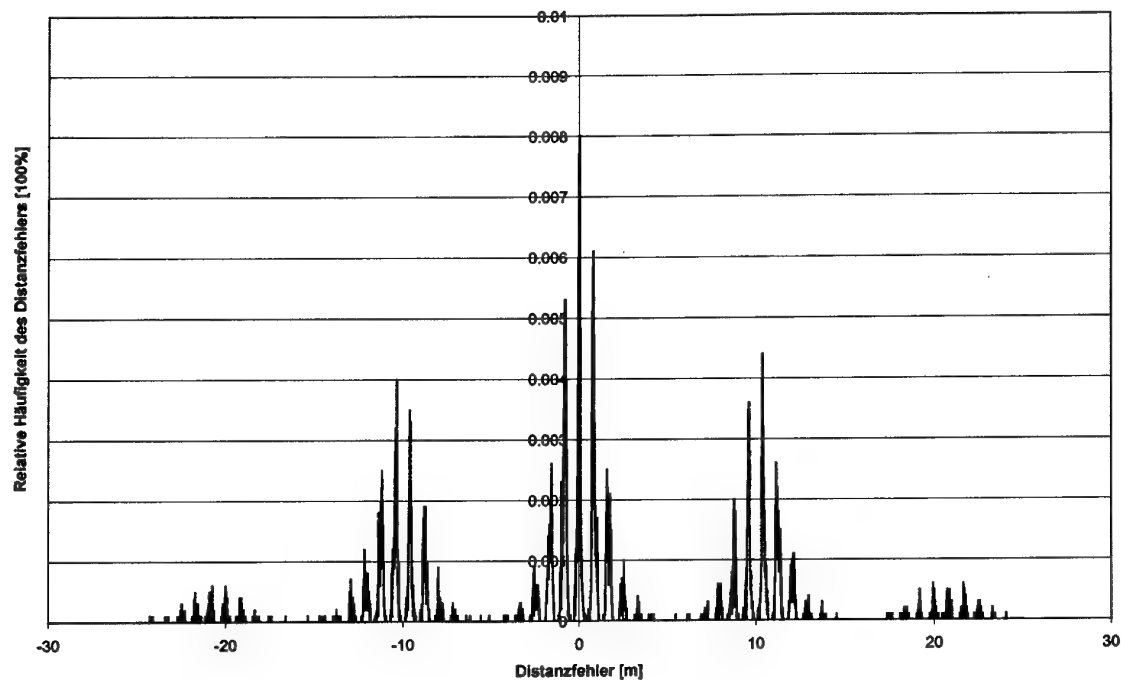


Bild 4.4.2-2: Relative Häufigkeit des Distanzfehlers nach Anwendung der TCAR-Methode (maritimes Szenario, doppelt differenzierte Messungen)

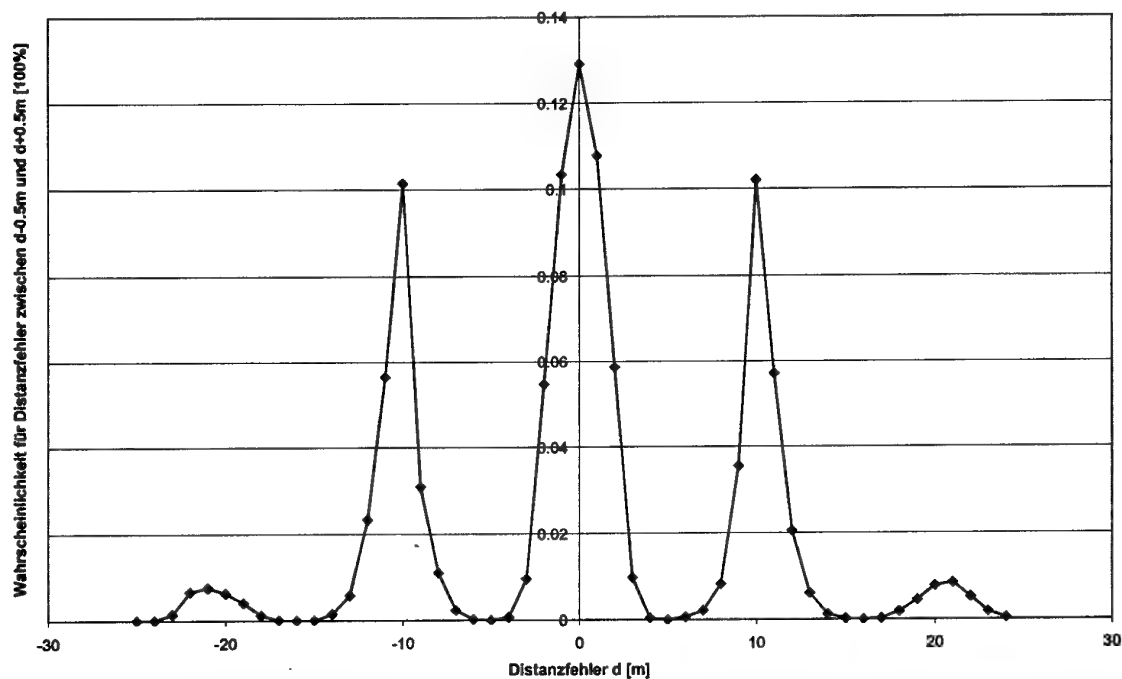


Bild 4.4.2-3: Wahrscheinlichkeit für einen Distanzfehler zwischen $d-0.5m$ und $d+0.5m$ nach Anwendung der TCAR Methode (maritimes Szenario, doppelt differenzierte Messungen)

Bild 4.4.2-2 ist nur schwer zu deuten, wenn eine Aussage über Wahrscheinlichkeiten gemacht werden soll, da der Distanzfehler in Klassen unterteilt wurde, die jeweils einen Bereich von ei-

nem Zentimeter abdecken. Wählt man eine gröbere Klasseneinteilung (z.B. 1 m), so läßt sich eine Wahrscheinlichkeitsaussage treffen.

Man sieht, daß große Distanzfehler nicht selten sind, was primär an dem großen Mehrwegfehler der Codemessung liegt. Auch eine höhere Signalstärke liefert kein besseres Ergebnis, da die relative Signalstärke zwischen direktem Signal und Umwegsignal zum selben resultierenden Mehrwegfehler der Codemessung führt.

Für die anderen in Tabelle 4.4.2-1 aufgelisteten Umgebungsszenarien ergeben sich ähnliche (eher schlechtere) Resultate. Sie sind hier nicht im einzelnen wiedergegeben, statt dessen sei hier nochmals auf *Werner et al. (1998a)* verwiesen.

Die Abhängigkeit der TCAR-Methode von der Signalstärke der betrachteten Signale läßt sich ebenfalls leicht durch Simulation finden. Bild 4.4.2-4 zeigt die Erfolgsquote abhängig von der Signalstärke, wobei ein resultierender Distanzfehler kleiner als 1.5 cm als Erfolg bewertet wurde.

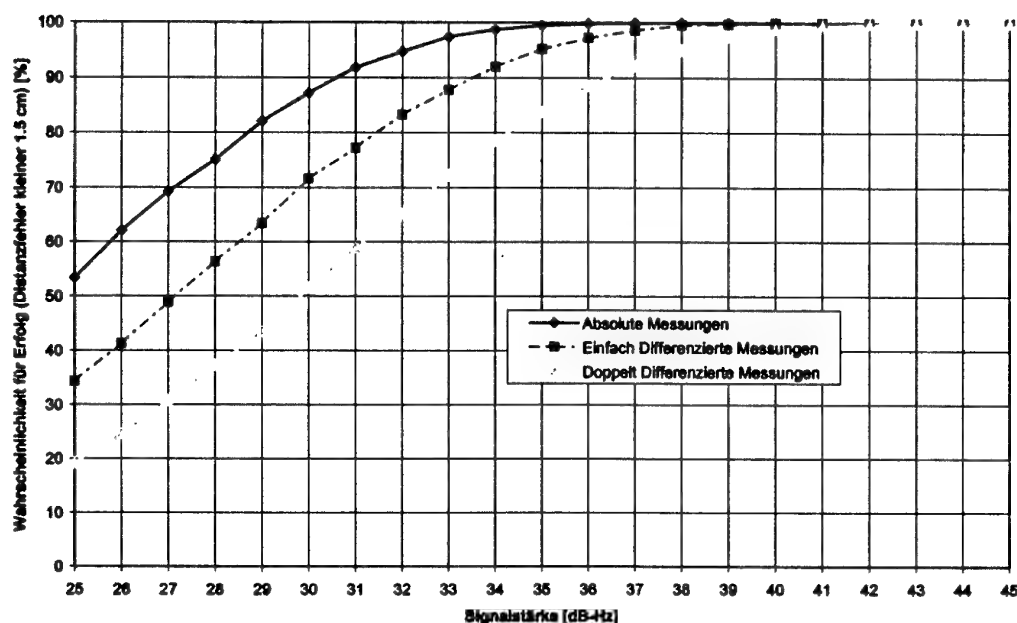


Bild 4.4.2-4: Erfolgsquote von TCAR abhängig von der Signalstärke und der Differenzierungen vor Anwendung von TCAR (kein Mehrweg)

Betrachtet man ein Mehrwegszenario, so findet man weit schlechtere Erfolgsquoten. Bild 4.4.2-5 zeigt die Erfolgswahrscheinlichkeit abhängig von der Signalstärke für verschiedene Szenarien im Fall undifferenzierter Messungen. Für einfach oder doppelt differenzierte Messungen ergibt sich ein ähnliches Ergebnis.

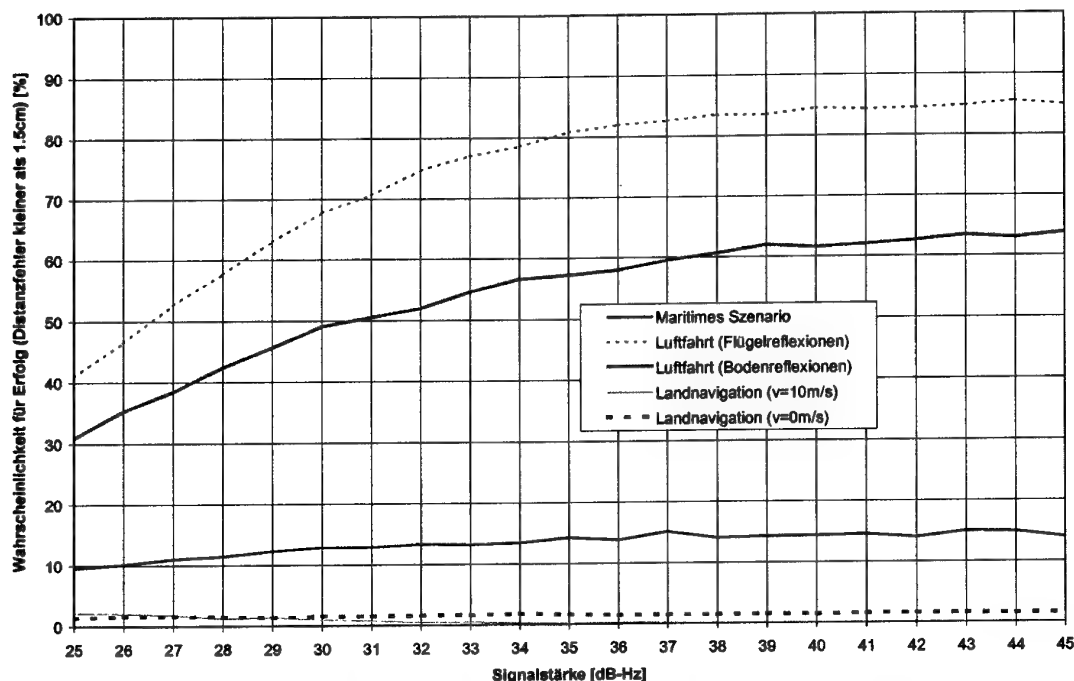


Bild 4.4.2-5: Erfolgsquote von TCAR in Abhängigkeit von der Signalstärke in verschiedenen Mehrwegszzenarien (undifferenzierte Messungen)

4.4.3 Verbesserungen der TCAR-Methode

Es sind viele Möglichkeiten denkbar, die Erfolgsquote des TCAR-Ansatzes zu erhöhen. Eine unverzichtbare Änderung ist jedoch die Vergrößerung der Bandbreite zumindest eines Signals. Eine vergrößerte Bandbreite ermöglicht den Einsatz der „Narrow-Correlator“-Technik und bewirkt damit eine enorm verbesserte Störsicherheit gegen Mehrwegsignale. Wünschenswert ist ebenfalls eine höhere Code-Chiprate, die den Nutzer vor allem gegen absichtliche Störung („jamming“) besser schützen kann.

Daß die Methode auch unter solchen Bedingungen nicht 100%-ig sicher sein kann, steht kaum in Frage. In jedem Fall ist also zusätzliche Intelligenz auf Seiten der Auswertelgorithmen notwendig. Beispielsweise wurde in den Simulationen unter 4.4.2 nur jeweils eine einzelne (bzw. eine doppelt differenzierte) Messung betrachtet. Durch eine gemeinsame Auswertung mehrerer solcher Messungen und einem Residuen-Test kann sicherlich noch viel gewonnen werden. Ob in Zukunft vollständig auf eine Mehrdeutigkeitssuche verzichtet werden kann, oder ob doch noch eine Suche in einem eng begrenzten Mehrdeutigkeitsraum durchgeführt werden muß, ist daher noch nicht endgültig klar.

5 GLONASS

Die Schwächen des GPS legen nahe, weitere Sensoren in ein hybrides Navigationssystem zu integrieren. Eine Möglichkeit bietet das russische Äquivalent zum amerikanischen GPS namens GLONASS („GLObal Navigation Satellite System“). Anfang des Jahres 1996 hatte auch GLONASS den geplanten Vollausbau von 24 aktiven Satelliten erreicht und zieht seitdem entsprechendes Interesse der internationalen Gemeinschaft auf sich.

Heute (September 1998) sind nur noch 14 bzw. 12 der GLONASS Satelliten nutzbar und die Zukunft des GLONASS-Systems ist aufgrund der politischen Situation eher als unsicher einzustufen. Daher wird GLONASS bei Empfängerherstellern nur zweitrangiges Gewicht zugeordnet. Die Entwicklungen auf dem Empfängermarkt (in bezug auf GLONASS) stagnieren daher eher. Aufgrund der Unsicherheit über die Zukunft des Systems gehen die Meinungen über GLONASS für eine zivile Anwendung (mit hohen Anforderungen an Integrität, Genauigkeit, Verfügbarkeit und Kontinuität) jedoch weit auseinander. Nichtsdestotrotz kann GLONASS als zusätzliche Stütze für ein integriertes DGPS/DGLONASS Navigationssystem herangezogen werden.

In den folgenden Abschnitten wird nach einer kurzgehaltenen Einführung in die Eigenschaften von GLONASS und die Unterschiede zu GPS auf die Modellierung und Integration zu einer kombinierten Navigationslösung eingegangen.

5.1 Allgemeines zu GLONASS

GLONASS wurde von der früheren Sowjetunion als Gegenstück zu GPS entwickelt und wird heute von der russischen Föderation weitergeführt. Der für die zivilen Anwender wohl interessanteste Punkt an GLONASS ist, daß keine künstliche Signalverschlechterung (wie S/A bei GPS) vorgesehen ist.

Ein wesentlicher Problembereich bei der Integration von GPS und GLONASS sind die Spannungen, die sich durch die Realisierungen der unterschiedlichen Referenzsysteme ergeben. Veröffentlichungen der Transformationsparameter finden sich beispielsweise in (*Misra und Abbot, 1994*). Eine neuere Schätzung zur Transformation der Referenzsysteme PE-90 (PZ-90) und WGS-84 wurde im Jahre 1996 im Rahmen einer europaweiten Meßkampagne (*Roßbach et al., 1996*) durchgeführt.

5.1.1 Vergleich der Referenzrahmen und Orbitalebenen von GPS und GLONASS

Das GPS-Referenzsystem ist WGS-84 (*ICD-GPS-200, 1991*), das GLONASS-Referenzsystem ist PE-90, früher bekannt als das SGS-90 (Sowjetisches Geodätisches System 1990), welches eine andere Realisierung hat als sein Vorläufer SGS-85. (*GLONASS-ICD, 1991*).

Gemäß *ICD-GPS-200 (1991)* ist das WGS-84 Koordinatensystem wie folgt definiert:

- Ursprung des Systems ist das Erdmassenzentrum.

- Die z-Achse verläuft parallel zur Richtung des Conventional International Origin (CIO) für Polbewegung definiert durch das Bureau International de l'Heure (BIH) auf der Basis der geographischen Breiten der BIH-Stationen.
- Die x-Achse ist der Schnitt der WGS-84 Referenz-Meridianebene und der Ebene des mittleren astronomischen Äquators, wobei der Referenz-Meridian parallel zum Nullmeridian, definiert durch das Bureau International de l'Heure auf der Basis der geographischen Längen der BIH-Stationen, steht.
- Die y-Achse vervollständigt das erdzentrale, erdfeste, orthogonale sowie rechtsdrehende Koordinatensystem, gemessen in der Ebene des mittleren astronomischen Äquators 90° östlich der x-Achse.

Die GPS-Zeit hat einen konstanten Offset von 19 Sekunden (Sept. 1998) gegenüber der International Atomic Time und war zur GPS-Standardepoche am 6. Januar 1980, 0:00 Uhr, identisch mit UTC. GPS-Zeit wird ausgedrückt in einer Wochennummer und laufenden Sekunden in die aktuelle Woche. Da für die laufende Woche in den GPS-Ephemeriden nur 10 Bit vorgesehen sind, ist die Zeitinformation mehrdeutig mit einer Periode von 1024 Wochen. Der erste Wochenüberlauf (Wechsel von Woche 1023 auf 0) findet am 22. August 1999, 0:00 Uhr, statt.

Das SGS-85 (Vorläufer des heutigen PE-90) ist nach dem *GLONASS-ICD (1991)* wie folgt definiert:

- Ursprung des Systems ist das Erdmassezentrum.
- Die z-Achse ist parallel zur Richtung des mittleren Nordpols der Epoche 1900–1905, definiert durch die International Astronomical Union (IAU) und International Association of Geodesy (IAG).
- Die x-Achse ist parallel zur Richtung des Erdäquators für die Epoche 1900–1905, wobei die XOZ-Ebene parallel zum mittleren Greenwich-Meridian ist und den Nullpunkt der Längengradzählung festlegt.
- Die z-Achse vervollständigt das geozentrische rechtwinklige Koordinatensystem rechtsdrehend.

Die Referenzzeit für GLONASS ist Moskauer Zeit, die an UTC-Zeit (UTC(SU), Universal Time Coordinated, Moskau) angeschlossen ist. Die lokale Moskauer Zeit ist der Greenwich-Zeit drei Stunden voraus. Durch die Anbindung an UTC werden in UTC eingefügte Schaltsekunden auch in die GLONASS-Systemzeit übernommen. Die letzte Schaltsekunde wurde am 1. Juli 1997, 0:00 Uhr, eingefügt.

Selbst bei identisch definierten Referenzsystemen ergäben sich durch unterschiedliche Realisierungen Spannungen und damit notwendige Transformationen zwischen den Systemen. Im Fall des PE-90 und des WGS-84 ist der Koordinatenursprung ideal betrachtet identisch. Durch unterschiedliche Realisierungen der Systeme ergibt sich jedoch nach *Roßbach et al. (1996)* in der Transformation eine Translation des Nullpunkts um einige Meter.

Im Vollausbau (z.B. Januar 1996) besteht GLONASS aus 24 Satelliten mit der Aufteilung von je 8 Satelliten in drei verschiedenen Orbitalebenen. Die Satellitenorbits sind bei einer Inklination von 68° und einer Flughöhe von etwa 19130 km nahezu kreisförmig. Die folgende Tabelle 5.1.1-1 zeigt die bedeutendsten Unterschiede in der Orbitkonfiguration und Grobsignalstruktur von GPS und GLONASS:

Eigenschaft	GPS	GLONASS
Große Bahnhalbachse	26580 km	25510 km
Orbitale Periode	11 h 58 min	11 h 15 min
Inklination	55°	64.8°
Exzentrizität	< 0.1	< 0.01
Signalzugriffsverfahren	CDMA	FDMA
L ₁ -Frequenz	1575.42 MHz	1602-1615.5 MHz
L ₂ -Frequenz	1227.60 MHz	1246-1256.5 MHz
C/A-Code-Chiprate	1.023MHz	0.511 MHz
P-Code-Chiprate	10.23MHz	5.11 MHz (<i>Lennan 1989</i>)
Signalpolarisation	RHCP	RHCP

Tabelle 5.1.1-1: Vergleich der Orbitkonfiguration und Grobsignalstruktur von GPS und GLONASS

5.1.2 Signalzugriffsverfahren

Während die Senderidentifikation bei GPS-Satelliten über CDMA erfolgt (jeder Satellite sendet einen anderen der 1025 möglichen, nicht trivialen Goldcodes), senden alle GLONASS-Satelliten denselben Code, dafür auf unterschiedlichen Frequenzen (FDMA): Um die Anzahl der notwendigen Frequenzen klein zu halten, senden seit etwa 1995 je zwei diametrale Satelliten auf derselben Frequenz. Das Bild 5.1.2-1 verdeutlicht die Situation zweier Satelliten, die auf derselben Frequenz senden. Zu Mißinterpretationen kommt es in der Luftfahrt nicht, da maximal einer der Satelliten sichtbar ist.

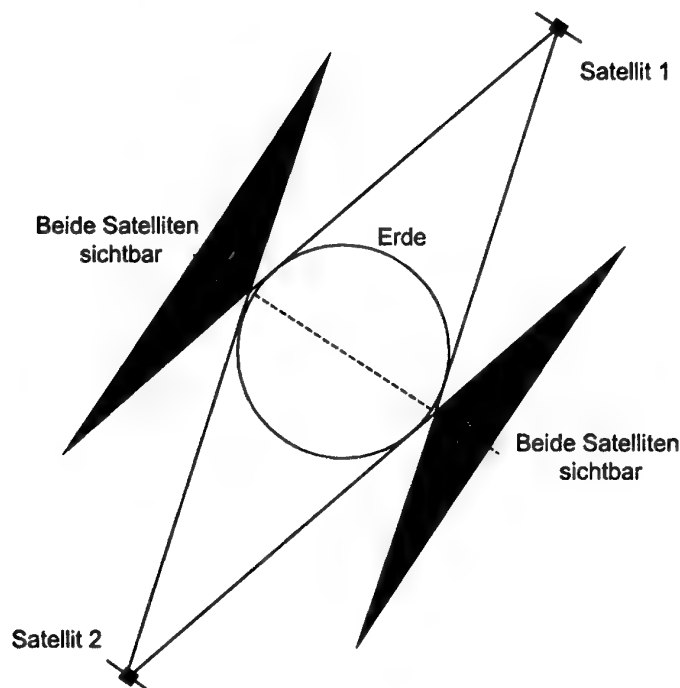


Bild 5.1.2-1: Bereiche mit Signalempfang gegenüberliegender Satelliten

Aus Bild 5.1.2-1 erkennt man eine minimale Höhe über dem Erdboden, bei der zwei bezüglich der Erde gegenüberliegende Satelliten sichtbar sind. Betrachtet man näherungsweise nur die

geometrische Situation (kein Gravitationsfeld und keine Refraktion), so ergibt sich die minimale Höhe, die notwendig ist, um Signale von beiden Satelliten zu empfangen, zu:

$$h_{\min} = \frac{R(H + R)}{\sqrt{H(2R + H)}} - R \quad (5.1.2-1)$$

wobei R der mittlere Erdradius und H die Höhe der Satelliten über dem Erdboden ist. Bei einem mittleren Erdradius von etwa 6367 km und einer mittleren Satellitenhöhe von 19143 km erhält man $h_{\min} = 208$ km. Ein Empfangsproblem durch die Interferenz beider Signale ergibt sich damit erst ab einer minimalen Höhe von etwa 208 km über dem Erdboden, was erst bei Raumfahrtanwendungen eine Rolle spielt.

Die für GLONASS-Satelliten verwendeten Frequenzen liegen ebenfalls wie bei GPS im L-Band und genügen dem folgenden einfachen Schema:

$$f_k^i = f_{0,k} + i \cdot \Delta f_k \quad (5.1.2-2)$$

wobei i die Frequenzkanal-Nummer des Satelliten und k die Nummer der Frequenz ($k = 1$ für L_1 oder $k = 2$ für L_2) ist. Weiterhin ist

$$f_{0,k} = 2848 \cdot \Delta f_k \quad (5.1.2-3)$$

mit

$$\Delta f_1 = 0.5625 \text{ MHz} \quad (5.1.2-4)$$

$$\Delta f_2 = 0.4375 \text{ MHz}$$

Das Verhältnis zwischen L_1 -Frequenz und L_2 -Frequenz beträgt konstant 9/7 für alle GLONASS-Satelliten. Durch die unterschiedlichen Frequenzen ergeben sich entsprechend unterschiedliche Wellenlängen der Trägersignale der Satelliten. Im Unterkapitel 5.2 werden die Auswirkungen auf die einzelnen Positionierungsmodelle behandelt. Es stellt sich dabei heraus, daß sich durch die unterschiedlichen Frequenzen ein wesentliches Problem für die hochgenaue Positionierung ergibt, wenn vom Modell der doppelten Differenzen ausgegangen wird.

5.1.3 GLONASS C/A-Code-Generierung

In Bild 5.1.3-1 ist schematisch die C/A-Code-Erzeugung bei GLONASS dargestellt. Es wird ein lineares rückgekoppeltes Schieberegister der Länge 9 Bit benutzt. Das charakteristische Polynom für den C/A-Code ist:

$$G(x) = 1 + x^5 + x^9 \quad (5.1.3-1)$$

wobei die Ausgabe durch Bit 7 erfolgt. Das irreduzible Polynom (5.1.3-1) erzeugt eine maximale Chipsequenz der Länge 511 Bit.

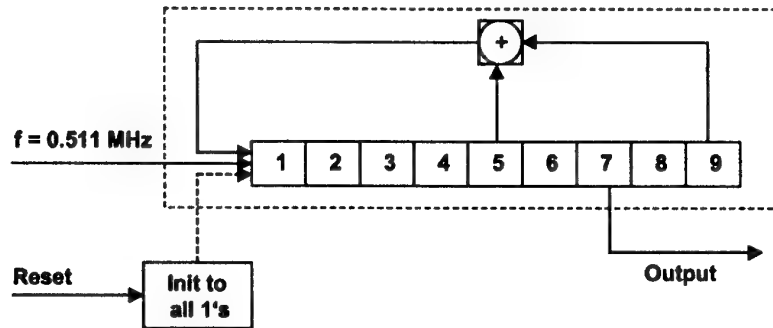


Bild 5.1.3-1: GLONASS C/A-Code-Erzeugung

Die Chiprate liegt bei 0.511 MHz, was einer Chiplänge von 586.678 m (etwa doppelte Chiplänge wie bei GPS C/A) entspricht. Damit ist auch eine doppelt so hohe Mehrwegsensitivität wie bei GPS gegeben. Die Codewiederholrate liegt damit bei 1 MHz; was identisch zum GPS-C/A-Code ist.

5.1.4 GLONASS P-Code-Generierung

Die Generierung des GLONASS P-Codes ist nicht im GLONASS Interface-Control-Dokument (GLONASS ICD, 1995) beschrieben. Die hier wiedergegebenen Informationen sind der Veröffentlichung Lennan (1989) entnommen.

In Bild 5.1.4-1 ist schematisch die P-Code-Erzeugung bei GLONASS dargestellt. Es wird ein lineares rückgekoppeltes Schieberegister der Länge 25 Bit benutzt. Das charakteristische Polynom für den P-Code ist:

$$G(x) = 1 + x^3 + x^{25} \quad (5.1.4-1)$$

wobei die Ausgabe durch Bit 25 erfolgt.

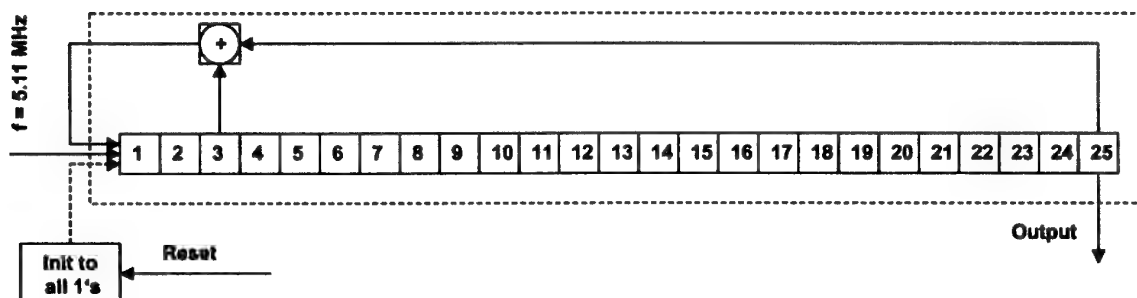


Bild 5.1.4-1: GLONASS P-Code-Erzeugung

Die Chiprate liegt bei 5.11 MHz (der zehnfachen C/A-Code-Chiprate), was einer Chiplänge von 58.668 m (etwa doppelte Chiplänge wie beim GPS P-Code) entspricht. Wie beim auch schon der Vergleich der GLONASS und GPS C/A-Codes zeigte, bedeutet dies auch für den P-Code eine etwa doppelt so hohe Mehrwegsensitivität als bei GPS.

Durch die sehr einfache Bauart des GLONASS P-Codes (mit einer maximalen Länge von $2^{25}-1 = 67108863$ Chips) und bei der gegebenen Chiprate ist die Gesamtdauer des Codes nur etwa 13 s lang. Jedoch wird das Schieberegister zu jeder Sekunden-Epoche neu mit Einsen initialisiert und der Code damit erneut gestartet. Der GPS P-Code dagegen ist durch seine komplexe Bauart wesentlich länger und wird jeweils nach dem Zeitraum einer Woche neu initialisiert.

5.2 Integration von GLONASS in die Navigationslösung

GLONASS kann als Ergänzung in ein GPS-basiertes Navigationssystem relativ einfach eingebunden werden. Dennoch ergeben sich einige wesentliche Aspekte, die von den konzeptionellen Unterschieden der beiden Satellitensysteme herrühren. Insbesondere die andere Frequenzsituation muß konkret beachtet werden. Weiterhin spielen die unterschiedlichen Referenzrahmen (Raum- wie Zeitsystem) eine Rolle, die in die Berechnungen mit einbezogen werden müssen.

5.2.1 Beobachtungsgleichungen und Differenzbildung für GLONASS

Ähnlich wie für GPS, können auch für GLONASS Beobachtungsgleichungen für Code- und Trägerphasenmessung angeschrieben werden:

$$R_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb}^i + \delta_{MP,R,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \varepsilon_r^i \quad (5.2.1-1)$$

$$\lambda^i \Phi_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \lambda^i N_r^i - \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb}^i + \delta_{MP,\Phi,r}^i + \delta_{PZ,r}^i + \nu_r^i \quad (5.2.1-2)$$

Ein wesentlicher Unterschied zu den GPS-Beobachtungsgleichungen ergibt sich durch das Fehlen eines S/A-Terms, da bei GLONASS keine künstliche Verschlechterung des Signals vorgesehen ist.

Für die Codemessung abgeleitete Eigenschaften und Formeln gelten analog zum GPS Fall. Bei der Trägerphase verhält es sich durch die unterschiedlichen Frequenzen etwas anders als bei GPS. Die Gleichung (5.2.1-2) unterscheidet sich von der GPS-Beobachtungsgleichung für Trägerphasen (3.1.2-7) durch die satellitenspezifische Frequenz-Indizierung der Wellenlänge λ^i . Bildet man zunächst die einfachen (Empfänger-)Differenzen, so ergibt sich:

$$\Delta \lambda^i \Phi_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \lambda^i N_{rs}^i - \Delta \tau_{ion,rs}^i + \Delta \tau_{trop,rs}^i + \Delta \delta_{orb,rs}^i + \Delta \delta_{MP,\Phi,rs}^i + \Delta \delta_{PZ,rs}^i + \Delta \nu_{rs}^i \quad (5.2.1-3)$$

Nach Vernachlässigung der atmosphärischen Resteffekte, Restorbitalfehler, Restfehler des Antennen-Phasenzentrums und des Rauschterms, und bei Annahme, daß kein Mehrwegfehler vorhanden ist, erhält man:

$$\Delta \lambda^i \Phi_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \lambda^i N_{rs}^i \quad (5.2.1-4)$$

Ein Auswertemodell beruhend auf einfachen Differenzen der Beobachtungen wie in Gleichung (5.2.1-4) läßt sich ebenso implementieren wie für GPS. Die unterschiedlichen Wellenlängen der Trägerphasenmessungen müssen zwar berücksichtigt werden, jedoch hat dies keine größeren Auswirkungen auf ein Positionierungsmodell, das auf einer einfachen Ausgleichung oder einem Kalman-Filter beruht. Selbst die im Kap. 4 beschriebenen Algorithmen zur Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten können uneingeschränkt angewendet werden.

Soll jedoch ein Modell beruhend auf doppelten Differenzen implementiert werden, so stellt sich das Frequenzproblem.

Die Satellitendifferenz ∇ der Einfachdifferenzen (5.2.1-4) lassen sich wie folgt darstellen:

$$\lambda^i \Delta \Phi_{rs}^i - \lambda^j \Delta \Phi_{rs}^j = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \lambda^i \Delta N_{rs}^i - \lambda^j \Delta N_{rs}^j \quad (5.2.1-5)$$

Im Falle von GPS sind λ^i und λ^j in Gleichung (5.2.1-5) gleich, da alle GPS-Satelliten auf der gleichen Frequenz senden. Daher kann die Gleichung durch $\lambda = \lambda^i (= \lambda^j)$ geteilt werden, was dazu führt, daß die unbekannten Mehrdeutigkeiten zu einer ganzzahligen Unbekannten zusammengefaßt werden können. Die Ganzzahligkeitseigenschaft ermöglicht den Einsatz eines Mehrdeutigkeits-Suchverfahrens und eine Fixierung der Unbekannten.

Im Fall von GLONASS sind λ^i und λ^j ungleich. Daher kann die Gleichung (5.2.1-5) nicht homogen durch die Wellenlänge geteilt werden, ohne die Ganzzahligkeit des Restterms der Mehrdeutigkeiten zu verletzen. Werden die Einfachdifferenz-Gleichungen dagegen bereits vor der Satelliten-Differenzbildung durch die entsprechende Wellenlänge geteilt, so wird der kombinierte Empfängeruhrfehler in beiden Einfachdifferenzen unterschiedlich gewichtet und bleibt daher in der doppelten Differenz erhalten.

5.2.2 Trägerphasenfixierung bei doppelten Differenzen mit GLONASS

Eine Möglichkeit, das Frequenzproblem zu lösen, besteht darin, einen homogenen Faktor in der Gleichung (5.2.1-5) zu finden, der so aus der Gleichung zu dividieren ist, daß ein konstanter ganzzahliger (suchbarer) Term für die Mehrdeutigkeiten verbleibt. Aufgrund der Frequenzverteilung für GLONASS gemäß Gleichungen (5.1.2-2) bis (5.1.2-4) folgt nach der Ersetzung

$$\lambda^i = \frac{c}{f_{0,k} + i \cdot \Delta f_k} = \frac{c}{(2848 + i) \cdot \Delta f_k} \quad (5.2.2-1)$$

mit der abkürzenden Schreibweise

$$k_i = 2848 + i \quad (5.2.2-2)$$

aus (5.2.1-5) die Gleichung

$$\frac{c}{\Delta f_k} \left(\frac{\Delta \Phi_{rs}^i}{k_i} - \frac{\Delta \Phi_{rs}^j}{k_j} \right) = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \frac{c}{\Delta f_k} \left(\frac{\Delta N_{rs}^i}{k_i} - \frac{\Delta N_{rs}^j}{k_j} \right) \quad (5.2.2-3)$$

Geeignete Umformung dieser Gleichung führt auf:

$$k_j \Delta \Phi_{rs}^i - k_i \Delta \Phi_{rs}^j = k_i k_j \frac{\Delta f_k}{c} \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + k_0 (\Delta N_{rs}^i - \Delta N_{rs}^j) + (j \cdot \Delta N_{rs}^i - i \cdot \Delta N_{rs}^j) \quad (5.2.2-4)$$

Der Term $k_0(\Delta N_{rs}^i - \Delta N_{rs}^j) + (j \cdot \Delta N_{rs}^i - i \cdot \Delta N_{rs}^j)$ enthält allein die gesamte Information aus den Phasenmehrdeutigkeiten, ist konstant über der Zeit und ganzzahlig, d.h. dieser Term kann in einem Kalman-Filter geschätzt, und durch eine Mehrdeutigkeitssuche bestimmt werden.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist, daß durch die Skalierung der einfachen Differenzen mit k_i bzw. k_j ein Trägersignal entsteht, dessen virtuelle Wellenlänge klein wird. Nach (Roßbach und Hein, 1995), ist eine Fixierung der (Mikrometer-)Mehrdeutigkeiten durch die hohen Varianzen (im Bereich von 10^4 bis 10^8 Zyklen) nicht sinnvoll möglich. Eine solche fixierte Lösung wäre von der Genauigkeitsklasse gleichzusetzen mit einer Lösung, die durch Fixierung der Fließkommawerte einer „Float“-Lösung (auch bei GPS) entstehen könnte. Durch eine solche falsche Fixierung ergibt sich ein Positionsfehler, der zeitlich (mit der Änderung der Satellitengeometrie) leicht variiert.

Um dieses Problem zu umgehen bieten sich nur zwei Möglichkeiten an:

1. Man beläßt die Mehrdeutigkeit als Fließkommazahl, die lediglich zur Stabilisierung des Filters dient, oder
2. man versucht ein virtuelles Signal zu finden, dessen Wellenlänge erheblich größer ist, als in Gleichung (5.2.2-4).

Die erste Möglichkeit nützt die Ganzzahligkeit der Mehrdeutigkeiten nicht aus. Das bedeutet, daß die Positionsgenauigkeit in einem reinen GLONASS-Szenario nur die Genauigkeit einer Float-Lösung erhalten wird.

Der zweite Ansatz kann nur erfolgreich sein, wenn die Skalierungsfaktoren k_i und k_j reduziert werden können, ohne daß die Ganzzahligkeit des Mehrdeutigkeitsterms verloren geht. Dies hängt von den beteiligten Satelliten (Nummern i und j) ab, denn Gleichung (5.2.2-4) läßt sich problemlos durch den größten gemeinsamen Teiler von i , j und k_0 teilen, ohne daß die Ganzzahligkeit des Mehrdeutigkeitsterms verloren geht.

Wegen

$$k_0 = 2848 = 2^5 \cdot 89 \quad (5.2.2-5)$$

ist der größte gemeinsame Teiler von k_0 , i und j für die verwendeten Frequenzen eine (kleine) Zweierpotenz. Das bedeutet, daß durch eine solche Division keine wesentlich größere virtuelle Wellenlänge gewonnen werden kann.

5.2.3 Trägerphasenfixierung bei doppelten Differenzen zwischen GPS und GLONASS

Die aufgezeigte Verallgemeinerung der doppelten Differenz in 5.2.1 kann noch weitergeführt werden. Es ist auf ähnliche Art und Weise möglich, doppelte Differenzen zwischen GPS und GLONASS, bzw. sogar zwischen den zwei Frequenzen L_1 und L_2 des selben (GPS- oder GLONASS-) Satelliten zu schätzen. Diese Phasenkombination ist keine „wide-laning“-Kombination, da stets Messungen von zwei verschiedenen Empfängern zum selben Satelliten beteiligt sind.

Aus Gleichung (5.2.1-5) ist erkennbar, daß das unter 5.2.2 beschriebene Verfahren auch für beliebige (nicht nur GLONASS-) Frequenzen angewendet werden kann. Soll die Ganzzahligkeit des Mehrdeutigkeitsterms ausgenutzt werden, so muß ein zeitlich konstanter, ganzzahliger Term gefunden werden, der sich aus (5.2.1-5) extrahieren läßt und die vollständige Mehrdeutigkeitsin-

formation enthält. Damit kann dieser Term mittels eines Suchverfahrens (im Ganzzahlen-Raum) gesucht und fixiert werden.

Prinzipiell kann (5.2.1-5) mit dem Ansatz

$$\lambda^i = \frac{1}{n^i} \lambda_0 \quad (5.2.3-1)$$

umgeschrieben werden zu

$$n^j \Delta \Phi_{rs}^i - n^i \Delta \Phi_{rs}^j = \frac{n^i n^j}{\lambda_0} \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + n^j \Delta N_{rs}^i - n^i \Delta N_{rs}^j \quad (5.2.3-2)$$

Das Problem ist somit reduziert auf eine geeignete Wahl für n^i , n^j und λ_0 . Ausgedrückt über Frequenzen bedeutet (5.2.3-1):

$$f^i = n^i f_0 \quad (5.2.3-3)$$

wobei $f_0 = c / \lambda_0$ ist.

Folglich sind ganzzahlige Konstanten n^i und n^j so zu finden, daß die Gleichung

$$f^i n^j = f^j n^i \quad (5.2.3-4)$$

erfüllt wird. Dies ist prinzipiell immer möglich, sofern sich die Frequenzen rational teilen lassen. Wiederum besteht das Problem im wesentlichen darin, möglichst kleine Konstanten n^i und n^j zu finden, damit die resultierende virtuelle Wellenlänge des Signals nicht zu klein wird. Zur Aufindung dieser Konstanten kann eine Primfaktorzerlegung der Frequenzen durchgeführt werden.

Für die GPS-Frequenzen gilt (nach ICD-GPS-200):

$$\begin{aligned} L_1 : f_1 &= 154 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^4 \cdot 7 \cdot 11^2 \cdot 31 \text{ Hz} \\ L_2 : f_2 &= 120 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^5 \cdot 11 \cdot 31 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (5.2.3-5)$$

Für die GLONASS-Frequenzen gilt:

$$\begin{aligned} L_1(k) : f_1(k) &= (2848 + k) \cdot 0.5625 \text{ MHz} = (2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^6 \cdot 89 + k \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^6) \text{ Hz} \\ L_2(k) : f_2(k) &= (2848 + k) \cdot 0.4375 \text{ MHz} = (2^7 \cdot 5^6 \cdot 7 \cdot 89 + k \cdot 2^2 \cdot 5^6 \cdot 7) \text{ Hz} \end{aligned} \quad (5.2.3-6)$$

Betrachtet man beispielsweise eine doppelte Differenz zwischen GLONASS-Satellit SV 1 und einem GPS-Satelliten jeweils auf Frequenz L_1 , so erhält man zunächst für den GLONASS-Satelliten folgende Primfaktorzerlegung der Frequenz:

$$L_1(1) : f_1(1) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^6 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 37 \text{ Hz} \quad (5.2.3-7)$$

Die gesuchten Skalierungskonstanten ergeben sich nun unter Berücksichtigung von Gleichung (5.2.3-4) zu:

$$\text{GLONASS: } n^i = 3 \cdot 5^2 \cdot 37 = 2775$$

(5.2.3-8)

$$\text{GPS: } n^j = 2^3 \cdot 11 \cdot 31 = 2728$$

Für gemischte doppelte Differenzen zwischen GPS L_1 - und GLONASS L_1 - bzw. L_2 -Frequenzen sind die so errechneten Skalierungsfaktoren in den Tabellen 5.2.3-1 und 5.2.3-2 zusammengefaßt.

GLONASS L_1 -Frequenz	GLONASS n^i	GPS n^j	GLONASS L_1 -Frequenz	GLONASS n^i	GPS n^j
1	2775	2728	13	214575	210056
2	106875	105028	14	107325	105028
3	213825	210056	15	30675	30008
4	1725	1694	16	26850	26257
5	71325	210056	17	214875	210056
6	107025	105028	18	107475	105028
7	214125	210056	19	215025	210056
8	3825	3751	20	53775	52514
9	214275	210056	21	215175	210056
10	107175	105028	22	15375	15004
11	214425	210056	23	19575	210056
12	4875	4774	24	26925	26257

Tabelle 5.2.3-1: Tabelle der ganzzahligen Konstanten für GPS L_1 - und GLONASS L_1 -Frequenzen

GLONASS L_2 -Frequenz	GLONASS n^i	GPS n^j	GLONASS L_2 -Frequenz	GLONASS n^i	GPS n^j
1	6475	8184	13	71525	90024
2	11875	15004	14	11925	15004
3	71275	90024	15	71575	90024
4	575	726	16	8950	11253
5	23775	30008	17	23875	30008
6	35675	45012	18	35825	45012
7	71375	90024	19	71675	90024
8	2975	3751	20	5975	7502
9	71425	90054	21	71725	90024
10	35725	45012	22	35875	45012
11	23825	30008	23	2175	2728
12	325	4092	24	8975	11253

Tabelle 5.2.3-2: Tabelle der ganzzahligen Konstanten für GPS L_1 - und GLONASS L_2 -Frequenzen

Die in den Tabellen 5.2.3-1 und 5.2.3-2 gegebenen Konstanten für die doppelte Differenzbildung zwischen GPS und GLONASS sind immer noch zu groß, so daß dieser Ansatz in der Praxis nicht sinnvoll anwendbar ist.

5.2.4 Kalman-Filter für gemeinsame GPS/GLONASS-Auswertung

Da obige Modelle basierend auf der Auswertung mittels doppelter Differenzen der Beobachtungsgleichungen nur bedingt zur Fixierung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten genutzt werden können, empfiehlt es sich, für GLONASS einfache Differenzen vorzuziehen. Bei einer gemeinsamen GPS/GLONASS-Auswertung kann so eine Mischauswertung aus einfachen und doppelten Differenzen gerechnet werden. Der Vorteil dieser Methode liegt in der höheren Stabilität des GPS-Teils der Lösung bei gleichzeitiger Möglichkeit zur Fixierung aller (sowohl GPS- wie auch GLONASS-) Mehrdeutigkeiten.

Der Systemstatusvektor kann wie folgt geschrieben werden:

$$x = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \\ \Delta\delta_{rs,GLO} \\ \Delta N_{rs,GLO}^1 \\ \vdots \\ \Delta N_{rs,GLO}^m \\ \nabla\Delta N_{rs,GPS}^1 \\ \vdots \\ \nabla\Delta N_{rs,GPS}^{n-1} \end{pmatrix} \quad (5.2.4-1)$$

Hierbei repräsentiert die Zahl n die Anzahl der GPS-Beobachtungen und die Zahl m die Anzahl der GLONASS-Beobachtungen. Zur einfacheren Darstellung sind die einfachen und doppelten Mehrdeutigkeiten je in einem oberen Index durchnummeriert, anstatt die Satellitenindizes anzugeben.

Die zugehörige Designmatrix hat entsprechend folgendes Aussehen:

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m+n-1} & b_{m+n-1} & c_{m+n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ d_1 & e_1 & f_1 & 1 & \lambda_1 & & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_m & e_m & f_m & 1 & 0 & & \lambda_m & 0 & \cdots & 0 \\ a_{m+1} & b_{m+1} & c_{m+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{m+n-1} & b_{m+n-1} & c_{m+n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & & \lambda \end{pmatrix} \quad (5.2.4-2)$$

mit den abkürzenden Definitionen:

$$\begin{aligned}
 a_i &= -\left(\frac{x^i - x_r}{\rho_r^i} + \frac{x^{m+n} - x_r}{\rho_r^{m+n}} \right) \\
 b_i &= -\left(\frac{y^i - y_r}{\rho_r^i} + \frac{y^{m+n} - y_r}{\rho_r^{m+n}} \right) \\
 c_i &= -\left(\frac{z^i - z_r}{\rho_r^i} + \frac{z^{m+n} - z_r}{\rho_r^{m+n}} \right) \\
 d_i &= -\frac{x^i - x_r}{\rho_r^i} \\
 e_i &= -\frac{y^i - y_r}{\rho_r^i} \\
 f_i &= -\frac{z^i - z_r}{\rho_r^i}
 \end{aligned}
 \tag{5.2.4-3a,b,c,d,e,f}$$

Zur einfacheren Lesbarkeit wurden die Satelliten sortiert. Die Indizes 1 bis m repräsentieren GLONASS-Satelliten, während die Indizes m+1 bis m+n GPS-Satelliten darstellen. Der Satellit mit Index m+n wird als Referenzsatellit für die doppelten GPS-Differenzen verwendet.

Die unter 3.3.4 beschriebene Geschwindigkeitsberechnung aus Dreifach-Differenzen der Trägerphasenmessungen kann über die Faktoren der Wellenlänge in eine metrische Einheit umgewandelt werden. Die Unabhängigkeit von der Mehrdeutigkeit ermöglicht daher eine Integration der GLONASS-Messungen ohne nennenswerte Modifikationen des dargestellten Algorithmus.

6 Pseudolites

Die Idee, ein Satellitennavigationssystem durch Sender am Boden (sog. „Bodentransmitter“) zu stützen, ist fast so alt wie die Idee eines Satellitennavigationssystems selbst. Diese Bodentransmitter sollten exakt die Funktion eines Navigationssatelliten erfüllen. Daher entstand die Bezeichnung „Pseudosatellit“, die später zum Kunstwort „Pseudolite“ führte.

Da GPS ursprünglich nur für militärische Anwendungen spezifiziert wurde, lagen Systemsicherungsaspekte bei der Entwicklung im Vordergrund. Daher beruhten auch die ersten Pseudolite-Konzepte auf militärischen Entwicklungen. Speziell für erste GPS-Funktionstests, die stattfanden, als nur wenige Block-I GPS-Satelliten im Orbit waren, und zur Untersuchung der Störsicherheit wurden Pseudolites eingesetzt.

Der Vorschlag, Pseudolites für die zivile Luftfahrt zu nutzen, stammt ursprünglich von *Klein und Parkinson (1986)*. Damit änderte sich auch die Zielrichtung für Pseudolites. Da in der zivilen Luftfahrt, insbesondere bei CAT-III-Landungen, hohe Anforderungen bzgl. Genauigkeit, Verfügbarkeit, Kontinuität und Integrität an ein Landesystem gestellt werden, die von GPS allein nicht erfüllt werden können, versucht man die Defizite des GPS durch zusätzliche Sensoren, wie INS, GLONASS etc., oder Einrichtungen wie Pseudolites, zu umgehen.

6.1 Allgemeines zur Pseudolite-Problematik

Bei der Integration von Pseudolites in ein Satellitennavigationssystem kommt es zu einigen charakteristischen Problemen physikalischer Natur, die gelöst werden müssen. Die wichtigsten dieser Probleme sind:

- Signalinterferenz und Signalzugriffsverfahren
- Signaldynamik (Near-Far-Problem)
- Mehrwegeeffekte
- Zeitsynchronisation
- Troposphärische Effekte
- Orbitfehler

Im folgenden sollen diese Effekte kurz erläutert werden.

6.1.1 Signalinterferenz und Signalzugriffsverfahren

Durch das Aussenden satellitenähnlicher Signale, wirken Pseudolites als HF-Störer. Die Signalinterferenzen treten dabei mit Satellitensignalen sowie mit weiteren Pseudolitesignalen auf. Um die Signalinterferenzen zu minimieren sind drei Techniken bekannt:

- CDMA - Code Division Multiple Access: Hierbei wird ein PL-Signal mit einem alternativen PRN-Code ausgesendet. Um jedoch allein mittels CDMA einen Schutz von 60 dB zu erreichen, ist nicht nur ein längerer Code, sondern insbesondere ein Code mit höherer Chiprate (breiteres Codespektrum) notwendig. Zusätzlich zu praktischen Schwierigkeiten verringert

ein völlig neuer Code jedoch die Kompatibilität mit der GPS-Signalstruktur und erhöht die Empfängerkosten deutlich. Der Übergang von C/A-Code-Pseudolites zu P-Code-Pseudolites ist daher seit einiger Zeit in der Diskussion. Während bei GPS die Datenrate 50 bps beträgt, wären auf diese Weise bei PLs über entsprechende Codes Datenraten von bis zu 1 kbps (bei schnelleren und längeren Codes sogar noch mehr) realisierbar. Eine alternative (bislang übliche) Anwendung des CDMA-Prinzips besteht darin, von GPS nicht genutzte Codes derselben Goldcode-Familie zu benutzen. Dadurch wird der notwendige 60 dB Signalschutz zwar nicht vollständig, so doch teilweise erreicht. In Verbindung mit den folgenden weiteren Zugriffsverfahren (FDMA, TDMA) kann somit dennoch ein ausreichender Signalschutz erreicht werden.

- **FDMA - Frequency Division Multiple Access:** Durch Verwendung einer anderen Sendefrequenz, kann ebenfalls bei Implementierung geeigneter Filter im Empfänger eine Interferenz der GPS- und PL-Signale reduziert werden. Beispielsweise bietet sich ein Frequenzoffset von 1,023 MHz zu beiden Seiten von L_1 an, was den Nullstellen im L_1 -Frequenzspektrum entspricht. Dieses Verfahren wird bereits bei dem russischen GLONASS erfolgreich eingesetzt. Durch die unterschiedlichen Frequenzen ergeben sich allerdings andere nachrichtentechnische Schwierigkeiten. Beispielsweise ergeben sich im Empfänger-Frontend unterschiedliche HF-Signalwege und damit unterschiedliche Gruppenlaufzeiten, die kalibriert werden müssen. Eine genaue Kontrolle der Zeitverzögerungen ist daher notwendig.
- **TDMA - Time Division Multiple Access:** Durch sog. „Pulsen“ kann die Interferenz des PL-Signals mit den GPS-Signalen zeitlich minimiert werden. In den Puls-Zyklen (beispielsweise 1/11 ms Dauer) kann ein entsprechend stärkeres Signal vom PL ausgestrahlt werden, so daß die integrierte Empfangsleistung des Nutzerempfängers für PL-Signale der durchschnittlichen Empfangsleistung von GPS-Signalen entspricht. Die 1/11 ms dauernde Störung der GPS-Signale bewirkt nur einen schwachen S/N-Abfall der empfangenen GPS-Signale. Die GPS-Satelliten können ohne Probleme vom Nutzer weiter verfolgt ("getrackt") werden, da die DLL des Empfängers den Lock auf die getrackten Satelliten nicht verliert.

Selbstverständlich ist die Anwendung aller drei Signalzugriffsverfahren (CDMA, FDMA, TDMA) simultan denkbar. Bei Anwendung aller drei Verfahren ist die Interferenz mit GPS-Signalen entsprechend am geringsten, allerdings sind die Entwicklungskosten (für PL wie für Nutzerempfänger) höher, und die Signalkompatibilität zu den GPS-Signalen ist drastisch reduziert.

Durch die extreme Signalstärke im PL-Nahbereich im Verhältnis zur GPS-Signalstärke ist eine reine CDMA-Trennung der Signale nur bei geringer Sendeleistung und damit kurzer maximaler Nutzungsdistanz möglich. Ein erstes reines CDMA-Konzept wurde beispielsweise von *Cohan et al. (1993)* im "Integrity Beacon Landing System" der Stanford University vorgeschlagen, das jedoch durch den geringen Nutzungsbereich (die Sendeleistung der PLs liegt im μ W-Bereich) für Luftfahrtanwendungen nicht optimal geeignet ist. In der Tat sollten die paarweise vor der Runway aufgestellten PLs nur für eine kurze Durchflugszeit durch die "Integrity Beacons" ("Bubbles") zur Fixierung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten dienen. Betrachtet man jedoch zusätzlich die notwendige Akquisitionszeit für das PL-Signal, so ist eine sichere (integere) Fixierung der Mehrdeutigkeiten innerhalb des verbleibenden kurzen Zeitraums kaum möglich. Die in diesem Konzept vorgeschlagenen zwei PLs pro Landebahn und Anflugrichtung stellen zudem einen immensen finanziellen Aufwand für Flugplätze mit mehreren Landebahnen dar.

Von den Firmen Stanford Telecom und AJ Systems wurde 1994 erstmals ein PL-Konzept vorgestellt, welches die Möglichkeit bietet, alle drei Signalzugriffsverfahren gemeinsam anzuwenden

(Elrod et al., 1994). Im Rahmen des Forschungsprojektes ISAN-II (Wissenschaftsprogramm) der DARA ("Deutsche Agentur für Raumfahrtsangelegenheiten", heute das DLR: „Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt“) wurden am IfEN (Institut für Erdmessung und Navigation der Universität der Bundeswehr München) intensive Versuche mit einem solchen Prototyp-PL der Fa. Stanford Telecom durchgeführt. Die in dieser Arbeit gefundenen PL-Testergebnisse beziehen sich auf diesen PL-Prototypen.

In den durchgeführten Tests wurde festgestellt, daß die Anwendung des TDMA ("Pulsen") die wirkungsvollste Technik zur Interferenzminimierung mit GPS-Signalen unter gleichzeitiger Beibehaltung der GPS-Signalkompatibilität ist. Die Auswirkungen von gepulsten Signalen auf einen GPS/PL-Empfänger werden daher in einem eigenen Unterkapitel (6.3) betrachtet.

6.1.2 Signaldynamik („Near-Far“-Problem)

Eng mit der Interferenzproblematik verwandt ist das Problem der Signaldynamik. Durch die vergleichsweise geringe Sender-Empfänger-Distanz ergibt sich ein großer Dynamikbereich des Pseudolitesignals.

Die PL-Sendeleistung P_T kann in Abhängigkeit von der Empfangsleistung P_R sowie dem geometrischen Abstand d des Nutzers vom PL über die Freiraumdämpfung und dem Antennen-Gewinn G_a berechnet werden zu (Elrod und Van Dierendonck, 1997):

$$P_T = P_R + 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) - G_a \quad (6.1.2-1)$$

Wählt man beispielsweise die Werte

$\lambda_{L1} = 0.190$ m (GPS L_1 -Wellenlänge),

$d = 30$ km,

$P_R = -130$ dBm (minimale garantierte Signalstärke für GPS C/A-Code auf L_1),

$G_a = -10$ dB,

so resultiert eine notwendige minimale PL-Sendeleistung von

$$P_T = 5.95 \text{ dBm (entspricht etwa } 3.94 \text{ mW)}$$

Geht man weiterhin von einem Puls-Duty-Cycle von 1/11 aus, was einer um denselben Faktor abgeschwächten vom Empfänger aufgenommenen Signalleistung entspricht, so erhält man entsprechend:

$$P_T = 43.31 \text{ mW (entspricht etwa } 16.37 \text{ dBm)}$$

Der zweite Term der rechten Seite in (6.1.2-1) (er sei bezeichnet mit P_D) realisiert einen hohen Dynamikbereich für einen Nutzerempfänger, der sich aus 30 km Entfernung dem PL nähert. Nimmt man als Mindestentfernung vom PL (etwa bei der Landung des Flugzeugs) 500 m an, so erhält man einen Dynamikbereich von 35.56 dB, auf den der Empfänger ausgelegt sein muß.

In Bild 6.1.2-1 ist der distanzabhängige Term aus Gleichung (6.1.2-1) dargestellt. Gibt man minimalen und maximalen Nutzabstand vom PL an, so läßt sich in Bild 6.1.2-1 aus der Differenz der notwendige Dynamikbereich des Empfängers ablesen.

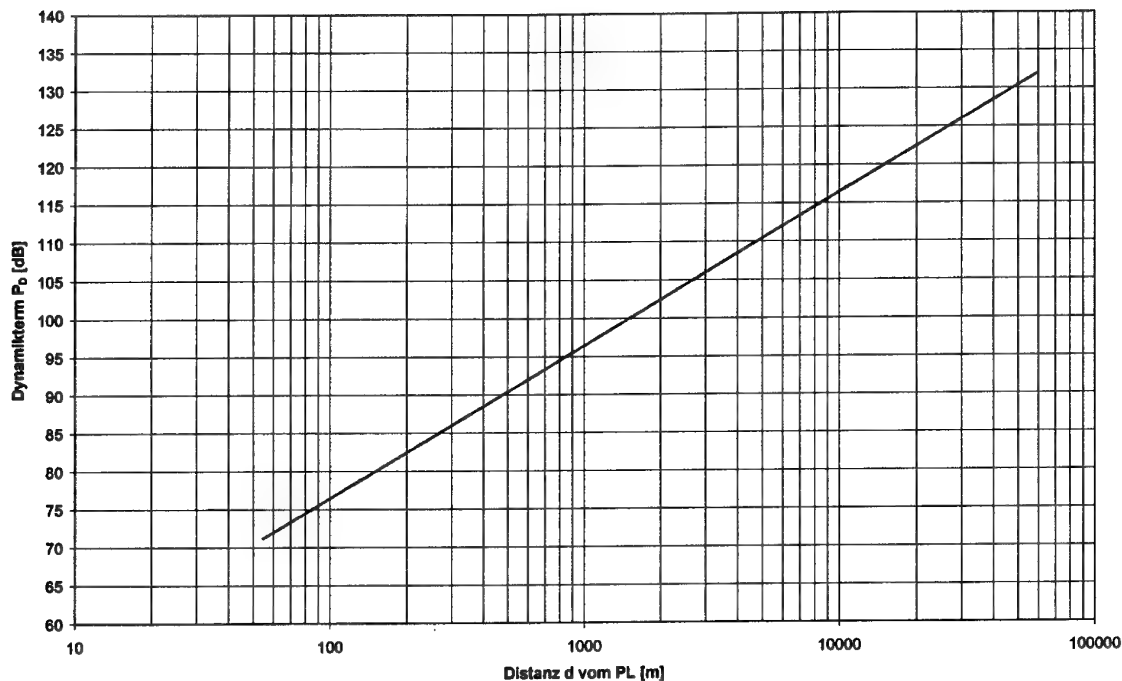


Bild 6.1.2-1: Dynamikterm $P_D = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)$

Der Umgang mit dem hohen Signalstärkeunterschied von knapp 60 dB (im Bereich von 50 km bis 50 m) kann erfolgen, indem die Verstärkerstufen zwischen Antenne und A/D-Wandler sowie dieser selbst über einen angemessenen Linearitätsbereich verfügen. In der Tat ist der A/D-Wandler in einem GPS-Empfänger einer der kritischen Designfaktoren.

Diese hohe Signaldynamik hat selbstverständlich auch Auswirkung auf andere Signale im L-Band, unter anderem auf die GPS-Signale auf L₁. Um trotz eines bis zu 60 dB stärkeren PL-Signals im selben Frequenzband die GPS-Satellitensignale weiterhin tracken zu können, ist ein Pulsen des Pseudolitesignals (siehe 6.1.1 TDMA) notwendig, das erstmals von der Fa. Stanford Telecom vorgeschlagen und realisiert wurde (Elrod et al., 1994).

Anhand einer PKW-Testfahrt auf dem Flugfeld der Universität der Bundeswehr München wurde das Verhalten eines GPS/PL-Empfängers im Nahbereich des PL-Senders untersucht. In Bild 6.1.2-2 ist ein Ergebnis dargestellt. Angetragen sind die vom Empfänger ausgegebenen PL-Meßdaten (Code minus Phase) sowie das ausgegebene Signal-zu-Rausch-Verhältnis jeweils über der Distanz des Nutzers vom PL-Sender.

Die zwei Äste des PL-Signal-zu-Rausch-Verhältnisses sind das Ergebnis des Annäherns und Entfernens des PKW von der PL-Sendeantenne in zwei unterschiedlichen Richtungen. Die Empfangsbedingungen für das PL-Signal war in einem Fall leicht günstiger als im anderen Fall, da die Antenne (mit Choke-Ring) auf dem Fahrzeugdach linksseitig leicht geneigt montiert war.

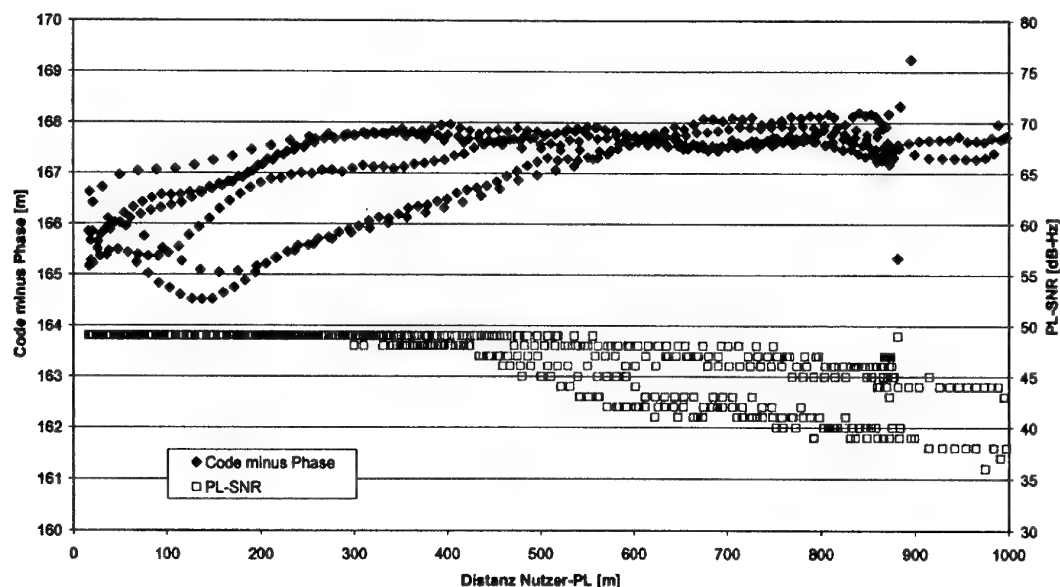


Bild 6.1.2-2: Code minus Phase und Signal-zu-Rausch-Verhältnis der PL-Messungen, angetragen über der Distanz vom PL-Sender

Im Idealfall ergibt die dargestellte Code minus Phase Beobachtungsdifferenz eine horizontale Gerade, welche im wesentlichen durch das (weiße) Coderauschen beeinträchtigt wird. Wie jedoch in Bild 6.1.2-2 erkennbar ist, weichen die aufgezeichneten Messungsdifferenzen im Nahbereich (Distanz vom PL kleiner als 500 m) stark von einer horizontalen Geraden ab. Weiterhin ist in Bild 6.1.2-2 das ausgegebene Signal-zu-Rausch-Verhältnis für das empfangene PL-Signal dargestellt. Es ist erkennbar, daß der Empfänger im Nahbereich einen maximalen Wert von 49 dB-Hz für die Stärke des PL-Signals ausgibt. In diesem Bereich zeigt die Code-minus-Phase-Kurve einen nicht-konstanten Verlauf, der auf Sättigungseffekte im A/D-Wandler zurückzuführen ist. In größerer Entfernung vom PL-Sender (ab etwa 500 m) tritt das Problem nicht mehr auf. Der Code-minus-Phase-Verlauf sieht grob konstant aus. Geringfügige Varianzen sind Meßungenauigkeiten des Empfängers sowie Mehrwegeeffekten zuzuordnen.

Aus diesem Resultat kann die Erkenntnis gewonnen werden, daß für eine Positionierung im Nahbereich eines PL-Senders besondere Vorkehrungen getroffen werden müssen:

- Der GPS/PL-Empfänger muß über einen Leistungsbegrenzer (AGC-Unit, "Automatic Gain Control"-Unit) verfügen, oder
- der Sättigungseffekt des A/D-Wandlers muß kalibriert werden.

Bei der Verwendung von PLs für Landeanflüge muß auf eine ausreichende Dislozierung der PL-Sender von Runway sowie von Monitorstationen geachtet werden.

In Flugversuchen am Flughafen Braunschweig wurde unter anderem die empfangene Signalstärke des PL-Signals in Abhängigkeit von der Distanz zum PL untersucht. Bild 6.1.2-3 zeigt ein typisches Ergebnis. Der Abfall des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses ist klar ersichtlich.

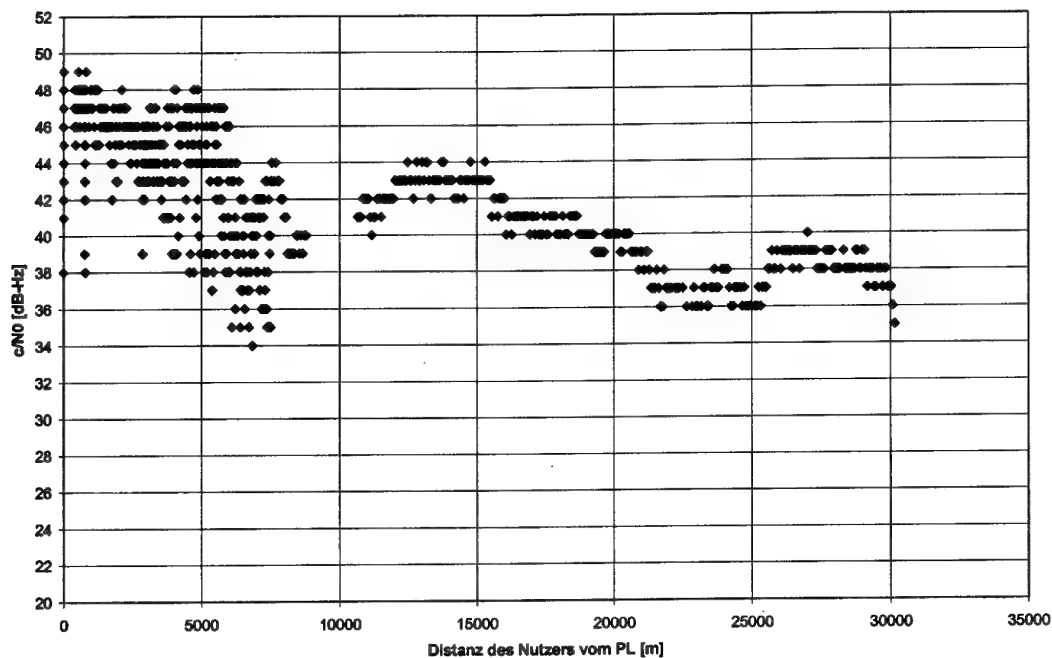


Bild 6.1.2-3: Empfangenes Signal-zu-Rausch-Verhältnis des PL-Signals in Abhängigkeit von der Distanz des Nutzers vom PL

Die starke Variation in der aufgezeichneten Signalstärke hat zudem eine weitere Ursache in den Empfangsbedingungen des Signals. Die Nutzerantenne war in den Versuchen oben am Flugzeugrumpf montiert, so daß eine direkte Sichtverbindung praktisch nie vorhanden war. Die Variationen resultieren im wesentlichen aus der veränderlichen Lage des Flugzeugs gegenüber dem PL-Sender. Durch den häufig sehr flachen Einfallswinkel (ca. 70° bis 100°) tritt die Dämpfung der Antennencharakteristik deutlich zutage.

6.1.3 Mehrwegeeffekte

Mehrwegeeffekte treten nicht nur in der Nähe des Nutzerempfängers auf, sondern auch in der Nähe der Senderantenne. Im Gegensatz zu Satelliten im Orbit, wo ein eventuelles Umwegsignal durch die geringe geometrische Ausdehnung des Satelliten begrenzt ist, ist die Situation bei Pseudolites deutlich kritischer. Durch die hohe abgestrahlte Signalleistung ist der „Sendermehrweg“ zudem sehr stark. Verursacht werden Mehrwegausbreitungen durch praktisch alle Objekte der näheren Umgebung bis zu einem Abstand von ca. 450 m (das 1½-fache der Codechiplänge T_C) vom PL-Sender. Weiterhin ergibt sich in einem statischen PL-Szenario im Gegensatz zu herkömmlichen oszillierenden Mehrweg bei Satelliten ein „stehender Mehrweg“.

Aufgrund der Sättigung des A/D-Wandlers im Nahbereich des PL und der damit verbundenen Verfälschung der Codemessung sowie der Tatsache, daß der Mehrwegeffekt in einem statischen PL-Szenario stationär ist, ist es schwierig, diese beiden Effekte voneinander zu trennen. Lediglich eine Aussage über das Zusammenwirken beider Effekte ist möglich.

Die kombinierten Auswirkungen beider Effekte können anhand eines Datensatzes aus einem statischen Pseudolite-Funktionstest verdeutlicht werden. Anhand des folgenden Beispiels lassen sich entsprechende Aussagen über diese Effekte ableiten.

Im Rahmen von Flugversuchen in Braunschweig wurden statische Tests mit dem Pseudolite durchgeführt. Bild 6.1.3-1 zeigt den schematischen Testaufbau am Flughafen Braunschweig. Die PL-Sende- und Empfangsantenne wurden im Abstand von etwa 25 m in West-Ost-Richtung zueinander aufgestellt. Der mobile Nutzerempfänger wurde in etwa zwischen den beiden PL-Antennenpositionen (nicht zentral) plaziert.

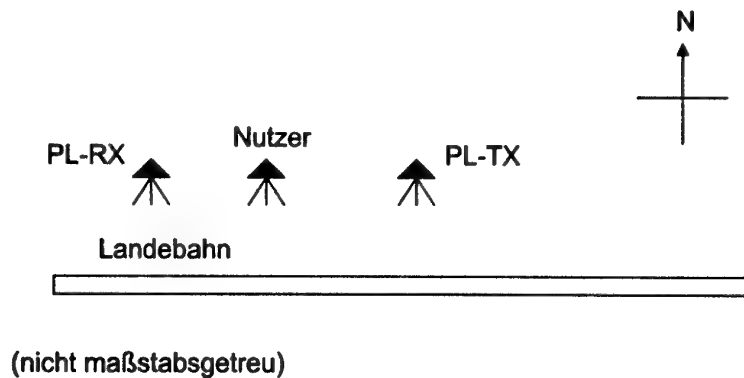


Bild 6.1.3-1: Szenario eines statischen Tests am Flughafen Braunschweig

Die Datensätze an der PL-Empfangsantenne wie auch an der statischen Nutzerposition wurden aufgezeichnet und später ausgewertet. Die Ergebnisse (WGS-84-Breite und -Länge) der doppelt differenzierten Positionierung des Nutzerempfängers sind in den Bildern 6.3.1-2 und 6.3.1-3 zu sehen.

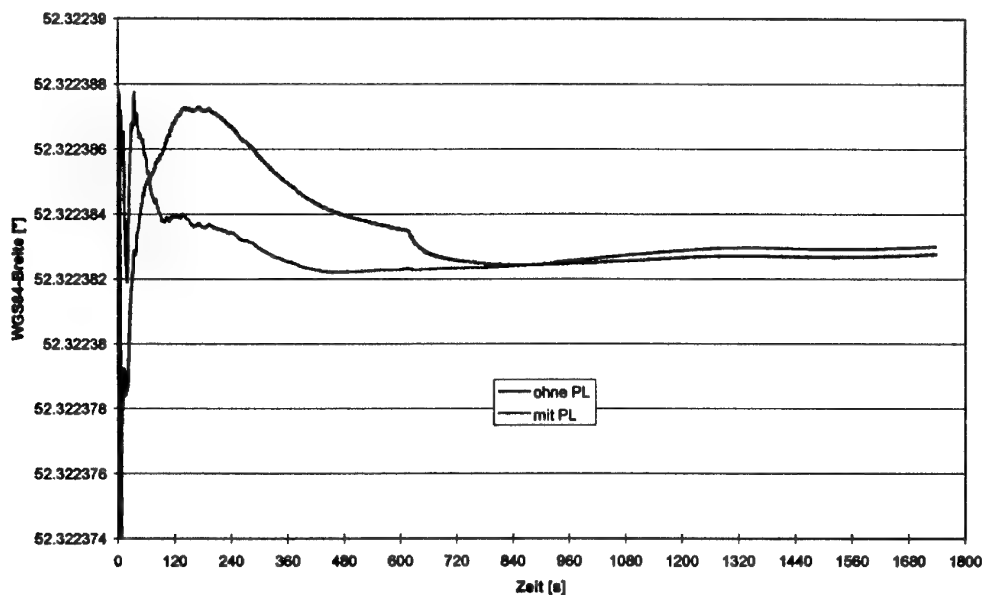


Bild 6.1.3-2: WGS-84-Breite ohne und mit PL

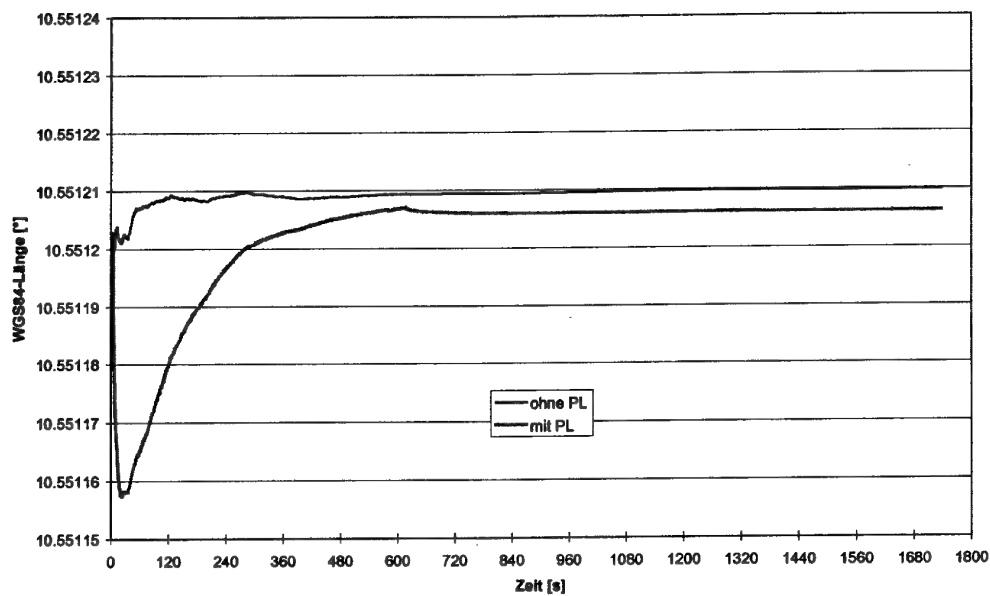


Bild 6.1.3-3: WGS-84-Länge ohne und mit PL

Beide Bilder (6.1.3-2 und 6.1.3-3) zeigen ein typisches Einschwingverhalten des Filters. Jedoch zeigt sich ein deutlicher Unterschied: Während die WGS-84-Breiten-Auswertungen nur geringfügige Abweichungen zeigen (Abweichungen nach wenigen Sekunden kleiner als 50 cm), zeigt die WGS-84-Länge einen Unterschied von etwa 3 m, der erst langsam zurückgeht. Dieser Längenunterschied wurde durch einen Bias auf dem PL-Signal verursacht. Die Ursache für das unterschiedliche Ergebnis in Länge und Breite ist die West-Ost-Ausrichtung der Versuchsanordnung.

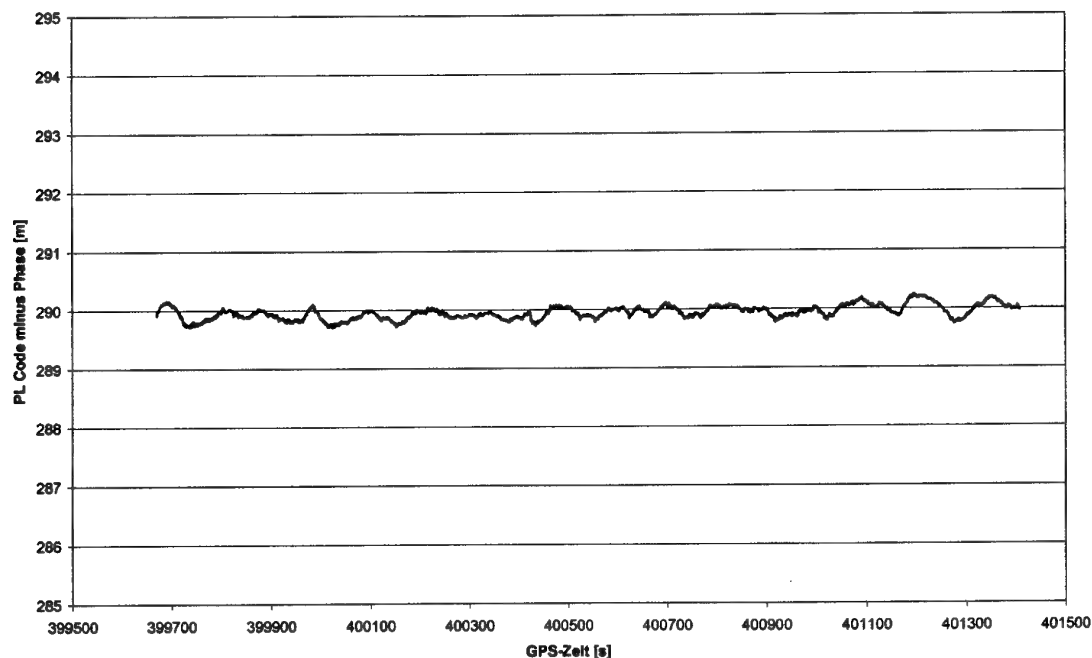


Bild 6.1.3-4: Code minus Phase am mobilen Nutzer

Auf dem PL-Signal befindet sich offensichtlich eine Art Bias, der durch Sättigungseffekte sowie starken stehenden Mehrweg erzeugt wird. Bild 6.1.3-4 zeigt die am Nutzer aufgenommenen Code-minus-Phase-Werte über der Zeit. Dabei ist praktisch kein oszillierender Mehrweg festzustellen.

Aufgrund der in den Bildern 6.1.3-2 und 6.1.3-3 dargestellten Resultate wurde versucht, die als konstant angenommene Verfälschung der PL-Codemessung innerhalb des verwendeten Kalman-Filters zu schätzen.

Ausgehend von der allgemeinen Beobachtungsgleichung für GPS- bzw. PL-Codemessungen

$$R_r^i = \rho_r^i + \delta_r - \delta^i + \tau_{ion,r}^i + \tau_{trop,r}^i + \delta_{SA}^i + \delta_{MP,r}^i + \epsilon_r^i \quad (6.1.3-1)$$

wobei

- R_r^i gemessene Coderange,
- ρ_r^i geometrische Entfernung zwischen Empfänger r und Satellit i,
- δ_r Empfänger-Uhrfehler,
- δ^i Satelliten-Uhrfehler,
- $\tau_{ion,r}^i$ ionosphärische Signalverzögerung (= 0 für PL),
- $\tau_{trop,r}^i$ troposphärische Signalverzögerung,
- δ_{SA}^i S/A-Effekt (= 0 für PL),
- $\delta_{MP,r}^i$ kombinierter Mehrweg- und A/D-Wandlereffekt (groß für PL),
- ϵ_r^i Rauschen,

und den daraus resultierenden doppelten Differenzen

$$\nabla \Delta R_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \nabla \Delta \tau_{ion,rs}^{ij} + \nabla \Delta \tau_{trop,rs}^{ij} + \nabla \Delta \delta_{MP,rs}^{ij} + \nabla \Delta \epsilon_{rs}^{ij} \quad (6.1.3-2)$$

kann bei Vernachlässigung von atmosphärischen Restfehlern und Meßrauschen der Term für den doppelt differenzierten Restmehrweg geschätzt werden:

$$\nabla \Delta R_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \nabla \Delta \delta_{MP,rs}^{ij} \quad (6.1.3-3)$$

Eine Schätzung des Restmehrwegfehlers in dem Datensatz des beschriebenen statischen Tests ergab etwa konstant $\nabla \Delta \delta_{MP,rs}^{ij} = -16$ m. Dabei wurde die doppelte Differenz (wie üblich) zwischen dem höchststehenden Satelliten und dem PL gerechnet.

Ein Positionierungsergebnis mit und ohne Anwendung der PL-Bias-Schätzung zeigt Bild 6.1.3-5. In dem Bild ist der zeitliche Verlauf der WGS-84-Höhe bei Verwendung der unterschiedlichen Auswertestrategien (jeweils über doppelte Differenzen) aufgetragen.

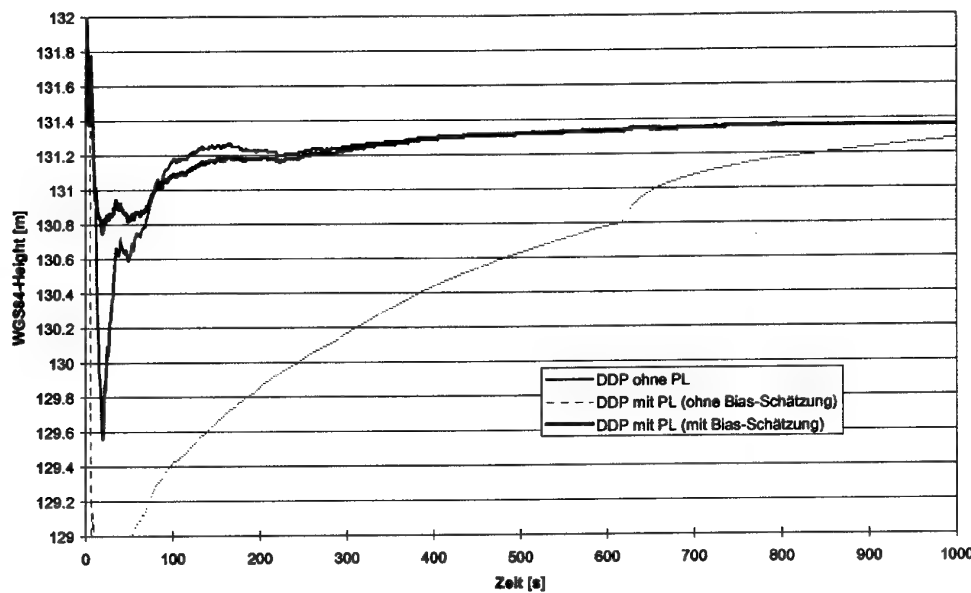


Bild 6.1.3-5: Höhenvergleich bei den verschiedenen Auswertungen

Wie man erkennt, zeigt die Positionierung ohne PL (dünne schwarze Linie) ein normales Filtereinschwingverhalten. Bei Verwendung der PL-Messung ohne Bias-Schätzung ergibt sich ein ähnlicher Verlauf, der aber zu Beginn wesentlich schlechter ist und erst langsam auf den korrekten Höhenwert konvergiert (untere Linie).

Erst bei zusätzlicher Schätzung des PL-Bias, wird die Lösung besser. Das Ergebnis ist dann auch besser als die reine GPS-Lösung (dicke Linie in Bild 6.1.3-5). Der Grund dafür liegt darin, daß mit der PL-Messung zwar eine Unbekannte mehr geschätzt werden muß, aber ab der zweiten Epoche schon Redundanz vorliegt, d.h. sofern der unbekannte Bias konstant ist, ist er bereits nach wenigen Epochen genau bekannt, und die PL-Messung kann voll zur Positionsbestimmung beitragen.

In kinematischen Verhältnissen ist eine andere Situation gegeben. Durch die sich ändernde relative PL-Nutzer-Geometrie bleibt der PL-Bias nicht über längere Zeit konstant. Daher führt eine Bias-Schätzung in diesem Fall nicht zu besseren Ergebnissen.

Innerhalb des selben statischen Tests wurde versucht, auch den systematischen Mehrweg auf der Trägerphase festzustellen. Das oben beschriebene Verfahren funktioniert nicht für die Trägerphasenmessung, da die doppelte Differenzierung der Phasengleichung folgende Form hat:

$$\nabla\Delta\Phi_{rs}^{ij} = \nabla\Delta\rho_{rs}^{ij} + \nabla\Delta N_{rs}^{ij} + \nabla\Delta\delta_{MP,rs}^{ij} \quad (6.1.3-4)$$

Da die Größen $\nabla\Delta N_{rs}^{ij}$ und $\nabla\Delta\delta_{MP,rs}^{ij}$ für das PL nur in obiger Form in einer einzigen Gleichung auftauchen, sind sie mathematisch nicht voneinander trennbar. Dies bedeutet, daß in einem Kalman-Filter nur die Summe $\nabla\Delta N_{rs}^{ij} + \nabla\Delta\delta_{MP,rs}^{ij}$ geschätzt werden kann. Eine Möglichkeit den gesuchten Term abzuspalten besteht darin, eine Phasenfixierung vorzunehmen, und dann den Restfehler nach obiger Gleichung zu schätzen. Allerdings führen bereits geringe Positionsfehler (im Millimeterbereich) zu einer Verfälschung des Ergebnisses.

Daher wurde hier ein anderer Ansatz gewählt. Auf die PL-Phasenmessung des Nutzers wurde künstlich ein konstanter systematischer Bias zwischen -20 mm und $+20$ mm gelegt. Prinzipiell kann der Mehrwegeffekt auf der Trägerphasenmessung bis zu etwa 48 mm groß werden (z.B. *Eissfeller, 1997*), aber das in Bild 6.1.3-6 dargestellte Ergebnis zeigt, daß dieser gewählte Variationsbereich ausreichend ist. Der Datensatz wurde prozessiert und es wurde festgehalten, wie lange das System benötigt, um die Trägerphasen zu fixieren. Das Ergebnis ist in Bild 6.1.3-6 dargestellt.

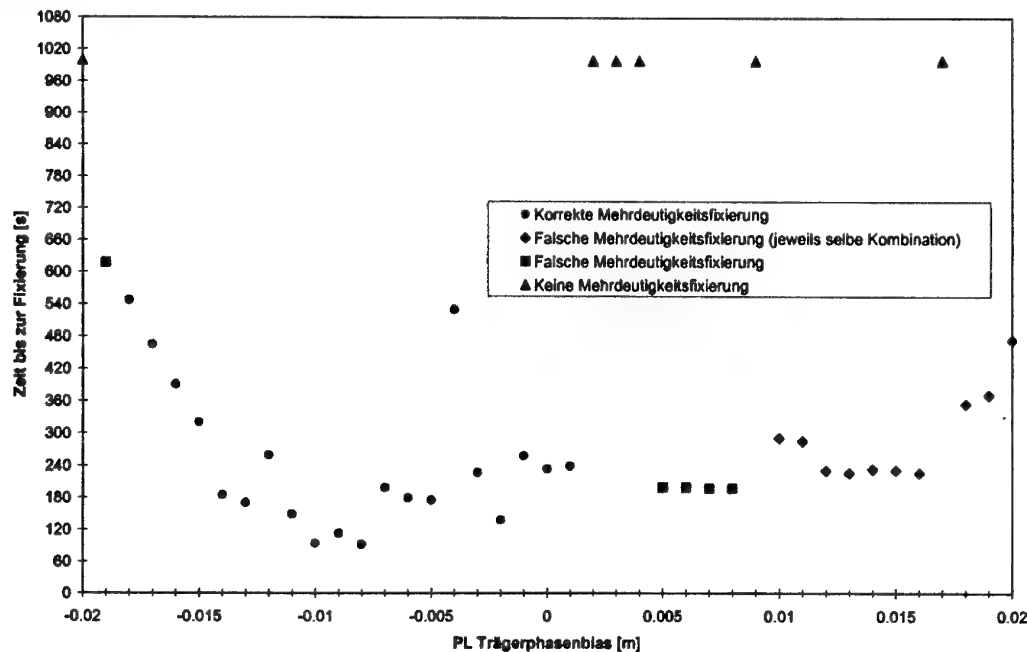


Bild 6.1.3-6: Fixierungen in Abhängigkeit von dem simulierten PL-Phasenbias

Man erkennt, daß das Intervall für den Trägerphasenbias, in dem die Mehrdeutigkeiten korrekt fixiert wurden, nicht symmetrisch um die 0 liegt, sondern in dem Bereich, in dem der künstliche Bias zwischen -19 mm und $+1$ mm beträgt. Dies und auch die Zeitverteilung bis zu den Mehrdeutigkeitsfixierungen legt einen stehenden systematischen Bias (Trägerphasen-Mehrweg) von etwa $8-9$ mm nahe.

Aus Bild 6.1.3-6 ist des weiteren abzulesen, daß die Suche der Mehrdeutigkeiten im Beispieldatensatz selbst bei Präsenz eines systematischen Fehlers in der Größenordnung etwa eines Zentimeters (!) durchaus noch korrekte Fixierungen ergeben kann. Das Vorhandensein so großer systematischer Fehler ist jedoch als kritisch anzusehen, da sich falsche Fixierungen ergeben können (siehe rechte Seite von Bild 6.1.3-6 ab etwa $+5$ mm).

6.1.4 Zeitsynchronisation

Durch Differenzbildung in den Beobachtungsgleichungen kann der Empfängeruhrfehler wie auch der Satellitenuhrfehler nahezu vollständig eliminiert werden. Dennoch gibt es zwei Argumente, die für eine möglichst genaue Zeitsynchronisation des Pseudolites auf eine „Systemzeit“ (üblicherweise GPS-Systemzeit) sprechen.

1. Das Pseudolite soll ebenso für eine absolute Positionierung benutzt werden können. Damit schlägt sich jeder Uhrfehler direkt über den Faktor c (Lichtgeschwindigkeit) auf die Entfernungsmessung nieder. Bei einer angestrebten Genauigkeit der Codemessung im Submeterbereich bedeutet dies eine Uhrgenauigkeit von ca. 3 ns.
2. Bestehende GPS/GLONASS-Empfänger sollen möglichst ohne große Modifikationen in der Lage sein, mit Pseudolite-Unterstützung zu arbeiten. Das bedeutet, daß der modellierte Uhrenoffset des PL von der GPS-Systemzeit um maximal 1 μ s abweichen darf, da im Format der GPS-Ephemeridendaten die Anzahl der verwendeten Bits auf 22 beschränkt ist (ICD-GPS-200).

Eine Synchronisation auf GPS-Zeit birgt einige Probleme in sich. Für zivile GPS-Empfänger stellt S/A (Selective Availability) ein großes Problem dar. Zwar läßt sich durch Mittelung mehrerer empfangener Satellitensignale der S/A-Fehler reduzieren, so daß obiger Punkt 2 praktisch gewährleistet ist. Für eine Absolutpositionierung jedoch reicht dies bei weitem nicht aus, da das PL sich S/A-kontaminiert verhält.

6.1.5 Troposphärische Effekte

Da der PL-Signalweg nur durch den unteren Teil der Atmosphäre (Troposphäre) verläuft, wirken entsprechende Effekte auf das Signal. Im Gegensatz zu Satellitensignalen, bei denen ein nahezu identischer Signalweg vom Satelliten zur Referenzstation wie auch zum Nutzer angenommen werden kann, ist der Signalweg vom PL zur Referenzstation wesentlich verschieden vom Signalweg vom PL zum Nutzer. Es ist daher nicht zu erwarten, daß der Troposphärenfehler durch Differenzbildung der Beobachtungsgleichungen eliminiert wird.

Daher muß ein geeignetes Modell entwickelt und auf die Messungen angewandt werden.

Nach *Spilker (1994)* sind bei der troposphärischen Refraktion prinzipiell folgende Effekte auf Radiosignale zu betrachten:

- Signaldämpfung,
- Laufzeitverzögerung und Strahlkrümmung, sowie
- Szintillationen.

Während die Signaldämpfung für L-Band-Signale durch die Troposphäre gering ist, können lokale Szintillationen (bedingt durch lokale Turbulenzen und Temperaturunterschiede) durchaus eine wesentliche Signalverschlechterung bis hin zur Auslöschung zur Folge haben.

Wesentlich für die Integration von Pseudolites in ein Positionierungsmodell ist die Signalverzögerung durch das Medium Troposphäre. In der vorliegenden Arbeit wird daher die Laufzeitänderung sowie die Auswirkung der Krümmung des Signalweges gegenüber der direkten geometrischen Verbindungslinie untersucht.

Da in den üblichen Troposphärenmodellen angenommen wird, daß der Signalweg vom Satelliten (außerhalb der Atmosphäre) bis zum Nutzer in einer bestimmten Höhe innerhalb der Troposphäre verläuft, muß für Pseudolites ein alternatives Modell angenommen werden. Die herkömmlich angenommene Höhenabhängigkeit der Laufzeitverlängerung genügt nicht mehr. Zudem muß die Distanz vom PL betrachtet werden.

Im Unterabschnitt 6.2.3 wird dazu das häufig verwendete "Two-Quartic"-Hopfield-Modell (Hopfield, 1969) erweitert für PL-Signale bei niedrigen Elevationswinkeln und auf einen typischen 3°-Landeanflug angewendet. Ausgehend vom höhenabhängigen Brechungsindex der Troposphäre, kann entlang des (sehr flachen) Integrationsweges zum Nutzer analytisch geschlossen die Signalverzögerung, sowie numerisch die Signalkrümmung berechnet werden. Es zeigt sich dabei, daß die Signalkrümmung maximal einen Wegunterschied im Millimeter- bis Zentimeterbereich bewirkt, während die Laufzeitverzögerung linear mit der Distanz vom PL (abhängig von Druck, Temperatur und Feuchte) im Bereich von einigen 100 ppm (Parts per Million) liegt.

6.1.6 Orbitfehler

Ein ganz wesentlicher Fehlereinfluß für die hochgenaue Positionierung mit Pseudolites sind Orbit-ungenauigkeiten. Der Begriff „Orbit“ wird hier in Analogie zu Satellitenorbits verwendet. Während der Orbitfehler bei Satelliten durch Differenzbildung praktisch eliminiert wird, ergibt sich im PL-Fall durch die Differenzierung unter Umständen sogar eine Vergrößerung des Fehlers. Gerade für eine Trägerphasenauswertung ist diese Fehlerquelle als kritisch anzusehen.

Wie aus Bild 6.1.6-1 erkennbar ist, kann sich der differentielle Orbitfehler je nach Geometrie der beteiligten Antennen reduzieren, oder sogar bis um den Faktor zwei verstärken. Letzteres ist genau dann der Fall, wenn der Orbitfehlervektor parallel zum Vektor Nutzer-DGPS-Referenzstation ist, und die PL-Sendeantenne sich zwischen Referenzstation und Nutzer befindet.

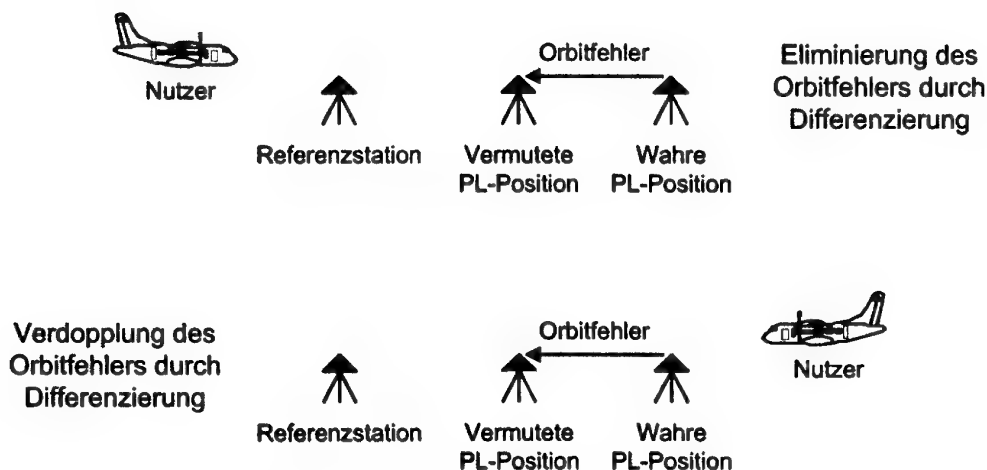


Bild 6.1.6-1: Günstige und ungünstige Auswirkung eines PL-Orbitfehlers in der Differenzbildung (oben: der Fehler wirkt auf die Referenzstation ähnlich wie auf den Nutzer, unten: der Fehler wirkt auf die Referenzstation entgegengesetzt wie auf den Nutzer)

Da an einem Flughafen üblicherweise je nach Windrichtung aus zwei verschiedenen Seiten angefliegen wird, ist es günstig, wenn PL-Sender, Nutzer und DGPS-Referenzstation in einem rechten Winkel zueinander stehen. Der Orbitfehler kann dann nicht über die tatsächliche Positionungsungenauigkeit der PL-Sendeantenne hinaus verstärkt werden.

6.2 Integration von Pseudolites in das Positionierungsmodell

Wie auch für Satelliten, können für Pseudolites Beobachtungsgleichungen aufgestellt werden, die Informationen für den Positionsfilter liefern. Durch die spezielle Situation bei Pseudolites, müssen die Fehlereffekte gesondert betrachtet werden.

6.2.1 Beobachtungsgleichungen und Differenzbildung für Pseudolites

Ausgehend von den Standard-Beobachtungsgleichungen für Code und Trägerphasenmessung (3.3.2-1) und (3.3.2-2) für Satelliten lassen sich die entsprechenden Gleichungen für Pseudolites bei Vernachlässigung von Antennenphasenzentrum und Mehrwegeeffekten wie folgt schreiben:

$$R_r^i = \rho_r^i - \delta^i + \delta_r + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb,r}^i + \delta_{SA,r}^i + \varepsilon_r^i \quad (6.2.1-1)$$

$$\lambda \Phi_r^i = \rho_r^i + \lambda N_r^i - \delta^i + \delta_r + \tau_{trop,r}^i + \delta_{orb,r}^i + \delta_{SA,r}^i + \nu_r^i \quad (6.2.1-2)$$

Die oberen Indizes bezeichnen hier entsprechend das Pseudolite anstelle des Satelliten. Die Terme für die ionosphärischen Laufzeitveränderungen sind nicht enthalten, da der PL-Signalweg nur durch die untere Atmosphäre verläuft. Wie bereits unter 6.1.6 gezeigt spielen die Orbitfehler eine nicht unwesentliche Rolle. Der S/A-Term ist in den Gleichungen enthalten, da eine Zeitsynchronisation des PL auf GPS-Zeit nur über Messungen zu den einzelnen GPS-Satelliten erfolgen kann. Dies hat zur Folge, daß auch ein gewisser Synchronisationsfehler aufgrund von S/A verbleibt. Nur für Nutzer mit genauer Kenntnis des S/A-Effektes verschwindet dieser Term.

Für die Einfach-Differenz-Positionierung ergeben sich daraus die Gleichungen:

$$\Delta R_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \tau_{trop,rs}^i + \Delta \delta_{orb,rs}^i + \Delta \varepsilon_{rs}^i \quad (6.2.1-3)$$

$$\lambda \Delta \Phi_{rs}^i = \Delta \rho_{rs}^i + \lambda \Delta N_{rs}^i + \Delta \delta_{rs} + \Delta \tau_{trop,rs}^i + \Delta \delta_{orb,rs}^i + \Delta \nu_{rs}^i \quad (6.2.1-4)$$

Bei dieser Differenzenbildung ist zu beachten, daß die Signalwege Pseudolite-Nutzer und Pseudolite-Referenzstation wesentlich voneinander verschieden sind. Der PL-Uhrfehler sowie der Anteil des Synchronisationsfehlers werden zwar eliminiert, jedoch bleiben andere Fehlereffekte wie Orbitrestfehler und Troposphärenrestfehler zusätzlich zum kombinierten Empfängeruhrfehler erhalten. Sich daraus ergebende Konsequenzen werden in den folgenden Unterabschnitten näher betrachtet. Unter anderem darf der Troposphärenrestfehler nicht vernachlässigt werden.

Es wird nun angenommen, daß die Position des PL relativ zur Referenzstation hochpräzise eingemessen wurde (verschwindender Orbitfehler). Betrachtet man nun die doppelten Differenzen zwischen einem Satellitensignal (Index i) und einem PL-Signal (Index j), so erhält man:

$$\nabla \Delta R_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \Delta \tau_{ion,rs}^i + \nabla \Delta \tau_{trop,rs}^{ij} + \nabla \Delta \varepsilon_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-5)$$

$$\lambda \nabla \Delta \Phi_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \lambda \nabla \Delta N_{rs}^{ij} - \Delta \tau_{ion,rs}^i + \nabla \Delta \tau_{trop,rs}^{ij} + \nabla \Delta \nu_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-6)$$

Vernachlässigt man weiter die Restfehler für die Ionosphäre und den Satellitenanteil des Troposphärenfehlers, so erhält man vereinfacht:

$$\nabla \Delta R_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} - \Delta \tau_{trop,rs}^j + \nabla \Delta \varepsilon_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-7)$$

$$\lambda \nabla \Delta \Phi_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \lambda \nabla \Delta N_{rs}^{ij} - \Delta \tau_{trop,rs}^{ij} + \nabla \Delta v_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-8)$$

Die Gleichungen (6.2.1-6) und (6.2.1-8) gelten allerdings nur für den vereinfachten Fall, daß die Sendefrequenz des Pseudolites mit der Sendefrequenz des Satelliten übereinstimmt. Im Fall, daß diese Frequenzen unterschiedlich sind, ergibt sich ein ähnliches Problem wie bei GLONASS (s. 5.2.3) für die Mehrdeutigkeitsbestimmung.

Betrachtet man schließlich die doppelte Differenz zwischen zwei PL-Signalen, so lassen sich wiederum Uhrfehler eliminieren. Was bleibt sind Restfehler, die durch die unterschiedliche Geometrie nicht vernachlässigt werden können.

$$\nabla \Delta R_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} - \nabla \Delta \tau_{trop,rs}^{ij} + \nabla \Delta \varepsilon_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-9)$$

$$\lambda \nabla \Delta \Phi_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \lambda \nabla \Delta N_{rs}^{ij} - \nabla \Delta \tau_{trop,rs}^{ij} + \nabla \Delta v_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-10)$$

Geht man davon aus, daß der Abstand der Referenzstation von den beiden PLs in gleicher Größenordnung liegt, so kann der entsprechende differentielle Resttroposphärenanteil vernachlässigt werden:

$$\nabla \Delta R_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} - \nabla \tau_{trop,s}^{ij} + \nabla \Delta \varepsilon_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-11)$$

$$\lambda \nabla \Delta \Phi_{rs}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rs}^{ij} + \lambda \nabla \Delta N_{rs}^{ij} - \nabla \tau_{trop,s}^{ij} + \nabla \Delta v_{rs}^{ij} \quad (6.2.1-12)$$

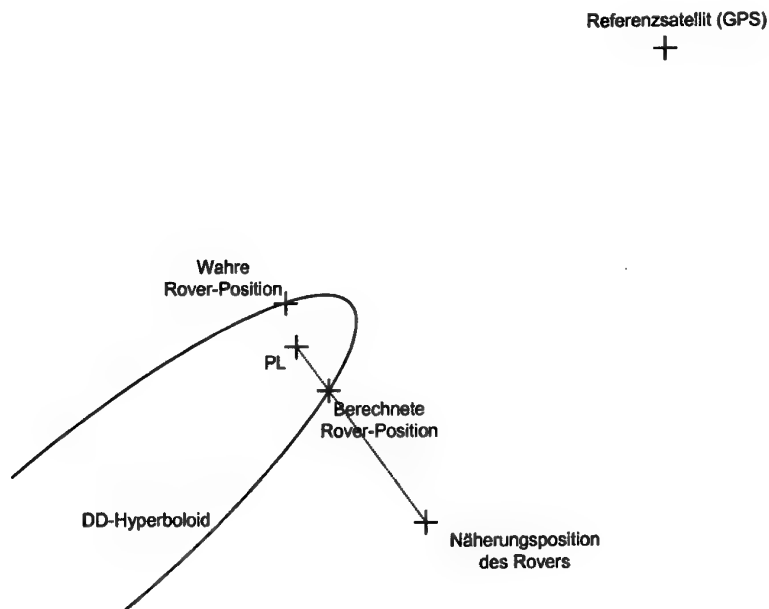
Nimmt man weiterhin an, daß der Nutzer aus größerer Entfernung (einige km) anfliegt, so erhält man einen ähnlichen Fall wie bei herkömmlichen Satelliten: der Troposphärenfehler kann vernachlässigt werden.

6.2.2 Nichtlinearitäten der Beobachtungsgleichungen

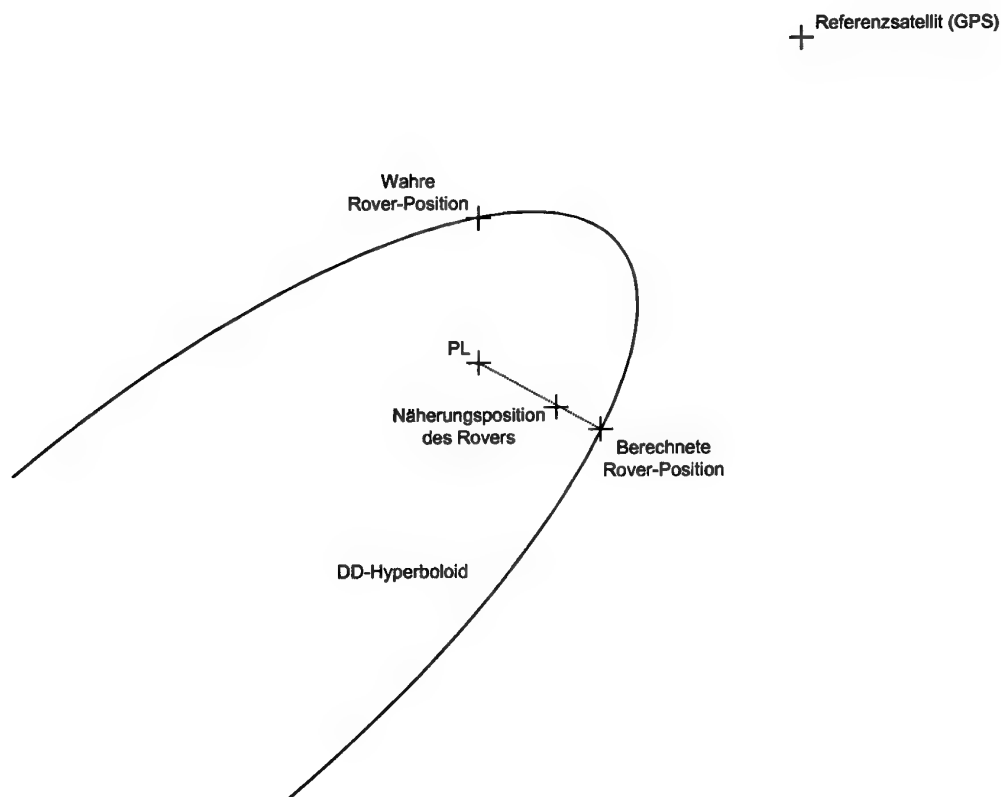
Aufgrund der Nähe des mobilen Nutzers zum Pseudolite entstehen bei ungenauer Näherungsposition Probleme durch Nichtlinearität der Beobachtungsgleichungen. In den Bildern 6.2.2-1a und b sind zwei Fälle dargestellt, in denen mittels doppelter Differenzen zwischen einem PL und einem Referenzsatelliten positioniert wird.

Im ersten Fall (Bild 6.2.2-1a) ist die gemessene doppelte Differenz kleiner als die anhand der Näherungsposition bestimmte Differenz. Daher bewirkt die Verarbeitung im Filter eine Positionsänderung zum PL hin (im Bild mit „berechnete Rover-Position“ bezeichnet). Die Positionsänderung ist so groß, daß die neue Position auf das DD-Hyperboloid fällt. Durch die Form des Hyperboloids und durch den geringen Abstand PL-Rover kann die entstehende Position noch weit von der wahren Position entfernt sein.

Im zweiten Fall (Bild 6.2.2-1b) ist die gemessene doppelte Differenz größer als die anhand der Näherungsposition bestimmte Differenz. Es ergibt sich hier durch die PL-Messung sogar eine Verschlechterung der Position, da die Vektoren von PL zur wahren bzw. zur Näherungsposition einen großen Winkel einschließen.



Bilder 6.2.2-1a: Veranschaulichung der Auswirkungen der Nichtlinearitäten der PL-Beobachtungsgleichung



Bilder 6.2.2-1b: Veranschaulichung der unterschiedlichen möglichen Auswirkungen der Nichtlinearitäten der PL-Beobachtungsgleichung

Je näher die Näherungsposition an der wahren Position liegt, desto kleiner ist dieser Winkel und desto kleiner wird der durch Nichtlinearitäten entstehende Fehler.

In der praktischen Anwendung bei Landeanflügen ist die Genauigkeit der Näherungsposition, die aus absolutem GPS, differentiellem GPS oder mit Hilfe anderer Sensoren bestimmt werden kann, relativ zur Distanz vom PL ausreichend, so daß keine diesbezügliche Korrektur vorgenommen werden muß.

Wird ein PL-gestütztes Navigationssystem ohne a-priori-Information gestartet, so müssen diese Nichtlinearitäten beachtet werden. Dies kann beispielsweise geschehen, indem zunächst eine reine DGPS-Lösung gerechnet wird und das PL erst später in die Lösung einbezogen wird.

6.2.3 Behandlung troposphärischer Effekte

Der Rest-Troposphärenfehler für PL-Signale $\Delta\tau_{trop,rs}^j$ in den Gleichungen (6.2.1-7) bis (6.2.1-8) darf im allgemeinen Fall nicht ohne weiteres vernachlässigt werden, da der Signalweg des Pseudolites einerseits ausschließlich durch die untere Atmosphäre verläuft, und andererseits die Signalwege Pseudolite-Nutzer und Pseudolite-Referenzstation wesentlich voneinander verschieden sind. Ist die Referenzstation in das Pseudolite integriert, d.h. die PL-Sendeantenne ist identisch mit der Referenzstations-Empfangsantenne, so enthält $\Delta\tau_{trop,rs}^j$ exakt den Troposphärenfehler $\tau_{trop,r}^j$.

Im Gegensatz zu den Schichten-Troposphärenmodellen für Satellitensignale muß für Pseudolites ein alternatives Modell angewendet werden. Geht man davon aus, daß die PL-Signale für einen Landeanflug ab einer Entfernung von etwa 50 km genutzt werden, läßt sich ein einfaches Troposphärenmodell erstellen. Die Laufzeitverzögerung $\tau_{trop,r}^j$ hängt dann primär vom Höhenunterschied und von der Entfernung Pseudolite-Nutzer ab.

Nach *Spilker (1994)* sind bei der troposphärischen Refraktion drei Effekte auf ein Radiosignal zu betrachten:

- Signaldämpfung
- Strahlkrümmung und Laufzeitverzögerung
- Szintillationen

Die Signaldämpfung durch die Troposphäre für Frequenzen im L-Band ist vernachlässigbar. Effekte der Strahlkrümmung und der Laufzeitverzögerung werden in den folgenden Unterabschnitten behandelt. Szintillationseffekte haben Turbulenzen und Irregularitäten im nahen Bodenbereich zur Ursache. Da diese nur sehr kleinräumig korreliert und somit praktisch nicht modellierbar sind, werden sie hier auch nicht behandelt. Nach *Spilker (1994)* sind diese Effekte naturgemäß klein, können aber in extremen Verhältnissen zu einer starken Signaldämpfung führen. Auf die hier betrachteten Laufzeitfehler haben sie kaum Auswirkungen.

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf die Effekte der Laufzeitverzögerung und der Strahlkrümmung bei einem fiktiven 3°-Lande-anflug aus etwa 50 km Entfernung.

6.2.3.1 Laufzeitverzögerung

Die üblichen Troposphärenmodelle können für PLs nicht angewendet werden, da sie sich einerseits grundsätzlich auf Höhenunterschiede von Nutzer- und Referenzstation beziehen, und andererseits für niedrige Elevationswinkel sehr ungenau werden. Ein Vergleich unterschiedlicher Troposphärenmodelle findet sich beispielsweise in *Blomenhofer (1997)*. Es ist daher ein Modell zu entwickeln, das beiden Anforderungen genügt, und darüber hinaus relativ einfach in der Handhabung ist, um Echtzeit-Anwendungen zu ermöglichen.

Prinzipiell ist für die troposphärische Laufzeitverzögerung eines Signals folgende physikalische Formel auszuwerten:

$$\Delta_{Trop} = 10^{-6} \int_{s=0}^D N(h) ds \quad (6.2.3-1)$$

Der Integrationsweg s des PL-Signals verläuft im betrachteten Anwendungsfall dabei durch den unteren Teil der Troposphäre bis zu einer Maximalhöhe von ca. 2600 m über dem PL bei einem angenommenen 3°-Anflug in einer Reichweite von bis zu 50 km. N ist der Brechungsindex, der hier als höhenabhängige Größe angeschrieben ist. Streng genommen ist das Integral in (6.2.3-1) zu nehmen über den tatsächlichen vom Signal genommenen (gekrümmten) Weg. Dieser weicht von der geometrischen Verbindungslinie leicht ab. Jedoch kann diese Abweichung vernachlässigt werden, wie im nächsten Unterabschnitt gezeigt werden wird. Es genügt hier also, das Integral über die geometrische Verbindungslinie von PL zu Nutzer auszuwerten. Danach läßt sich der folgende lineare Zusammenhang zwischen Integrationsvariable s (Distanz vom PL) und Höhe h angeben:

$$h(s) = \frac{1}{D} [h_{PL}(D - s) + h_{USR}s] \quad (6.2.3-2)$$

D ist hierbei die Distanz von PL zum Nutzer. Die Integrationsvariable s durchläuft den Bereich 0 bis D .

Nach *Hopfield (1969)* kann der Refraktionsindex aufgeteilt werden in einen trockenen und einen feuchten Brechungsindex N_{dry} und N_{wet} . Aus (6.2.3-1) folgt damit:

$$\Delta_{Trop} = \Delta_{dry,Trop} + \Delta_{wet,Trop} = 10^{-6} \int_{s=0}^D N_{dry}(h) ds + 10^{-6} \int_{s=0}^D N_{wet}(h) ds \quad (6.2.3-3)$$

Hopfield fand eine polynomiale Höhenabhängigkeit des Brechungsindex von vierter Ordnung. Bezieht man Troposphärenmessungen in einer bestimmten Höhe h_{mea} mit ein, so ergeben sich folgende Zusammenhänge zwischen Refraktionsindizes und Höhe (siehe auch *Chao (1971)* oder *Van Dierendonck (1997)*):

$$N_{dry}(h) = N_{dry,mea} \left(\frac{h_{dry,0} - h}{h_{dry,0} - h_{mea}} \right)^4 \quad (6.2.3-4a)$$

$$N_{wet}(h) = N_{wet,mea} \left(\frac{h_{wet,0} - h}{h_{wet,0} - h_{mea}} \right)^4 \quad (6.2.3-4b)$$

wobei

$$N_{dry,mea} = k_1 \frac{P_{mea}}{T_{mea}} \quad (6.2.3-5a)$$

$$N_{wet,mea} = k_2 \frac{f_{mea}}{T_{mea}^2} 10^{\frac{7.4475(T_{mea}-273K)}{T_{mea}-38.3K}} \quad (6.2.3-5b)$$

mit

P_{mea}	gemessener Luftdruck in hPa (auf Höhe h_{mea})
T_{mea}	gemessene Temperatur in K (auf Höhe h_{mea})
f_{mea}	gemessene relative Feuchte in % (auf Höhe h_{mea})
$h_{dry,0}$	Skalierungshöhe (ca 42700 m)
$h_{wet,0}$	Skalierungshöhe (ca 13000 m)

sowie

k_1	77.6
k_2	2.277×10^4

Die Skalierungshöhen sind per Definition die Höhen, in denen der jeweilige Refraktionsindex verschwindet. Oberhalb dieser Höhen wird die Refraktion als konstant 0 betrachtet.

Im folgenden bezeichnet der untere Index * die trockene wie auch die feuchte Komponente einer Größe. Daher sind die folgenden Berechnungen sowohl für die trockene wie auch für die feuchte Komponente gültig. Es ist das Integral

$$\Delta_{*,Trop} = 10^{-6} \int_{s=0}^D N_*(h) ds = 10^{-6} N_{*,mea} \frac{1}{(h_{*,0} - h_{mea})^4} \int_0^D \left(h_{*,0} - \frac{1}{D} [h_{PL}(D-s) + h_{USR}s] \right)^4 ds \quad (6.2.3-6)$$

zu berechnen. Eine geeignete Stammfunktion läßt sich leicht finden und es folgt:

$$\Delta_{*,Trop} = 10^{-6} N_{*,mea} \frac{1}{(h_{*,0} - h_{mea})^4} \left[-\frac{D}{5(h_{USR} - h_{PL})} \left(h_{*,0} - \frac{1}{D} [h_{PL}(D-s) + h_{USR}s] \right)^5 \right]_0^D \quad (6.2.3-7)$$

Der Nenner $h_{USR} - h_{PL}$ in der Stammfunktion kann prinzipiell 0 werden (besonders im hier betrachteten Anwendungsfall), was aber nicht zu Problemen führt, da die resultierende Funktion für $\Delta_{*,Trop}$ stetig fortgesetzt werden kann, wie unten gezeigt wird. Der Nenner $h_{*,0} - h_{mea}$ hingegen ist groß, da die Skalierungshöhen $h_{*,0}$ sowohl im trockenen wie auch im feuchten Fall weit größer sind als die Messungshöhe h_{mea} .

Weiter erhält man:

$$\Delta_{*,Trop} = -10^{-6} N_{*,mea} \frac{1}{(h_{*,0} - h_{mea})^4} \frac{D}{5(h_{USR} - h_{PL})} [(h_{*,0} - h_{USR})^5 - (h_{*,0} - h_{PL})^5] \quad (6.2.3-8)$$

Wegen

$$(a-b)^5 - (a-c)^5 = \sum_{i=0}^5 \binom{5}{i} a^i (-1)^{5-i} (b^{5-i} - c^{5-i}) \quad (6.2.3-9)$$

und

$$\frac{b^n - c^n}{b - c} = \sum_{i=0}^{n-1} c^i b^{n-1-i} \quad (6.2.3-10)$$

ist mit $a = h_{*,0}$ und $b = h_{USR}$ sowie $c = h_{PL}$ stets:

$$\begin{aligned} \Delta_{*,Trop} = -10^{-6} N_{*,mea} \frac{D}{5(h_{*,0} - h_{mea})^4} \cdot \\ [-5a^4 + 10a^3(b+c) - 10a^2(b^2 + cb + c^2) + 5a(b^3 + cb^2 + c^2b + c^3) \\ - (b^4 + cb^3 + c^2b^2 + c^3b + c^4)] \end{aligned} \quad (6.2.3-11)$$

Diese relativ komplizierte Formel kann unter gewissen Nebenbedingungen im praktischen Fall stark vereinfacht werden. Nimmt man beispielsweise an, daß die Höhe des PL-Senders am Erdboden im Bereich von etwa 0 m bis 1000 m Höhe liegt ($c < 1000$ m), und der anfliegende Nutzer im PL-Bereich (bis 50 km horizontale Entfernung vom PL) eine maximale Relativhöhe von etwa 2600 m hat ($b < 2600$ m), so tragen die Terme der dritten und vierten Ordnung etwa 1.3 % und 0.05 % des Gesamtbetrages bei, was getrost vernachlässigt werden kann.

Nimmt man weiterhin an, daß die Messungen bereits auf Meereshöhe reduziert wurden ($h_{mea} = 0$), so gewinnt man folgende Formel (6.2.3-12):

$$\Delta_{*,Trop} = 10^{-6} N_{*,mea} D \left(1 - \frac{2(h_{USR} + h_{PL})}{h_{*,0}} + \frac{2(h_{USR}^2 + h_{USR}h_{PL} + h_{PL}^2)}{h_{*,0}^2} \right) \quad (6.2.3-12)$$

Betrachtet man dieses Ergebnis nur für Terme erster Ordnung (unter Vernachlässigung des letzten Bruchtermes in der Klammer), so erhält man eine Formel, die im Widerspruch zu dem von der RTCA vorgeschlagenen Modell steht.

Dieses lautet (RTCA, 1997):

$$\Delta_{*,Trop} = 10^{-6} N_{*,mea} D \left(1 - \frac{h_{USR} - h_{PL}}{h_{*,0}} \right) \quad (6.2.3-13)$$

Aufgrund der gegebenen Herleitungen ist jedoch zu sehen, daß Formel (6.2.3-12) den tatsächlichen Gegebenheiten besser entspricht und angewandt werden sollte.

In Bild (6.2.3-1) ist die troposphärische Laufzeitverzögerung beider Modelle (Entwicklung jeweils bis zu Termen erster Ordnung) für einen linearen 3°-Anflug des Nutzers aus 50 km Distanz vom PL dargestellt. Es wurde dabei nur die trockene Komponente betrachtet. Für die Höhe des PLs wurde 550 m über dem Referenzellipsoid WGS-84 (entspricht in etwa München) angenommen. Die Skalierungshöhe $h_{s,0}$ wurde zu 42700 m festgelegt. Druck und Temperatur wurden mit 1025.16 hPa und 293 K angenommen.

Die Differenz beider Modelle ist in Bild 6.2.3-2 zu sehen. Man stellt fest, daß die Unterschiede nur geringfügig sind. Wie bereits aus den Formeln (6.2.3-12) und (6.2.3-13) erkennbar ist, nimmt der Unterschied hauptsächlich mit der Höhe des Nutzers zu. Daß die Unterschiede in den Ergebnissen trotz der stark unterschiedlichen Formeln nur klein sind, liegt auch an der anderen gewählten Bezugshöhe der gemessenen Troposphärenparameter. Während im Modell (6.2.3-12) die Meßhöhe auf das WGS-84-Ellipsoid bezogen ist, ist sie im RTCA-Modell auf die Höhe des PLs bezogen. Demzufolge wurde im gemachten Vergleich

$$N_{s,mea}(RTCA) = N_{s,mea}(\text{hier entwickelt}) \cdot \left(\frac{h_{s,0} - h_{PL}}{h_{s,0}} \right)^4 \quad (6.2.3-14)$$

gesetzt.

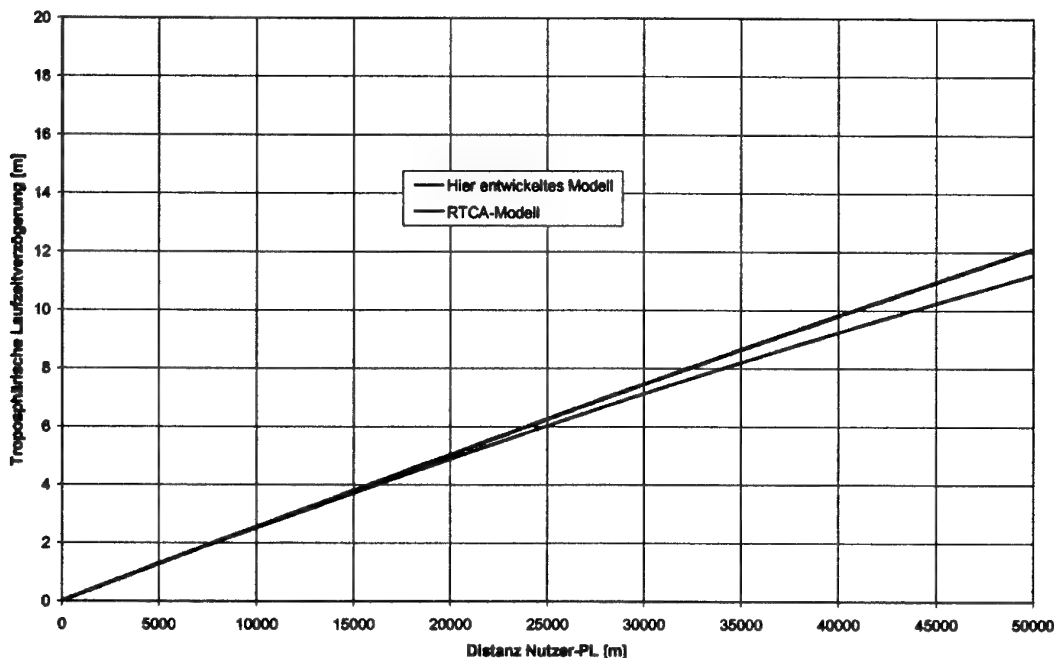


Bild 6.2.3-1: Troposphärische Laufzeitverzögerung eines PL-Signals (nach dem RTCA-Modell und dem hier entwickelten Modell) für einen linearen 3°-Anflug eines Nutzers aus einer Distanz von 50 km

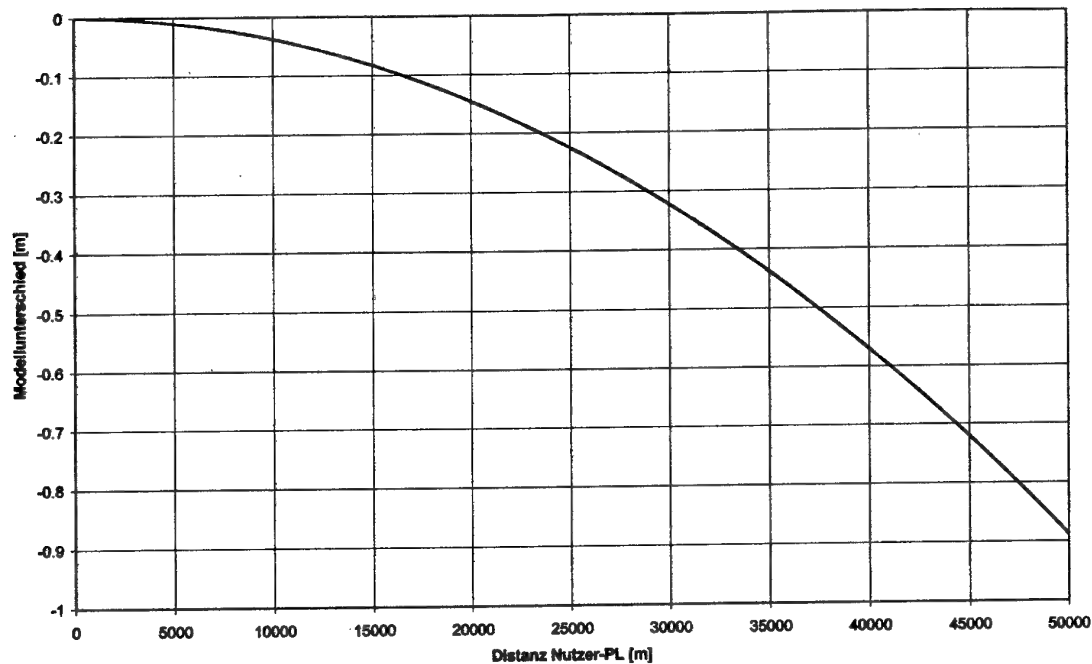


Bild 6.2.3-2: Unterschied der beiden Modelle

Da die Unterschiede der Modelle nur gering sind, konnte bisher keine genaue Validierung der Modelle anhand realer PL-Daten gemacht werden. Aus Flugversuchen aufgenommene Daten ermöglichen jedoch eine Abschätzung des qualitativen Troposphäreinflusses.

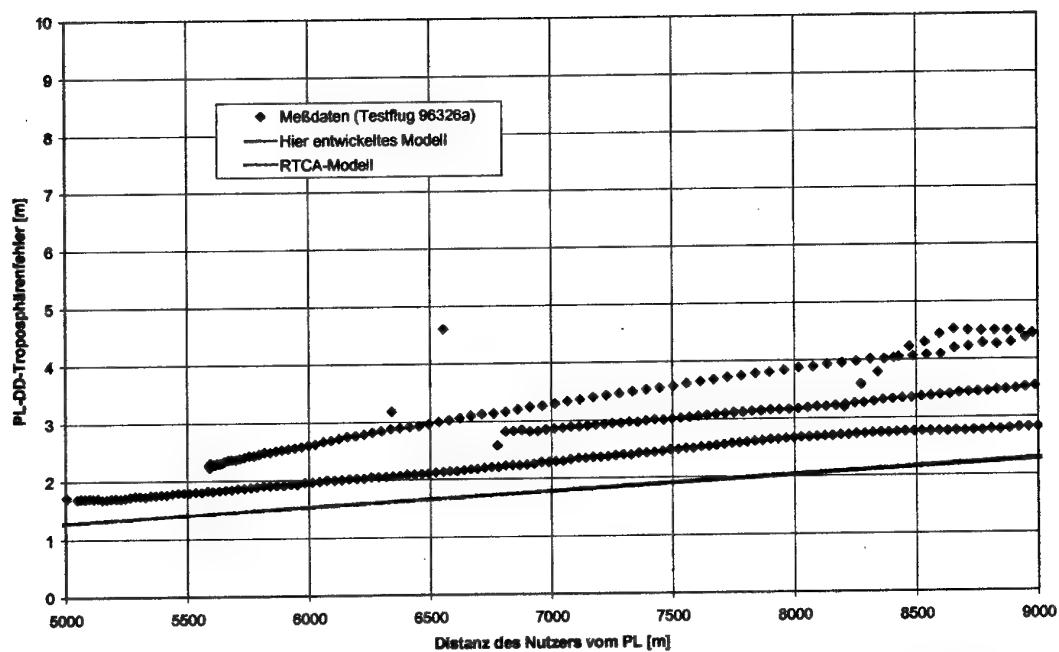


Bild 6.2.3-3: Typischer beobachteter doppelt differenzierter Troposphärenfehler und Modellwerte in Abhängigkeit von der Distanz des Nutzers vom PL (Nahbereich bis 9 km)

In den Bildern 6.2.3-3 und 6.2.3-4 wurde der tatsächlich gemessene Troposphärenfehler den Modellen gegenübergestellt. Leider stand während der Flugversuche keine meteorologische Wetterstation zur Verfügung, so daß kein Vergleich mit an die lokale Troposphärensituation angepaßten Modellwerten möglich ist.

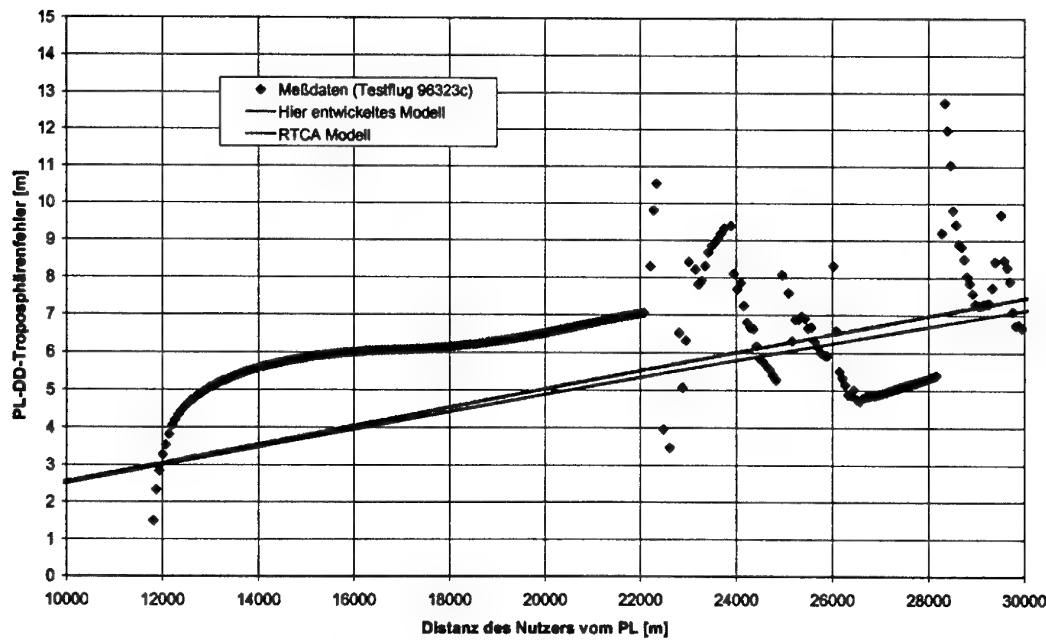


Bild 6.2.3-4: Typischer beobachteter doppelt differenzierter Troposphärenfehler und Modellwerte in Abhängigkeit von der Distanz des Nutzers vom PL (Fernbereich bis 30 km)

In Bild 6.2.3-4 ist deutlich zu sehen, daß noch andere Effekte die PL-Messung beeinflussen. Ab einer Entfernung von ca. 22 km wird die PL-Messung deutlich schlechter, was auf schlechte Empfangsbedingungen und damit ein niedriges Signal-zu-Rausch-Verhältnis hinweist. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis für diesen Testdatensatz ist in Bild 6.1.2-3 im Unterabschnitt über die Signaldynamik („Near-Far“-Problematik) über der Distanz des Nutzers vom PL dargestellt.

6.2.3.2 Strahlkrümmung

Zur Untersuchung der Gültigkeit der Annahme, daß eine Integration über den geometrischen Weg genügt (anstelle des tatsächlichen vom Signal genommenen gekrümmten Weges), wurde eine numerische Simulation nach folgendem Algorithmus gerechnet.

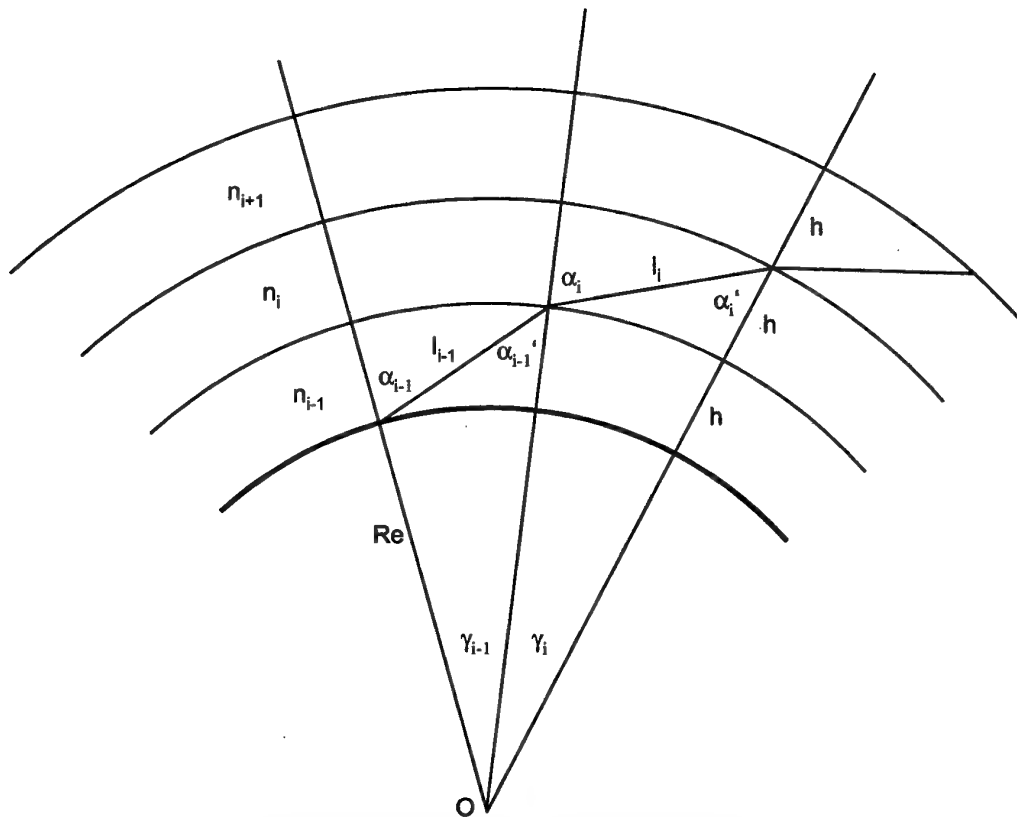


Bild 6.2.3-5: Veranschaulichung des Algorithmus zur Berechnung der Strahlkrümmung durch die Troposphäre

Algorithmus:

Schritt 1:

Lege Brechungsindexprofil n_i (konstanter Brechungsindex für Schicht i), Schichthöhe h , Anzahl der Schichten n und den Abstrahlwinkel α_1 (Zenithwinkel) fest

Schritt 2:

Berechne die Länge des Strahlweges l_i durch die Schicht i nach Kosinussatz.

$$l_i = (R_e + (i-1)h) \cos(\pi - \alpha_i) + \sqrt{(R_e + (i-1)h)^2 \cos^2(\pi - \alpha_i) + 2(R_e + ih)h - h^2} \quad (6.2.3-15)$$

Schritt 3:

Berechne den Erdmittelpunktswinkel γ_i gemäß Sinussatz aus l_i , dem Erdradius sowie α_i .

$$\gamma_i = \arcsin\left(\frac{l_i}{R_e + ih} \sin(\pi - \alpha_i)\right) \quad (6.2.3-16)$$

Schritt 4:

Berechne den Einfallswinkel α_i' zur nächst höheren Schicht gemäß

$$\alpha_i' = \alpha_i - \gamma_i \quad (6.2.3-17)$$

Schritt 5:

Der neue Abstrahlwinkel ist der Ausfallswinkel, verknüpft mit α_i' über die Gleichung

$$\alpha_{i+1} = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_{i+1}} \sin \alpha_i'\right) \quad (6.2.3-18)$$

Schritt 6:

Solange nicht alle Schichten prozessiert wurden, setze bei Schritt 2 fort.

Nach Abarbeitung des Algorithmus kann die aufsummierte Strahllänge gegenüber der geometrischen Distanz (aus dem Kosinussatz und dem aufsummierten Erdmittelpunktsinkel) ausgegeben werden.

Die Anzahl der Schichten wurde auf 2770 festgelegt. Die Schichtdicke entsprach 1 m. Der Unterschied von geometrischer Distanz zu tatsächlicher gekrümmter Pfadlänge wurde zu etwa 5 mm (bei $T = 15.0^\circ\text{C}$, $f = 50\%$, $P = 1013\text{ mbar}$) berechnet. Bei einer relativen Feuchte von 99 % stieg der Pfadunterschied auf etwa 1 cm.

Resultierend kann ausgesagt werden, daß die Integration in Formel (6.2.3-1) ohne Rücksicht auf die Strahlkrümmung über den geometrischen Weg berechnet werden darf. Der Entfernungsfehler im Millimeter- bis Zentimeterbereich kann gegenüber der wesentlich ungenaueren Modellierung des Feuchte-Anteils der Troposphäre vernachlässigt werden.

6.2.4 Generierung und Anwendung von Korrekturdaten

Für Echtzeitanwendungen ist es erforderlich, daß die an der Referenzstation gemessenen Satellitenentfernungen innerhalb weniger Sekunden zum Nutzer übertragen werden. Diese Aufgabe kann von PLs erfüllt werden. Das von der Fa. Stanford Telecom entwickelte Prototyp-PL dient einerseits als zusätzliches Objekt zur Entfernungsmessung, arbeitet aber andererseits zugleich als DGPS-Referenzstation. Dazu verfügt das PL über einen eingebauten NovAtel 12-Kanal GPS-Empfänger. Aufgrund der Kenntnis der genauen WGS-84 Position des Empfängers können Korrekturdaten zu den Satellitenmessungen errechnet werden, die anschließend auf das PL-Signal aufmoduliert werden. Ein Nutzerempfänger, der entsprechend modifiziert ist, kann das PL-Signal verfolgen und die Korrekturdaten auf seine eigenen Messungen anwenden.

Zur Generierung der Korrekturdaten sind unterschiedliche Ansätze denkbar, je nachdem wie die Daten rückwirkend beim Nutzer angewendet werden. Prinzipiell sind zwei verschiedene Anwendungsmöglichkeiten denkbar:

- (1) Anwendung der Korrekturwerte auf die Nutzermessungen mit anschließender Absolutpositionierung des Nutzers, und
- (2) Differentielle Positionierung über wiederhergestellte Referenzstationsdaten.

Um hohe Genauigkeiten zu erzielen genügt es nicht, absolute Korrekturdaten zu übertragen und anzuwenden. Aufgrund der relativ schnellen Änderung des S/A (im Bereich einiger Zentimeter pro Sekunde) ist es notwendig, Korrekturen höherer Ordnung (Korrekturdrift, Driftrate, etc.) anzuwenden (Taveira-Blomenhofer und Hein, 1993). Diese Terme höherer Ordnung können bereits an der Referenzstation erzeugt und zusätzlich übertragen werden. Aufgrund der limitierten Kapazität des Übertragungskanal wird die Berechnung dieser Terme jedoch häufig am Nutzer durch zeitliche Differenzierung der absoluten Korrekturwerte selbst durchgeführt, so daß keine zusätzliche Mehrinformation übertragen werden muß. Der Nutzer extrapoliert seine empfangenen Korrekturdaten schließlich auf seine aktuelle Meßepoche.

Im folgenden wird kurz dargestellt, wie die Generierung und Anwendung von Korrekturdaten im PL der Fa. Stanford Telecom und im Fall des amerikanischen LAAS („Local Area Augmentation System“) realisiert ist (Barltrop et al., 1996). Auf andere Varianten zur Generierung der Korrekturdaten wird hier nicht eingegangen. Statt dessen wird beispielsweise verwiesen auf Taveira-Blomenhofer und Hein (1993).

Die Tabelle 6.2.4-1 zeigt einige der im LAAS spezifizierten Message-Typen und ihre Aufdatierungsrate bei einer Datenübertragungsrate von 500 bps (Barltrop et al., 1996; HOPE-ICD-001, 1997).

Message-Typ	Inhalt	Aufdatierungsrate
40	PL „Don't Use“	wenn benötigt
41	Trägerphasenmessungen (1-6)	alle 2 Sek.
42	Trägerphasenmessungen (7-12)	alle 2 Sek.
43	Codemessungen (1-6)	alle 20 Sek.
44	Codemessungen (7-12)	alle 20 Sek.
45	PL Almanach	alle 20 Sek.
46	Referenzstationskoordinaten	alle 20 Sek.
50	Integritätsunterbrechung	wenn benötigt
63	Null Message	wenn benötigt

Tabelle 6.2.4-1: LAAS-Message-Typen mit Aufdatierungsraten (für 500 bps Übertragungsrate)

Um eine höhere Genauigkeit zu erreichen, werden neben Codekorrekturen (Message-Typen 43/44) auch Trägerphasenkorrekturen (Message-Typen 41/42) ausgesendet.

Da das PL-Signal nicht notwendigerweise auf der GPS-Trägerfrequenz L_1 arbeitet, sondern (evtl.) um einen Offset verschoben in der ersten Nullstelle des Codespektrums links oder rechts der Mittenfrequenz, ist die tatsächliche Datenrate ausgedrückt in bps (Bits pro Sekunde) nicht notwendigerweise eine Ganzzahl. Dies bedeutet, daß der LAAS-Datenrahmen zur GPS-Sekunde nicht synchron ist, sondern mit jeder Sekunde weiter vorausseilt oder hinterherläuft. Aufgrund dieses Zeitunterschiedes berechnet das PL die TOA („Time of Applicability“) der Korrekturen als letzte Epoche 250 ms vor der voraussichtlichen Abstrahlzeit.

Die Berechnung der TOA am Nutzerempfänger kann somit nach folgendem Algorithmus geschehen:

$$(1) \quad f_{\text{subframe}} = \frac{f_{\text{data}}}{L_{\text{subframe}}} \quad (6.2.4-1)$$

$$(2) \quad N_{\text{subframe}} = f_{\text{subframe}} (T_{\text{receive}} \bmod 604800) \quad (6.2.4-2)$$

$$(3) \quad N_{\text{frame}} = \text{int} \left[\frac{N_{\text{subframe}}}{4} \right] \quad (6.2.4-3)$$

$$(4) \quad TOA = \frac{4 \cdot N_{\text{frame}}}{f_{\text{subframe}}} + \text{WEEK_No} \cdot 604800 \quad (6.2.4-4)$$

Dabei ist f_{data} die exakte (von der konfigurierten evtl. aufgrund eines Frequenzoffsets abweichende) Datenrate, L_{subframe} die Länge eines LAAS-Message-Blocks (250 Bit), T_{receive} der Zeitpunkt des Empfangs am Nutzer und WEEK_No die aktuelle GPS-Woche.

Die Trägerphaseninformation wird in den Message-Typen 41/42 übertragen. Dabei wird eine 32-Bit-normalisierte Phasenmessung übertragen, welche einen Wertebereich von ± 8388608 L_1 -Zyklen bei einer $1/256$ -Auflösung umfaßt. Zur Normalisierung wird ein ganzzahliger Zyklenwert von der tatsächlichen Messung abgezogen (bzw. addiert), so daß die Differenz zwischen Phasen- und Codemessung im Bereich weniger Meter liegt. Der tatsächlich ausgesendete kodierte Phasenmeßwert wird anschließend noch einer modulo 2^{24} -Operation unterzogen. Dies bewirkt ein Mapping in den Wertebereich und liefert die Basis für die Rekonstruktion der tatsächlichen Phasenmessung der Referenzstation.

In den Message-Typen 43/44 sind zum einen der geschätzte Empfänger-Uhrfehler der Referenzstation sowie eine satellitenspezifische Code-minus-Phase Messung enthalten. Diese niederfrequenten Messungen ermöglichen zusammen mit den hochfrequenten normalisierten Phasenmessungen aus den Message-Typen 41/42 die Rekonstruktion der Entfernungsmessungen der Referenzstation über die Formel:

$$GPR = \left\{ GADR + 2^{24} \cdot \text{int} \left(\frac{\frac{PR_{\text{expected}}}{\lambda} - GADR}{2^{24}} \right) \right\} \cdot \lambda + \Delta r \quad (6.2.4-5)$$

wobei

$$PR_{\text{expected}} = R_{\text{computed}} + c(b_{\text{GDRS}} + b_{\text{SV}}) \quad (6.2.4-6)$$

Dabei ist GPR die rekonstruierte geglättete Pseudorange-Messung, GADR die hochfrequente Trägerphasenkomponente aus den Message-Typen 41/42, λ die GPS- L_1 -Wellenlänge, Δr der Code/Phase-Korrekturwert, R_{computed} die aus Ephemeridendaten berechnete Entfernung des Satelliten von der Referenzstation, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit, b_{SV} der Uhrfehler des Satelliten und b_{GDRS} eine Schätzung des Empfängeruhrfehlers der Referenzstation.

6.3 Untersuchungen zum Pulsschema

Aufgrund der unter 6.1 beschriebenen PL-spezifischen Interferenzproblematik mit GPS-Signalen muß mindestens eines der Signalzugriffsverfahren CDMA, FDMA, oder TDMA angewendet werden. In der Praxis können mehrere dieser Verfahren simultan angewendet werden. Die alleinige Nutzung von CDMA für PLs bietet aufgrund der hohen Signaldynamik vor allem im Nahbereich um das PL einen zu geringen Signalabstand zu GPS. Im Falle von "Out-Of-Band"-FDMA sind angepaßte Empfänger-Frontends notwendig, was zu einem erheblichem Kostenmehraufwand für partizipierende PL-Empfänger führt. "In-Band"-FDMA (z.B. Frequenzoffset um 1.023 MHz in die erste spektrale Null des Goldcodespektrums) hat den Nachteil, daß entweder die GPS-Woche verlängert (bzw. bei negativem Frequenzoffset verkürzt) wird, oder die Code-Phase-Kohärenz aufgegeben werden muß. Aufgrund der damit verbundenen Detailprobleme gehen aktuelle Vorschläge der RTCA in Richtung CDMA und TDMA.

Dieses Unterkapitel befaßt sich ausführlich mit dem für die PL-Anwendung wohl wichtigsten Verfahren, dem TDMA. Um die Interferenzen mit den GPS-Signalen zu minimieren, wird das PL-Signal dabei „gepulst“, d.h. nur zu bestimmten Zeitslots gesendet. Somit kann der Empfänger in den Zeiten zwischen den einzelnen Pulsen GPS-Signale empfangen, während er zu den Pulszeiten ein leistungsstarkes PL-Signal empfängt.

Die Auswahl des Pulsschemas beeinflusst die Trackingeigenschaften eines partizipierenden wie auch eines nicht partizipierenden Empfängers sowohl hinsichtlich des PL-Tracking wie auch hinsichtlich des GPS/GLONASS-Tracking. Nach einer einführenden Definition des Pulszyklus ("pulse duty cycle") in 6.3.1 werden die Auswirkungen eines solcherart gepulsten Signals auf die Korrelatorelemente eines GPS/PL-Empfängers diskutiert.

6.3.1 Definition des Pulsschemas

Ein von einem PL ausgestrahltes C/A-Code- und datenmoduliertes Signal auf der Trägerfrequenz L_1 läßt sich nach dem C/A-Code-Teil von Gleichung (2.3-1) wie folgt darstellen:

$$L_1(t) = a_1 c(t) d(t) \cos(f_1 t) \quad (6.3.1-1)$$

Dabei sind:

$L_1(t)$	L_1 -Signal des PL
a_1	Amplitude des Signals
$d(t)$	Navigationsnachricht
$c(t)$	C/A-Code auf L_1
f_1	L_1 -Frequenz des Trägers
t	Zeit gemessen über den Oszillator des PLs.

In dieses Signal läßt sich eine zeitabhängige Abstrahlleistung modellieren, indem eine weitere von t abhängige nicht negative Funktion $T(t)$ eingefügt wird:

$$L_1(t) = a_1 c(t) T(t) d(t) \cos(f_1 t) \quad (6.3.1-2)$$

Betrachtet man a_1 weiterhin als (zeitunabhängige) Maximalamplitude des Signals, so genügt es, für $T(t)$ Funktionen zuzulassen, deren Wertebereich im Intervall $[0; 1]$ liegt. Eine solche Funktion wird im folgenden als "Leistungsfunktion" bezeichnet.

Für die Einfachheit der weiteren Überlegungen werden nur binärwertige Leistungsfunktionen betrachtet. Diese werden im folgenden als "Pulsfunktionen" oder "Pulsschemata" bezeichnet. Weiterhin wird angenommen, daß die Pulsfunktion periodisch mit einer Periodendauer T_P ist. Falls $T(t)$ nicht periodisch ist, genügt es T_P als groß gegenüber der Integrationszeitspanne eines PL-Empfängers anzusehen (T_P geht gegen Unendlich).

Mit den gemachten Vereinfachungen genügt es, die Pulsfunktion auf einem Intervall der Länge einer Periode T_P wie folgt zu definieren:

$$T : [0; T_P] \rightarrow \{0;1\} : T(t) = \begin{cases} 1, & \text{falls Puls ein zum Zeitpunkt } t \\ 0, & \text{falls Puls aus zum Zeitpunkt } t \end{cases} \quad (6.3.1-3)$$

Der zugehörige Pulszyklus („duty-cycle“, Tastverhältnis) läßt sich somit einfach als normiertes Integral über das Pulsschema in einer Pulsperiode definieren:

$$d_T = \frac{1}{T_P} \int_0^{T_P} T(\tau) d\tau \quad (6.3.1-4)$$

Auch für eine nicht periodische Pulsfunktion läßt sich der Pulszyklus äquivalent mittels Grenzübergang $T_P \rightarrow \infty$ definieren:

$$d_T = \lim_{T_P \rightarrow \infty} \frac{1}{T_P} \int_0^{T_P} T(\tau) d\tau \quad (6.3.1-5)$$

Das Resultat gibt in beiden Fällen den relativen Zeitanteil des Signals im betrachteten Zeitraum an. Da die Definitionen (6.3.1-4) und (6.3.1-5) lediglich eine Mittelwertbildung darstellen, müssen streng genommen noch "entartete" Pulsschemata ausgeschlossen werden, die sich im betrachteten Integrationsintervall stark "ungleichmäßig" verhalten. Enthält die Pulsperiode T_P beispielsweise einen zu langen Zeitraum ohne Puls, so kann dies zum Verlust des Signals in den Empfänger-Regelkreisen führen. Solche entartete Pulsschemata spielen in der Praxis keine Rolle und werden daher in der weiteren Diskussion vernachlässigt. Statt dessen wird hier vorausgesetzt, daß in jedem Integrationszeitraum des PL-Empfängers genügend Pulse zur Verfügung stehen, so daß ein kontinuierliches Verfolgen des Signals möglich ist.

Die Verschlechterung des PL-SNR (Signal-zu-Rausch-Abstand) bzw. der empfangenen Signalenergie in dB innerhalb einer Pulsperiode kann leicht aus dem Pulsschema und dem Pulszyklus d_T errechnet werden. Für die maximale Verschlechterung des Signals kann angenommen werden, daß nur der Puls mit dem PL-Referenzsignal korreliert. Die PL-Signaldegradation ergibt sich somit zu:

$$\Delta E_{PL, \max} = 10 \log(d_T^2) \quad (6.3.1-6)$$

Gleichung (6.3.1-6) trifft für die Signalverschlechterung dann exakt zu, wenn der Pulszyklus des Pulsschemas im betrachteten Zeitraum exakt d_T ist. Dies ist in jedem Fall gegeben, wenn als Zeitraum die Integrationszeit eines Empfängers genommen wird, und diese ein ganzzahliges Vielfaches der Pulsperiode ist. Andernfalls ist Gleichung (6.3.1-6) nur eine Abschätzung, die von der Gleichmäßigkeit der Verteilung des Pulsschemas abhängt.

Analog läßt sich der negative Einfluß auf GPS-Signale errechnen. Dabei kann angenommen werden, daß die wesentlich stärkeren PL-Pulse eine Korrelation mit den GPS-Signalen unmöglich machen. Ein Verfolgen der GPS-Signale ist also nur dann möglich, wenn kein PL-Puls empfangen wird:

$$\Delta E_{GPS, \max} = 10 \log \left[(1 - d_T)^2 \right] \quad (6.3.1-7)$$

Geht man beispielsweise von einem Pulszyklus von $1/11 = 9.09\%$ aus, so ergibt sich eine Degradation des PL-Signals um etwa -20.828 dB gegenüber dem un gepulsten Signal. Die entsprechende GPS-Signalverschlechterung beträgt in diesem Fall etwa -0.8279 dB. Die Degradation des PL-Signals selbst ist nicht kritisch, da dies durch eine entsprechende Sendeleistung ausgeglichen werden kann. Die Degradation der GPS-Signale hingegen beeinträchtigt auch nicht partizipierende Empfänger und ist in jedem Fall gegeben. Daher ist es sinnvoll, Pulsschemata mit kleinen Pulszyklen zu verwenden, die ein Verfolgen des PL-Signals gerade noch (sicher) ermöglichen.

Die folgende Tabelle 6.3.1-1 gibt zu verschiedenen Pulszyklen die entsprechenden maximalen Signalverschlechterungen an:

Duty-Cycle [%]	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	9.0	9.0909...
PL-Degrad. [dB]	-60.000	-53.979	-46.021	-40.000	-33.979	-26.021	-20.915	-20.819
GPS-Degrad [dB]	-0.0087	-0.0174	-0.0435	-0.0873	-0.1755	-0.4455	-0.8192	-0.8279

Tabelle 6.3.1-1: Maximale Signal-Degradationen durch Puls-Duty-Cycle

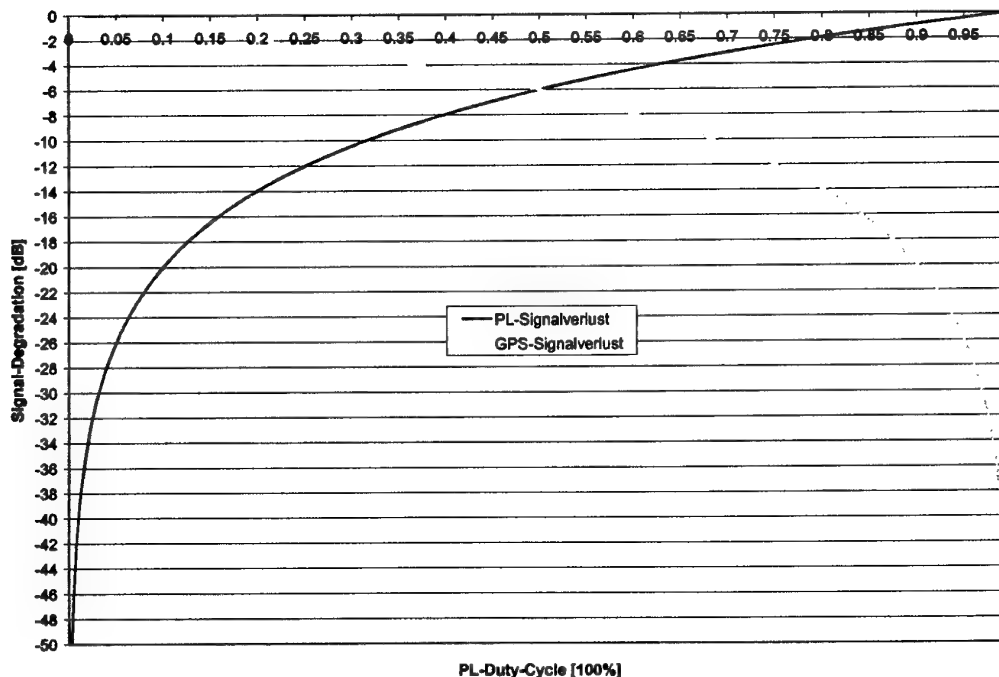


Bild 6.3.1-1: Maximale Signaldegradationen bei unterschiedlichen Pulszyklen

6.3.2 Auswirkung des Pulsschemas auf den Korrelationsprozeß

Nach *Eissfeller (1997, S.29ff)* lassen sich die empfangenen bereits mit dem Referenzcode gemischten Signale für frühe, pünktliche und späte Korrelation wie folgt in komplexer Schreibweise darstellen:

$$y_* = a_0 c(t - \tau_0) c(t_*) d(t - \tau_0) \frac{1}{i} e^{i(\Theta_0 - \Theta)} [1 - e^{-2i\alpha t} e^{-2i\Theta_0}] + 2c(t_*) n_0(t) e^{-i(\alpha t + \Theta)} \quad (6.3.2-1)$$

hierbei sind:

y_*	das im Empfänger resultierende Signal nach früher, pünktlicher oder später Korrelation. Der Index $* \in \{e, p, l\}$ für „early“, „punctual“ und „late“ unterscheidet hierbei die drei Korrelationen,
a_0	Amplitude des Empfangssignals,
$c(t - \tau_0)$	gesendeter Goldcode zum Zeitpunkt $t - \tau_0$,
$c(t_*)$	generierter Referenz-Goldcode zum Zeitpunkt t_* , wobei wiederum $* \in \{e, p, l\}$,
$d(t - \tau_0)$	Navigationsdatenbit,
Θ_0	Trägerphase,
Θ	Meßwert für die Trägerphase,
$n_0(t)$	Empfängerrauschen

und

$$t_* = \begin{cases} t - \tau - \frac{D}{2} & \text{falls } * = e \\ t - \tau & \text{falls } * = p \\ t - \tau + \frac{D}{2} & \text{falls } * = l \end{cases} \quad (6.3.2-2)$$

wobei

t	Meßzeitpunkt,
τ	Meßwert der Codemessung,
D	Korrelatorabstand („Correlator Spacing“).

Führt man anstelle des kontinuierlichen Signals ein Pulsschema in Gleichung (6.3.2-1) für das gesendete Signal ein, so erhält man:

$$y_* = a_0 c(t - \tau_0) c(t_*) T(t - \tau_0) d(t - \tau_0) \frac{1}{i} e^{i(\Theta_0 - \Theta)} [1 - e^{-2i\alpha t} e^{-2i\Theta_0}] + 2c(t_*) n_0(t) e^{-i(\alpha t + \Theta)} \quad (6.3.2-3)$$

wobei $T(t)$ ein wie unter 6.3.1 beschriebenes Pulsschema ist.

Integration von (6.3.2-3) über ein Integrationsintervall T_1 führt unter der Annahme, daß das Datenbit über die Integrationszeit konstant bleibt, auf:

$$\begin{aligned} \bar{y}_* = & a_0 d(t - \tau_0) \int_{t-T_I}^t c(t - \tau_0) c(t_*) T(t - \tau_0) \frac{1}{i} e^{i(\Theta_0 - \Theta)} \left[1 - e^{-2i\alpha t} e^{-2i\Theta_0} \right] dt \\ & + 2 \int_{t-T_I}^t c(t_*) n_0(t) e^{-i(\alpha t + \Theta)} dt \end{aligned} \quad (6.3.2-4)$$

Die Wahl der Integrationszeit T_I wird durch zwei wesentliche Anforderungen bestimmt. Zum einen soll die Korrelationsleistung maximiert werden, was für eine große Integrationszeit spricht, zum zweiten soll die Aufdatierungsrate der Codemessung möglichst hoch sein, was für eine kurze Integrationszeit spricht (Eissfeller 1997, S.31).

Zudem wird die Autokorrelation gestört, wenn sich das Datenbit während dieser Zeit ändert. Die meisten nicht-kohärenten GPS-Empfänger haben daher eine Integrationszeit von $T_I = 20$ ms, und somit ist die Annahme der Konstanz des Datenbits für GPS-Signale während der Integrationszeit unkritisch.

Bei PL-Messungen mit höherer Datenrate (typisch sind z.B. 250 bps) muß bei nicht-kohärenten Empfängern das Integrationsintervall entsprechend reduziert werden. Im Extremfall von 1 kbps darf die Integrationszeit maximal eine Codedauer von 1 ms sein.

Für die weiteren Untersuchungen müssen verschiedene Annahmen über das Pulsschema und die Integrationszeit gemacht werden, um das Integral in (6.3.2-4) zu lösen. Im folgenden wird versucht, das Verhalten des Korrelators in Präsenz verschiedener Pulsschemata zu analysieren.

6.3.2.1 Gleichmäßige Überdeckung des Goldcodes über die Integrationszeit

Der einfachste Fall ergibt sich bei „gleichmäßiger Überdeckung“ des gesendeten Goldcodes durch das Pulsschema während der Integrationszeit. Zur Definition des Begriffes ist in den Bildern 6.3.2-1a und 6.3.2-1b eine gleichmäßige Überdeckung und eine ungleichmäßige Überdeckung des Goldcodes dargestellt. In Bild 6.3.2-1a wird der gesamte Code genau einmal auf die Pulse verteilt gesendet, während in Bild 6.3.2-1b das zweite Viertel des Codes doppelt, das dritte Viertel dafür gar nicht gesendet wird.

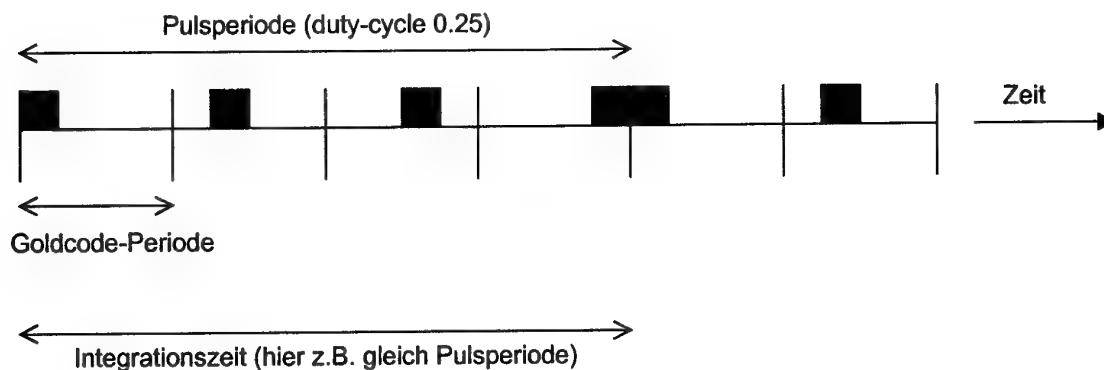


Bild 6.3.2-1a: Gleichmäßige Überdeckung des Goldcodes in der Integrationszeit

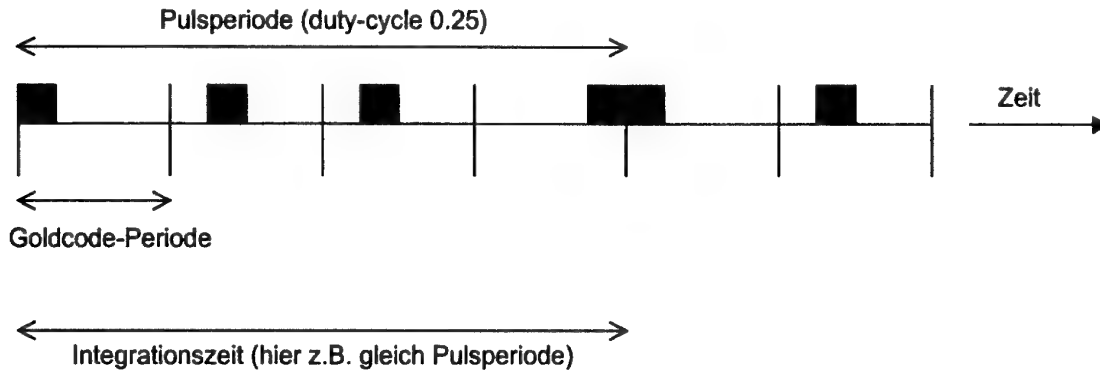


Bild 6.3.2-1b: Ungleichmäßige Überdeckung des Goldcodes in der Integrationszeit

Bei gleichmäßiger Überdeckung des Codes und unter Annahme eines zeitlich periodischen (stationären) Prozesses läßt sich das Integral (6.3.2-4) vereinfachen, indem der Pulszyklus d_T als homogener Faktor vor das Integral ziehen läßt:

$$\begin{aligned} \bar{y}_* &= a_0 d(t - \tau_0) d_T \int_{t-T_I}^t c(t - \tau_0) c(t_*) \frac{1}{i} e^{i(\Theta_0 - \Theta)} [1 - e^{-2i\alpha x} e^{-2i\Theta_0}] dt \\ &+ 2 \int_{t-T_I}^t c(t_*) n_0(t) e^{-i(\alpha x + \Theta)} dt \end{aligned} \quad (6.3.2-5)$$

Gemäß *Eissfeller (1997)* liefert der (hoch-)frequente periodische Anteil unter dem ersten Integral in (6.3.2-5) nur einen geringen Anteil zur Integration, so daß sich das Integral vereinfacht und die Integration durch Einführung der Autokorrelationsfunktion $R(t)$ wie folgt geschrieben werden kann:

$$\bar{y}_* = a d(t - \tau_0) d_T R(\Delta \tau_*) \frac{e^{i(\Theta_0 - \Theta)}}{i} + \zeta_* \quad (6.3.2-6)$$

wobei die Abkürzung

$$\Delta \tau_* = t_* - (t - \tau_0) = \begin{cases} \tau_0 - \tau - \frac{D}{2} & \text{falls } * = e \\ \tau_0 - \tau & \text{falls } * = p \\ \tau_0 - \tau + \frac{D}{2} & \text{falls } * = l \end{cases} \quad (6.3.2-7)$$

benutzt wurde, $R(t)$ die Autokorrelationsfunktion des Codes

$$R(\Delta \tau_*) = \frac{1}{T_I} \int_{t-T_I}^t c(t - \tau_0) c(t_*) dt \quad (6.3.2-8)$$

$a = a_0 \cdot T_I$ und ζ_* als Abkürzung für den aufintegrierten Rauschterm steht.

Der Degradationsfaktor d_T im ersten Summanden der rechten Seite kann bei stationärer Betrachtung der Korrelation als Konstante der Signalamplitude aufgeschlagen werden. Wegen

$$a = \sqrt{2 \frac{S}{N_0} T_I} \quad (6.3.2-9)$$

erkennt man, daß das Signal-zu-Rausch-Verhältnis eines gepulsten Signals um den Faktor d_T^2 schlechter ist, als das entsprechend ungepulste Signal.

Auf die weiteren Auswirkungen wird hier nicht eingegangen, da sie identisch sind wie bei herkömmlichen (ungepulsten) GPS-Signalen. Als Referenz sei nochmals auf *Eissfeller (1997)* verwiesen.

6.3.2.2 Ungleichmäßige Überdeckung des Goldcodes über die Integrationszeit

Im Falle der ungleichmäßigen Überdeckung des Goldcodes während des Integrationsintervalls (vgl. Bild 6.3.2-1b) werden Teile des Codes häufiger und andere Teile des Codes seltener gesendet und empfangen. Beispielsweise ist jede P-Code-Korrelation ungleichmäßig, da niemals vollständig über den Code (Periode: 1 Woche) integriert wird, sondern nur jeweils über einen kurzen Zeitraum und damit ein nur kurzes Stück des P-Codes.

Vereinfachend wird angenommen, daß während der Integrationszeit die Signalstärke konstant bleibt. Damit kann die Periodizität des Codes (Periode der Länge T_{code})

$$c(t + T_{code}) = c(t) \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (6.3.2-10)$$

ausgenützt werden, um das Korrelationsergebnis als Integral über eine Codeperiode anstelle des Integrationsintervalls anzugeben:

$$\begin{aligned} \bar{y}_* &= ad(t - \tau_0) \int_{t-T_{code}}^t c(t - \tau_0) T'(t - \tau_0) c(t_*) \frac{1}{i} e^{i(\Theta_0 - \Theta)} [1 - e^{-2iax} e^{-2i\Theta_0}] dt \\ &\quad + 2 \frac{1}{T_I} \int_{t-T_I}^t c(t_*) n(t) e^{-i(\alpha x + \Theta)} dt \end{aligned} \quad (6.3.2-11)$$

Dabei wurde die Projektion T' der Pulsfunktion T im betrachteten Integrationszeitraum auf das Intervall einer Codeperiode verwendet:

$$T'(t) = \sum_{i=0}^{\text{int}\left[\frac{T_I}{T_{code}}\right]} T(t + i \cdot T_{code}) \quad (6.3.2-12)$$

Analog zur üblichen Definition der AKF wird hier die Definition einer gewichteten Autokorrelation eingeführt:

$$R_w(T', \tau) = \frac{1}{T_I} \int_{T_{code}} c(t) T'(t) c(t + \tau) dt \quad (6.3.2-13)$$

Damit läßt sich das Korrelationsergebnis wiederum unter Vernachlässigung des hochfrequenten Anteils unter dem Integral wie folgt schreiben:

$$\bar{y}_* = ad(t - \tau_0) R_w(T', \Delta\tau_*) \frac{1}{i} e^{i(\theta_0 - \theta)} + \zeta_* \quad (6.3.2-14)$$

Vergleicht man die Gleichungen (6.3.2-14) und (6.3.2-6), läßt sich ablesen, daß die Signalverfolgung in den Regelkreisen des Empfängers dann ähnlich wie bei einem kontinuierlichen Signal funktioniert, wenn die gewichtete Autokorrelationsfunktion ein ähnliches Aussehen hat wie die übliche AKF.

Unterscheiden sich die Funktionen stark, was insbesondere bei unausgeglichene Pulsschemata (T' enthält Werte größer als 1) der Fall sein kann, so ist der Erwartungswert des Nachregelfehlers nicht mehr proportional zum Nachregelfehler selbst, was zu einer systematischen Verfälschung der Codenachführung (eine Art „Dither“) führen kann (s. 6.3.3). Wesentlich ist dabei das Verhältnis zwischen Korrelationspeak und Nebenpeaks (Teilautokorrelation mit +/- 1 Chip Verschiebung). Für lange Integrationszeiten (relativ zur Chipdauer) ist der Effekt bei einem vernünftigen Pulsschema (und gutem PRN-Code) vernachlässigbar, da die Nebenkorrelationswerte des frühen bzw. späten Signals praktisch gleich Null sind. Für sehr kurze Pulse und kurze Integrationszeiten können sich jedoch Verfälschungen der Codemessung ergeben.

6.3.2.3 Auswirkungen der Pulsform am Beispiel des Codes PRN #115

Die Auswirkungen des Pulsschemas auf die Codemessung läßt sich am Beispiel des Codes PRN #115 verdeutlichen. In Bild 6.3.2-2 ist der gesamte Goldcode #115 (237-Bit Phasenverschiebung von G2 gegenüber G1) in 11 Reihen (11 Pulse) zu je 93 Chips dargestellt.

```
00011100001001100001110001000101101101001001100011001011001001101011011001110111011101010101
0011111001101110111010110110010111000111001011110010101100101111000001011001110101000000110
01101101110111001011101110001100010001111011101000000110001001100011101010000000111110011001
01110000100011000111011001100100100011010111111011011110101110010110000001111010100000
11011110101011011000100100001011001111101110110100110000011010101001110100011011011110011100
0111110001111101000110101001100101110011111100110110001000010101001110110101111011111001
011111000100011110001010100100011101101001100101111100001110011000101101000011100100111100000
010101011010000001001011110010001000000100101100010000100000100000010011100001111011001001100
001100101110101101000110100111110011001001010000011010001010001100010010011011011010000010100
101011001010011110111000010011100111001001100110010011000110100110110110101001000010110001100
00101010011000101110011101000001111101111001111110010110100100001001100011111100100000111011
```

Bild 6.3.2-2: PRN #115: G2-Delay 237, G2-Init 01617 (oktal)

Ein Ausschnitt der vollständigen Autokorrelationsfunktion des Codes ist in Bild 6.3.2-3 dargestellt.

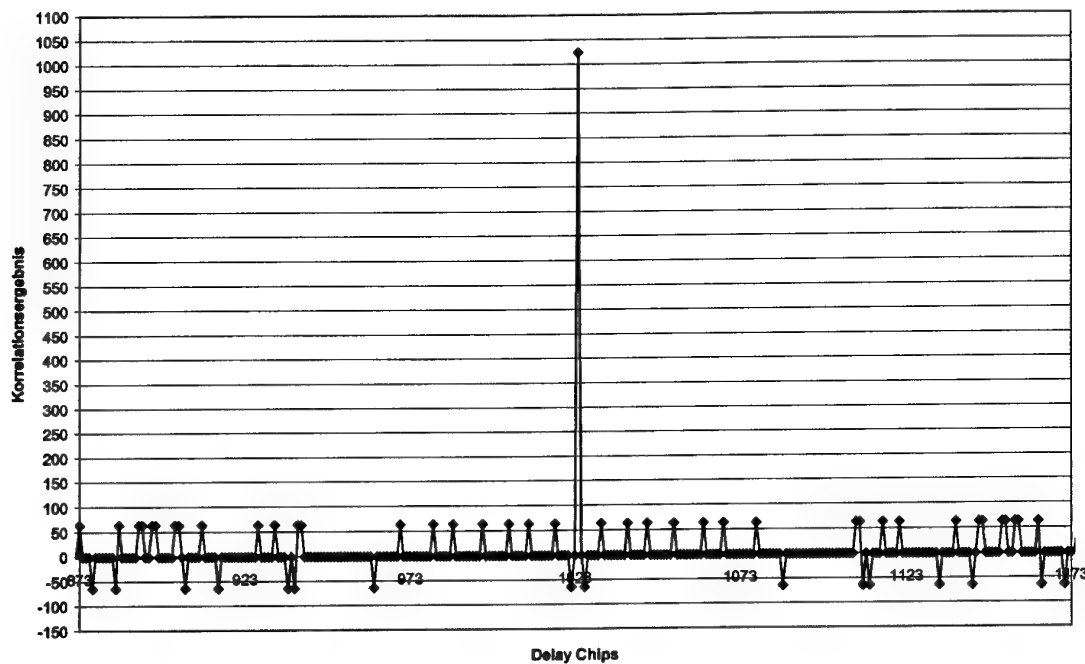


Bild 6.3.2-3: Autokorrelation von PRN #115

Betrachtet man statt der Autokorrelation nur eine Teilautokorrelation des Codes, so ergibt sich ein völlig anderes Bild. Die Teilautokorrelation des PRN#115 mit dem ersten Puls (Chips 1-93) wurde in Bild 6.3.2-4 dargestellt.

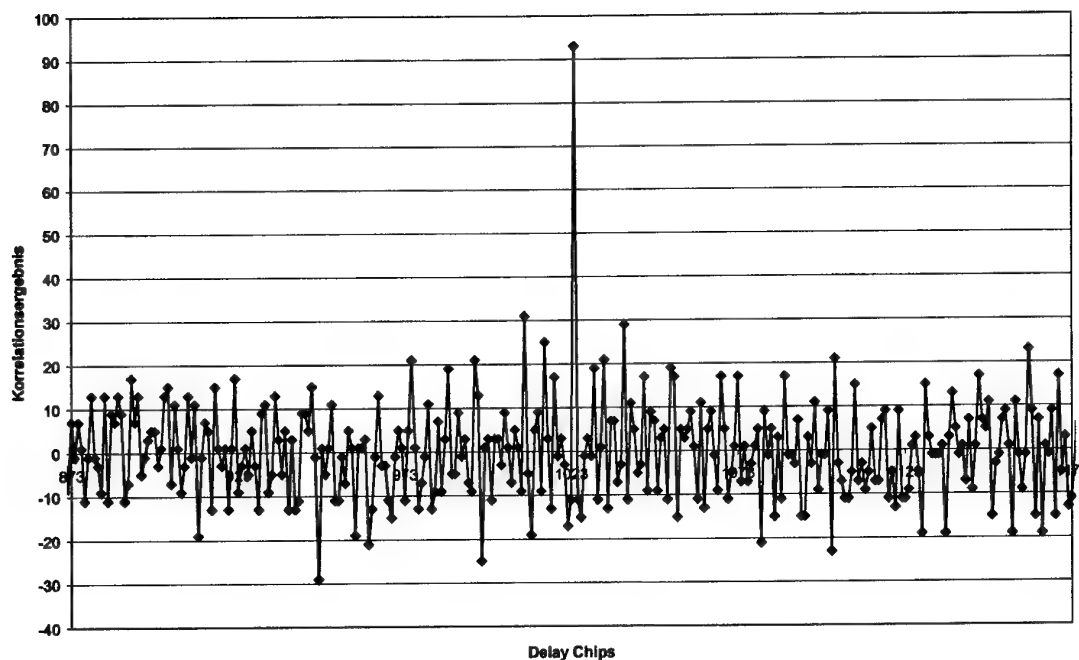


Bild 6.3.2-4: Teilautokorrelation von PRN #115 mit 1/11 Puls bestehend aus den Chips 1-93

Dieses Korrelationsergebnis resultiert beispielsweise aus einem kurzen Integrationszeitraum von nur 1ms (Datenrate: 1kbps) bei einem Pulszyklus von 1/11. Die Integrationszeit entspricht genau

einer Goldcode-Periode, innerhalb der nur die Chips 1-93 ausgesandt wurden. Untersucht man die Teilautokorrelationsfunktionen der anderen 11 Pulse, so erhält man ähnliche Resultate.

Drei wesentliche Unterschiede zur vollständigen Autokorrelationsfunktion eines Goldcodes lassen sich feststellen:

1. Wie man erkennt, liegt das Verhältnis zwischen Hauptpeak und Nebenpeaks bei 30 zu 93 (ca. 32 %). Im Gegensatz dazu erhält man bei vollständiger Autokorrelation ein maximales Verhältnis von 65 zu 1023, also etwa 6.4 %.
2. Es treten nicht nur die vier möglichen Werte 1023, 63, -1, -65 auf, sondern wesentlich mehr Nebenpeaks mit unterschiedlicher Intensität. Dies läßt bereits auf ein unruhigeres Verhalten in den Empfängerregelkreisen schließen.
3. Die Teilautokorrelation des Pulses mit dem generierten Referenzcode ist nicht symmetrisch. Bei einer vollständigen Autokorrelation ist das Korrelationsergebnis symmetrisch (Bild 6.3.2-3). Aufgrund dieser Nichtsymmetrie ergeben sich Auswirkungen auf die Code-Detektoren (s. 6.3.3), die zu Verfälschungen der gemessenen Pseudoentfernungen führen können.

Wird der Integrationszeitraum erhöht (geringere Datenrate), so wird das Hauptpeak-zu-Nebenpeak-Verhältnis verbessert, da die Nebenpeaks statistisch pseudo-zufällig (Code-abhängig) verteilt sind. Wird ein einfaches periodisches Pulsschema verwendet, so können sich in ungünstigen Fällen auch bei längeren Integrationszeiträumen Verfälschungen der Codemessungen ergeben.

6.3.3 Auswirkungen der Nichtsymmetrie einer gewichteten AKF auf die Signalverarbeitung im offenen Regelkreis

Bei ungepulsten Signalen mit kurzen Spreizcodes (GPS C/A) ist die Symmetrie der Autokorrelationsfunktion eine wesentliche Eigenschaft, aufgrund der eine unverfälschte Codemessung durchgeführt wird. In den folgenden Abschnitten wird untersucht, inwiefern die durch das Pulsen des Signals entstehende Nichtsymmetrie der Teilautokorrelation Auswirkungen auf unterschiedliche Empfängertypen hat.

Zunächst wird das komplex dargestellte Signal (6.3.2-14) in seine Real- und Imaginärteile zerlegt:

$$\begin{aligned}\bar{i}_* &= ad(\Delta\tau)R_W(T', \Delta\tau_*)\sin(\Delta\Theta) + \eta_*, \\ \bar{q}_* &= ad(\Delta\tau)R_W(T', \Delta\tau_*)\cos(\Delta\Theta) + \xi_*.\end{aligned}\tag{6.3.3-1}$$

Dabei wurde $\Delta\tau = t - \tau_0$ abkürzend verwendet.

Analog zum Fall eines ungepulsten Signals kann die gewichtete AKF im (für die folgenden Überlegungen ausreichenden) Intervall von $-T_c$ bis $+T_c$ (zwei Code-Chiplängen) über zwei Geradenstücke dargestellt werden:

$$R_w(T', \tau) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{P_-}{P} - 1 \right) \frac{\tau}{T_c} & \text{für } -T_c \leq \tau \leq 0 \\ 1 - \left(1 - \frac{P_+}{P} \right) \frac{\tau}{T_c} & \text{für } 0 < \tau \leq T_c \end{cases} \quad (6.3.3-2)$$

Dabei sind P der maximale Korrelationswert und P_- und P_+ die Kreuzkorrelationswerte des Codes mit dem um einen Chip versetzten gewichteten (Teil-)Code. Die Abhängigkeit von R_w vom Pulsschema spiegelt sich implizit in den Werten P , P_+ und P_- wider. Die Form von R_w läßt sich trotz der Gewichtung des (Teil-)Codes plausibel machen, da die Korrelation für $\tau = 0$ bei nicht negativem T' in jedem Fall ein Maximum annimmt. Es ist jedoch durchaus denkbar, daß in Extremfällen P_- oder P_+ mit P übereinstimmt.

Weiterhin werden abkürzend die Notationen

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{P_+ - P_-}{P} \\ \gamma &= \frac{P_+ + P_-}{P} \end{aligned} \quad (6.3.3-3)$$

verwendet. Gleichung (6.3.3-2) läßt sich umformuliert in Abhängigkeit von „normierter Unsymmetrie“ ε und „normierter Summe der Nebenpeaks“ γ wie folgt darstellen:

$$R_w(T', \Delta\tau) = \begin{cases} 1 + \left(\frac{1}{2}(\varepsilon - \gamma) + 1 \right) \frac{\Delta\tau}{T_c} & \text{für } -T_c \leq \Delta\tau \leq 0 \\ 1 + \left(\frac{1}{2}(\varepsilon + \gamma) - 1 \right) \frac{\Delta\tau}{T_c} & \text{für } 0 < \Delta\tau \leq T_c \end{cases} \quad (6.3.3-4)$$

Für eine vollständige, ungewichtete Autokorrelationsfunktion ist ε aus Symmetriegründen identisch 0. Relativ zur Größe von P ist γ klein (nahe 0), so daß $R_w(T', \Delta\tau)$ in die übliche vereinfachte AKF übergeht. Im Falle von kurzen Pulsen (wenige Codechips) können die Werte von ε und γ größer werden. Durch die dadurch entstehende Nichtsymmetrie liegt die Nullstelle der S-Kurve (frühe minus späte Korrelation) nicht bei $\Delta\tau = 0$, was zu einer Verfälschung der Codemessung führt.

6.3.3.1 Auswirkungen auf den kohärenten E-L Detektor

Die mathematische Form des kohärenten E-L Detektors ergibt sich nach (Eissfeller, 1997) zu:

$$\begin{aligned} S(\Delta\tau) &= \bar{q}_E - \bar{q}_L \\ &= a \cos(\Delta\Theta) [R_w(T', \Delta\tau_E) - R_w(T', \Delta\tau_L)] + \xi_E - \xi_L \end{aligned} \quad (6.3.3-5)$$

wobei das Datenbit als bereits bekannt und im Phasenregelkreis demoduliert vorausgesetzt wurde.

Der Erwartungswert läßt sich nun mit Hilfe der Beziehung (6.3.3-4) berechnen und ergibt sich unter Annahme $-D/2 < \Delta\tau < D/2$ zu:

$$\begin{aligned}
 E\{S(\Delta\tau)\} &= a \cos(\Delta\Theta) E\{R_W(T', \Delta\tau_E) - R_W(T', \Delta\tau_L)\} \\
 &= a \cos(\Delta\Theta) \left[(2-\gamma) \frac{\Delta\tau}{T_c} - \frac{1}{T_c} \varepsilon \frac{D}{2} \right]
 \end{aligned} \quad (6.3.3-6)$$

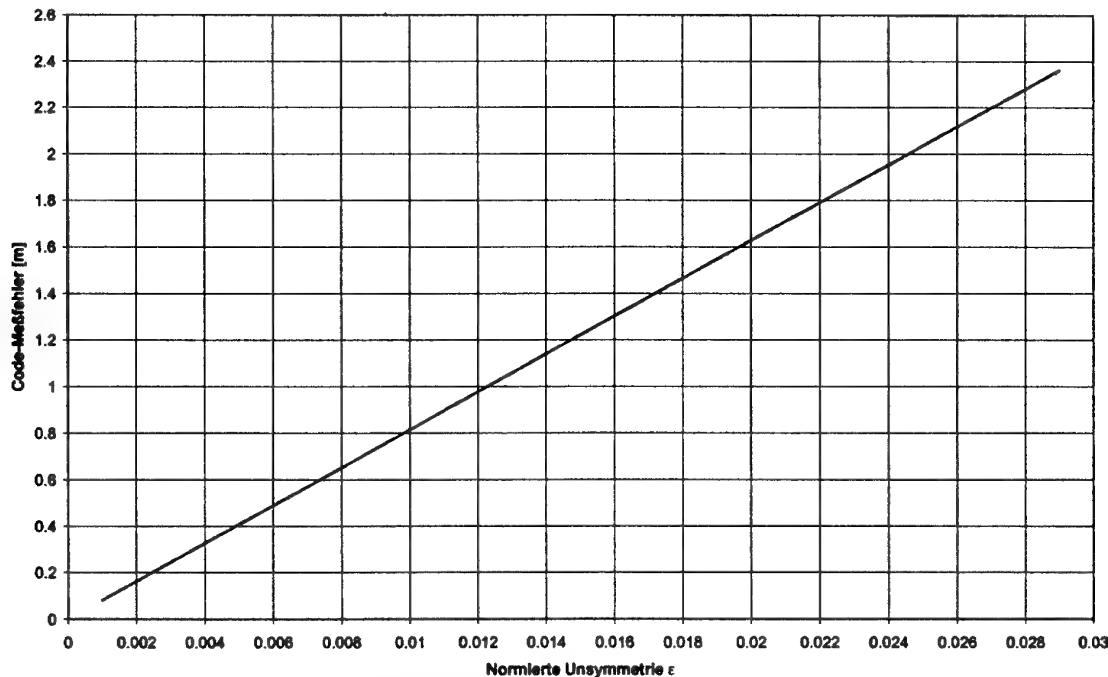
Es läßt sich feststellen, daß der Erwartungswert des kohärenten E-L Detektors nicht proportional zum Nachregelfehler selbst ist, da noch ein inhomogener Term (zweiter Summand in der eckigen Klammer in (6.3.3-6) existiert. Ersichtlich ist auch die Abhängigkeit dieses Terms von Chiplänge, Korrelatorabstand und der „Unsymmetrie“ der beiden Nebenpeaks.

Für die stationäre Lösung der Codemessung $E\{S(\Delta\tau)\} = 0$, findet man:

$$\Delta\tau = \frac{\varepsilon}{2-\gamma} \frac{D}{2} \quad (6.3.3-7)$$

Im Fall einer symmetrischen Teilautokorrelation ist die Nullstelle bei $\Delta\tau = 0$, was einer exakten Codemessung entspricht. Im unsymmetrischen Fall gibt $\Delta\tau$ den Fehler auf der Codemessung in der Einheit Chiplänge an. Multipliziert man mit der Länge eines Codechips cT_c , so erhält man den Meßfehler in Metern.

In den Bildern 6.3.3-1 und 6.3.3-2 ist der Meßfehler der Codemessung des kohärenten E-L Detektors in Abhängigkeit von ε und γ dargestellt.



*Bild 6.3.3-1: Codemeßfehler des kohärenten E-L Detektors
in Abhängigkeit von ε ($D = 1.0$, $\gamma = 0.2$)*

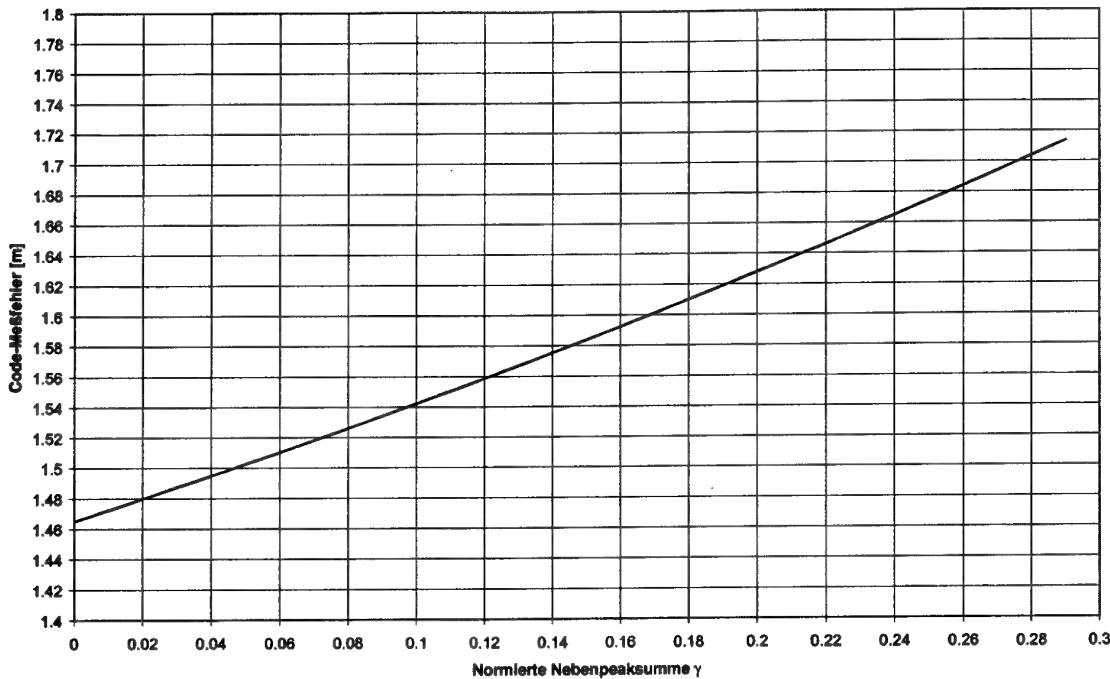


Bild 6.3.3-2: Codemeßfehler des kohärenten E-L-Detektors
in Abhängigkeit von γ ($D = 1.0$, $\varepsilon = 0.02$)

Bei Verwendung eines kleineren Korrelatorabstandes verbessert sich das Meßergebnis proportional. Bei Verwendung eines „Narrow-Correlators“ ($D = 0.1$) beispielsweise sind die Fehler um den Faktor 1/10 kleiner.

6.3.3.2 Auswirkungen auf den nicht-kohärenten E-L Detektor

Die mathematische Form des nicht-kohärenten E-L Detektors ergibt sich nach (Eissfeller, 1997) zu:

$$S(\Delta\tau) = \bar{q}_E^2 + \bar{i}_E^2 - (\bar{q}_L^2 + \bar{i}_L^2) \quad (6.3.3-8)$$

Einsetzen und ausmultiplizieren ergibt bei Beachtung von $d^2 = 1$:

$$\begin{aligned} E\{S(\Delta\tau)\} &= a^2(2-\gamma)\varepsilon\frac{\Delta\tau^2}{T_c^2} \\ &+ a^2\left[\frac{2}{T_c}(2-\gamma) - \frac{D}{T_c^2}(2 + \frac{1}{2}(\varepsilon^2 + \gamma^2) - 2\gamma)\right]\Delta\tau \\ &+ a^2\frac{D}{T_c}\varepsilon\left(\frac{D}{4T_c}(2-\gamma) - 1\right) \end{aligned} \quad (6.3.3-9)$$

Im Fall $\varepsilon = 0$ (vollständige Autokorrelation bzw. symmetrische Teilkorrelation ergibt sich die Proportionalität des Erwartungswertes des nicht-kohärenten E-L Detektors vom Regelfehler $\Delta\tau$.

Ist zusätzlich $\gamma = 0$ (Vernachlässigung geringer Kreuzkorrelationen der Goldcodes), so erhält man für den Erwartungswert des nicht-kohärenten E-L Detektors:

$$E\{S(\Delta\tau)\} = a^2 \frac{2}{T_c} \left(2 - \frac{D}{T_c} \right) \Delta\tau \quad (6.3.3-10)$$

was mit dem Ergebnis aus *Eissfeller (1997)* übereinstimmt.

Im Fall $\epsilon \neq 0$ erkennt man zusätzlich eine quadratische Abhängigkeit vom Regelfehler, sowie einen inhomogenen Anteil.

Wiederum läßt sich aus der Position der Nullstelle in 6.3.3-9 auf den Codemeßfehler schließen.

$$\Delta\tau = \frac{2T_c(2-\gamma) - D(2 + \frac{1}{2}(\epsilon^2 + \gamma^2) - 2\gamma)}{2(2-\gamma)\epsilon} \pm \sqrt{\left(\frac{2T_c(2-\gamma) - D(2 + \frac{1}{2}(\epsilon^2 + \gamma^2) - 2\gamma)}{2(2-\gamma)\epsilon} \right)^2 - \frac{D(\frac{1}{4}D(2+\gamma) - T_c)}{2-\gamma}} \quad (6.3.3-11)$$

In den Bildern 6.3.3-3 und 6.3.3-4 ist die Abhängigkeit des Codemeßfehlers des nicht-kohärenten E-L Detektors von ϵ und γ dargestellt.

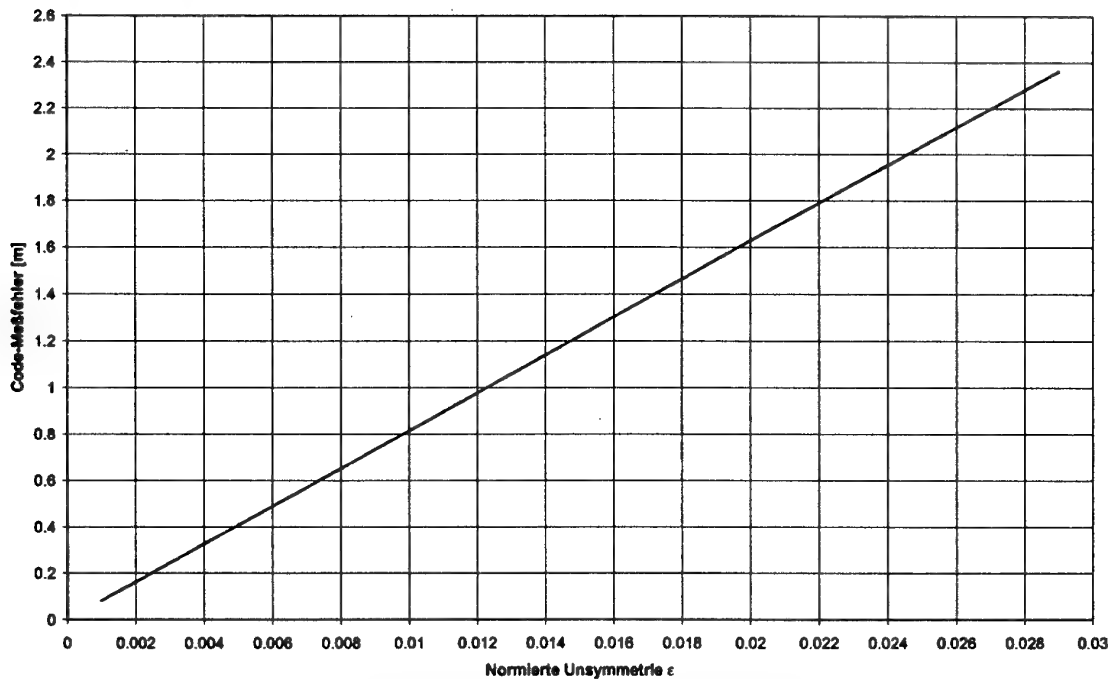


Bild 6.3.3-3: Codemeßfehler des nicht-kohärenten E-L Detektors in Abhängigkeit von ϵ ($D = 1.0$, $\gamma = 0.2$)

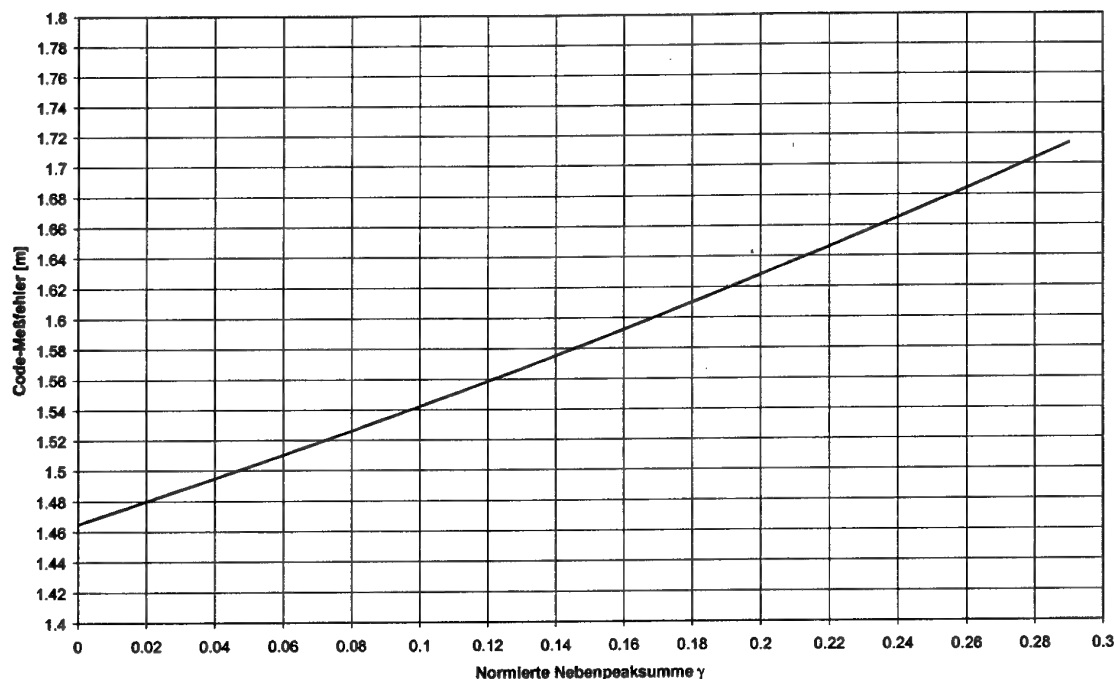


Bild 6.3.3-4: Codemeßfehler des nicht-kohärenten E-L Detektors
in Abhängigkeit von γ ($D = 1.0$, $\varepsilon = 0.02$)

6.3.3.3 Auswirkungen auf den nicht-kohärenten Kreuzprodukt-Detektor

Die mathematische Form des nicht-kohärenten Kreuzprodukt-Detektors ergibt sich nach (Eissfeller, 1997) zu:

$$S(\Delta\tau) = (\bar{i}_E - \bar{i}_L) \bar{i}_P + (\bar{q}_E - \bar{q}_L) \bar{q}_P \quad (6.3.3-12)$$

Der Erwartungswert ergibt sich zu:

$$E\{S(\Delta\tau)\} = a^2 [R_W(T', \Delta\tau_E) - R_W(T', \Delta\tau_L)] R_W(T', \Delta\tau_P) \quad (6.3.3-13)$$

Dies kann unter Beachtung von $d^2 = 1$ und nach geeigneter Fallunterscheidung

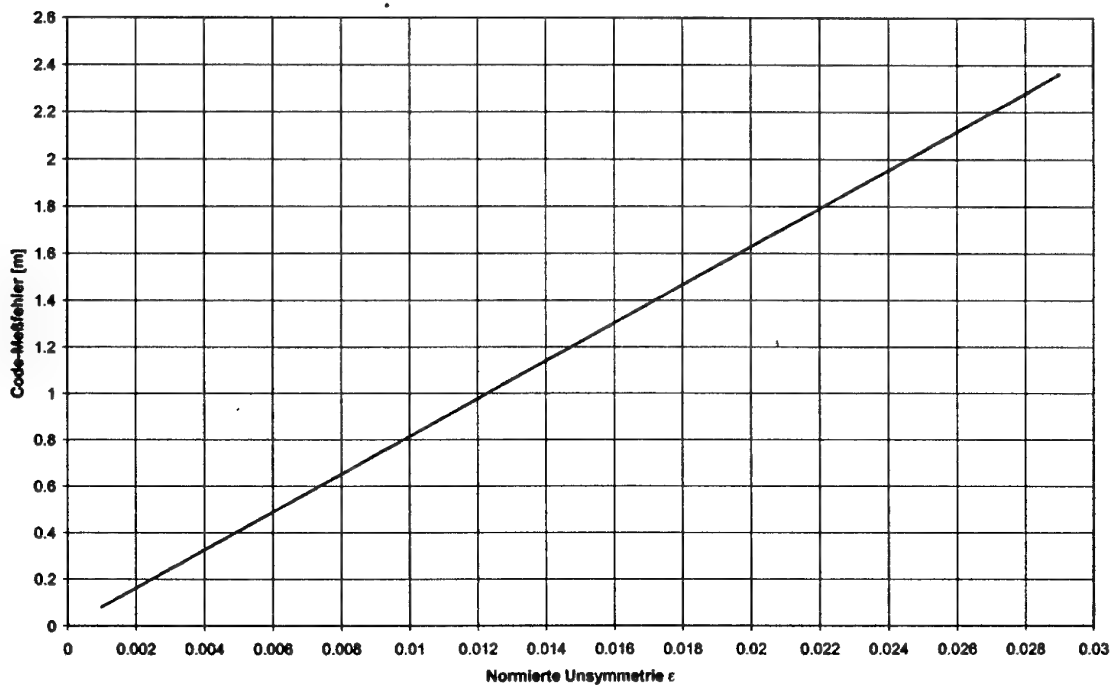
$$u = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}(\varepsilon + \gamma) & \text{für } \Delta\tau \geq 0 \\ -1 - \frac{1}{2}(\varepsilon - \gamma) & \text{für } \Delta\tau < 0 \end{cases} \quad (6.3.3-14)$$

berechnet werden zu:

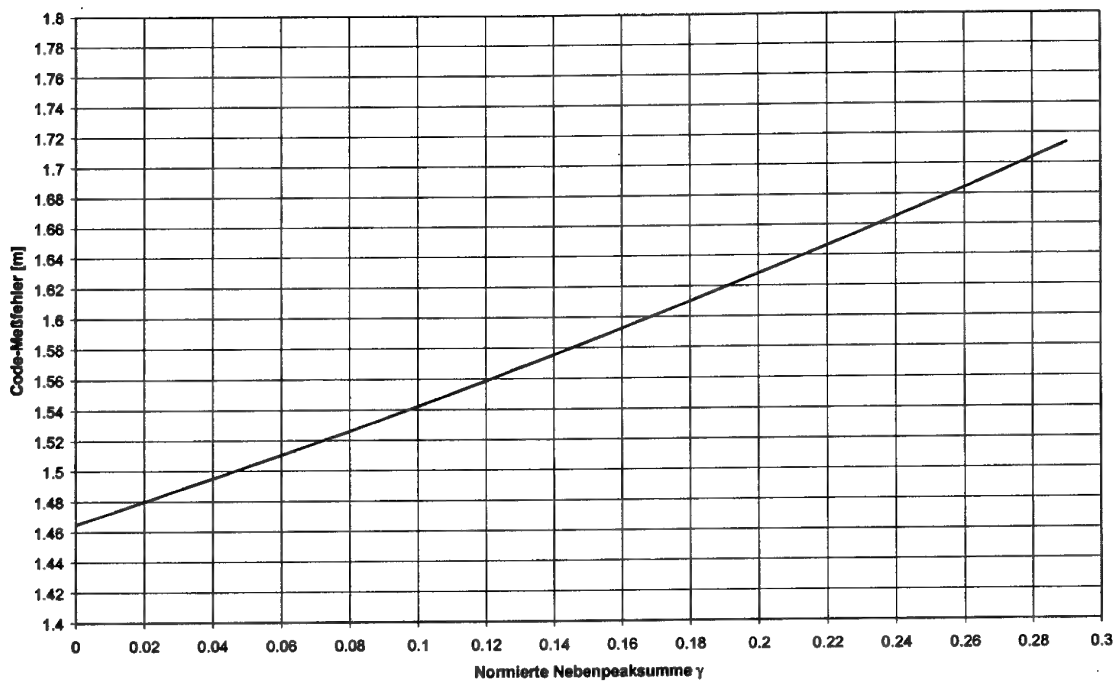
$$\begin{aligned}
 E\{S(\Delta\tau)\} = & -a^2(2-\gamma)u \frac{\Delta\tau^2}{T_c^2} \\
 & + a^2 \left[(2-\gamma) + \frac{\epsilon D}{2 T_c} u \right] \frac{\Delta\tau}{T_c} \\
 & - a^2 \frac{\epsilon D}{2 T_c}
 \end{aligned} \tag{6.3.3-15}$$

Die Nullstelle des Erwartungswertes lässt sich in Abhängigkeit von ϵ und γ schreiben zu

$$\Delta\tau = \frac{T_c}{u} - \frac{\epsilon D}{2-\gamma} \pm \sqrt{\left(\frac{T_c}{u}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon D}{2-\gamma}\right)^2 - \frac{3\epsilon D T_c}{(2-\gamma)u}} \tag{6.3.3-16}$$



*Bild 6.3.3-5: Codemeßfehler des nicht-kohärenten Kreuzprodukt-Detektors
in Abhängigkeit von ϵ ($D = 1.0$, $\gamma = 0.2$)*



*Bild 6.3.3-6: Codemeßfehler des nicht-kohärenten Kreuzprodukt Detektors
in Abhängigkeit von γ ($D = 1.0$, $\epsilon = 0.02$)*

Ein Vergleich der Bilder 6.3.3-1, 6.3.3-3 und 6.3.3-5 bzw. der Bilder 6.3.3-2, 6.3.3-4 und 6.3.3-6 zeigt die Äquivalenz der unterschiedlichen Detektoren. Aus den nahezu identischen Verläufen der Abhängigkeit der Meßfehler von den Parametern ϵ und γ läßt sich schließen, daß die resultierende Codemessung bei identischen Randbedingungen (Integrationszeit, etc.) praktisch unabhängig von der Realisierung der DLL des Empfängers, sondern lediglich abhängig vom verwendeten Pulsschema ist.

Die durch das Pulsschema (genauer: durch die einzelnen Pulse) entstehenden Meßfehler der Coderegelschleife verursachen einen „Dither“ auf der Codemessung. Die Auswirkungen dieses Rauschens bewirkt eine Erhöhung der Varianz der Codemessung. Für den Fall des 1/11-Pulsschemas wie es im Prototyp-PL der Fa. Stanford Telecom realisiert ist, wurde dieses zusätzliche Rauschen exemplarisch (s. 6.3.6) betrachtet.

6.3.3.4 Auswirkungen auf den Costas-Phasendetektor

Durch die Multiplikation des I- und Q-Zweiges des punkthichen Signals, kann der sog. „Costas“-Phasendetektor aufgebaut werden. Das Datenbit wird dabei durch Quadratur eliminiert:

$$\begin{aligned}
 S(\Delta\tau) &= \bar{i}_p \bar{q}_p \\
 &= a^2 R_w^2(T', \Delta\tau_p) \sin(\Delta\Theta) \cos(\Delta\Theta) \\
 &\quad + \eta_p a d(\Delta\tau_p) R_w(T', \Delta\tau_p) \cos(\Delta\Theta) \\
 &\quad + \xi_p a d(\Delta\tau_p) R_w(T', \Delta\tau_p) \sin(\Delta\Theta) \\
 &\quad + \eta_p \xi_p
 \end{aligned} \tag{6.3.3-17}$$

Für den Erwartungswert gilt unter Verwendung des Additionstheorems

$$\sin(\Delta\Theta)\cos(\Delta\Theta) = \frac{1}{2}\sin(2\Delta\Theta) \quad (6.3.3-18)$$

die Beziehung

$$\begin{aligned} E\{S(\Delta\tau)\} &= \frac{1}{2}a^2 R_w^2(T', \Delta\tau_p) \sin(2\Delta\Theta) \\ &= a^2 R_w^2(T', \Delta\tau_p) \Delta\Theta \end{aligned} \quad (6.3.3-19)$$

wobei angenommen wurde, daß der Phasenfehler bereits klein ist, so daß der Sinus nach Entwicklung in eine Taylor-Reihe bis zur ersten Ordnung durch den Winkel selbst ersetzt werden kann.

Es ist erkennbar, daß der Erwartungswert der Costas-Loop unabhängig vom Codemeßfehler direkt proportional zum Phasenfehler ist.

6.3.3.5 Auswirkungen auf den Tangens-Phasendetektor

Das Datenbit kann nicht nur durch Quadratur, sondern auch durch Division beseitigt werden. Die Ausführungen folgen wiederum analog zu den Herleitungen in *Eissfeller (1997)*. Anstelle der Autokorrelationsfunktion $R(\Delta\tau)$ tritt die Teilautokorrelation $R_w(T', \Delta\tau_p)$:

$$\begin{aligned} S(\Delta\tau) &= \frac{\bar{i}_p}{\bar{q}_p} \\ &= \frac{ad(\Delta\tau_p)R_w(T', \Delta\tau_p)\sin(\Delta\Theta) + \eta_p}{ad(\Delta\tau_p)R_w(T', \Delta\tau_p)\cos(\Delta\Theta) + \xi_p} \\ &= \tan(\Delta\Theta) \frac{1 + \frac{\eta_p}{ad(\Delta\tau_p)R_w(T', \Delta\tau_p)}}{1 + \frac{\xi_p}{ad(\Delta\tau_p)R_w(T', \Delta\tau_p)}} \end{aligned} \quad (6.3.3-20)$$

Um den Erwartungswert von (6.3.3-20) bilden zu können, wird der Nenner zunächst bis zu Gliedern zweiter Ordnung in eine Reihe $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots$ entwickelt. Man erhält so zunächst:

$$\begin{aligned} S(\Delta\tau) &= \tan(\Delta\Theta) + \frac{\eta_p}{ad(\Delta\tau)R_w(T', \Delta\tau_p)\cos(\Delta\Theta)} \\ &\quad - \frac{\xi_p \tan(\Delta\Theta)}{ad(\Delta\tau)R_w(T', \Delta\tau_p)\cos(\Delta\Theta)} - \frac{\eta_p \xi_p}{(ad(\Delta\tau)R_w(T', \Delta\tau_p)\cos(\Delta\Theta))^2} \\ &\quad + \frac{\xi_p^2 \tan(\Delta\Theta)}{(ad(\Delta\tau)R_w(T', \Delta\tau_p)\cos(\Delta\Theta))^2} + \frac{\eta_p \xi_p^2}{(ad(\Delta\tau)R_w(T', \Delta\tau_p)\cos(\Delta\Theta))^3} \end{aligned} \quad (6.3.3-21)$$

Wendet man nun den Erwartungswert-Operator an, so erhält man unter der Annahme der Unkorreliertheit der Rauschterme und mit $E(\xi_p \xi_p) = 1$ die Gleichung

$$E\{S(\Delta\tau)\} = \tan(\Delta\Theta) \left(1 + \frac{1}{(aR_w(T', \Delta\tau_p) \cos(\Delta\Theta))^2} \right) \quad (6.3.3-22)$$

Auch hier zeigt sich die Proportionalität des Erwartungswertes von Regelfehler selbst.

6.3.4 Auswirkungen der Nichtsymmetrie einer gewichteten AKF auf die Signalverarbeitung im geschlossenen Regelkreis

Im letzten Unterabschnitt 6.3.3 wurden die Auswirkungen eines gepulsten Signals auf die Signalverarbeitung im offenen Regelkreis, d.h. auf die Code- und Phasendetektoren analysiert. Nun stellt sich die Frage, welche Auswirkungen hat ein gepulstes Signal auf den geschlossenen Regelkreis. Die Untersuchungen hier lehnen sich wiederum an die Vorgehensweise in *Eissfeller (1997)* an. Dabei wird von der Laplace-Transformation Gebrauch gemacht. Da die Phasendetektoren nicht von der Nichtsymmetrie der gewichteten Autokorrelationsfunktionen beeinträchtigt werden, genügt es, den geschlossenen Regelkreis eines DLL (und später eines phasengestützten DLL) zu untersuchen.

Bild 6.3.4-1 zeigt einen einfachen Code-Regelkreis. Als Eingangsgröße wurde die verfälschte Codemessung $X_0(p) + D(p)$ angeschrieben.

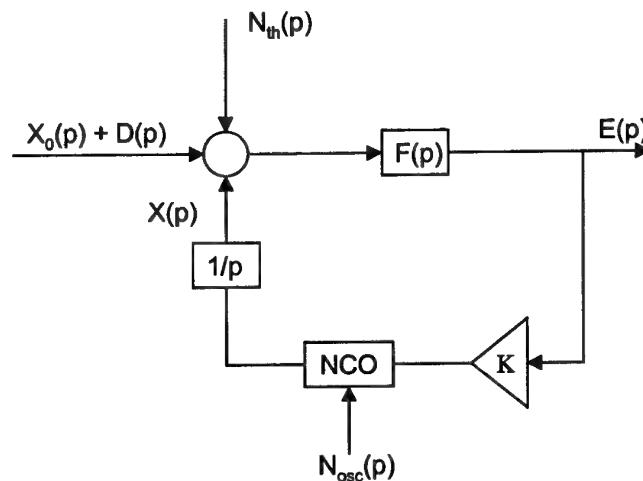


Bild 6.3.4-1: Modell für einen Coderegelkreis im Bildbereich der Laplace-Transformation

Die Größen in Bild 6.3.4-1 sind:

p	Laplace-Variable,
$X_0(p)$	unverfälschte Eingangsgröße,
$D(p)$	Verfälschung aufgrund der gewichteten AKF,
$X(p)$	Zustandsgröße,
$F(p)$	Regelkreisfilter,
$E(p)$	Regelabweichung,
K	Verstärkungsfaktor,
NCO	numerisch kontrollierter Oszillator,
1/p	Integrator,

$N_{th}(p)$ thermisches Rauschen,
 $N_{osc}(p)$ Oszillatorrauschen.

Die Größe $X_0(p)$ stellt die geometrische Distanz zwischen Empfänger und Satellit dar. Im GPS-Empfänger wird der NCO auf Frequenzebene proportional zur Regelabweichung gesteuert. Da die Code-Detektoren verfälschte Ergebnisse liefern (s. Gleichungen (6.3.3-6), (6.3.3-9) sowie (6.3.3-15)), wurde die Störgröße $D(p)$ in den Regelkreis (Bild 6.3.4-1) eingeführt. Der Empfänger regelt die Frequenz des NCO proportional zur Regelabweichung bezüglich der verfälschten Distanz $X_0(p) + D(p)$.

Aus Bild 6.3.4-1 lassen sich die folgenden Beziehungen ablesen:

$$E(p) = X_0(p) + D(p) - X(p) \quad (6.3.4-1)$$

$$X(p) = \frac{KF(p)}{p} E(p) \quad (6.3.4-2)$$

$$E(p) = \frac{p}{p + KF(p)} [X_0(p) + D(p)] \quad (6.3.4-3)$$

$$X(p) = \frac{KF(p)}{p + KF(p)} [X_0(p) + D(p)] = H(p) [X_0(p) + D(p)] \quad (6.3.4-4)$$

wobei $H(p)$ die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises darstellt.

In Tabelle 6.3.4-1 sind die Übertragungsfunktionen der Filter verschiedener Ordnung zusammen mit ihren Rauschbandbreiten angegeben.

Benennung	Regelkreisfilter $KF(p)$	Übertragungsfunktion des Geschlossenen Regelkreises $H(p)$	Rauschbandbreite BL
Filter 1. Ordnung	K	$\frac{K}{p+K}$	$\frac{K}{4}$
Filter 2. Ordnung	$K \left(1 + \frac{\alpha}{p}\right)$	$\frac{K(p+\alpha)}{p^2 + Kp + \alpha K}$	$\frac{K+\alpha}{4}$
Filter 3. Ordnung	$K \left(1 + \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{p^2}\right)$	$\frac{K(p^2 + \alpha p + \beta)}{p^3 + Kp^2 + \alpha Kp + \beta K}$	$\frac{K(\alpha K + \alpha^2 - \beta)}{4(\alpha K - \beta)}$

Tabelle 6.3.4-1: Regelkreisfilter, Übertragungsfunktionen und Rauschbandbreiten verschiedener Ordnung (nach Eissfeller, 1997)

Das dynamische Verhalten des Filters läßt sich untersuchen, indem die Eingangsgröße $x_0(p) + d(p)$ als Summe ihrer Ableitungen dargestellt wird:

$$x_0(t) + d(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (x_0^{(n)} + d^{(n)}) t^n \quad (6.3.4-5)$$

oder im Bildbereich:

$$L\{x_0(t) + d(t)\} = X_0(p) + D(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x_0^{(n)} + d^{(n)})}{p^{n+1}} \quad (6.3.4-6)$$

Für die Regelabweichungen der einzelnen Filter gilt mit Tabelle 6.3.4-1:

Filter 1. Ordnung:

$$E(p) = \frac{p}{p + K} (X_0(p) + D(p)) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x_0^{(n)} + d^{(n)})}{p^{n+1}} \quad (6.3.4-7)$$

Für den stationären Regelfehler $e(\infty)$ gilt:

$$e(\infty) = \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p) = \frac{1}{K} (\dot{x}_0 + \int \ddot{x}_0 dt + \iint \ddot{x}_0 dt dt' + \dots + \dot{d} + \int \ddot{d} dt + \iint \ddot{d} dt dt' + \dots) \quad (6.3.4-8)$$

Geht man davon aus, daß die Verfälschung der Codemessung zum gegebenen Zeitpunkt konstant ist (etwa zwischen zwei PL-Pulsen), so findet man, daß der stationäre Regelfehler wie im Fall eines kontinuierlichen Signals proportional zur 1. Zeitableitung der Strecke ist.

Filter 2. Ordnung

$$E(p) = \frac{p^2}{p^2 + Kp + K\alpha} (X_0(p) + D(p)) = \frac{p^2}{p^2 + Kp + K\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x_0^{(n)} + d^{(n)})}{p^{n+1}} \quad (6.3.4-9)$$

Für den stationären Regelfehler $e(\infty)$ gilt:

$$e(\infty) = \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p) = \frac{1}{K\alpha} (\ddot{x}_0 + \int \ddot{x}_0 dt + \dots + \ddot{d} + \int \ddot{d} dt + \dots) \quad (6.3.4-10)$$

Der stationäre Regelfehler ist hier proportional zur 2. Zeitableitung der Strecke, wenn man annimmt, daß die zweite und alle höheren Ableitungen der Codeverfälschung verschwinden.

Filter 3. Ordnung

$$E(p) = \frac{p^3}{p^3 + Kp^2 + K\alpha p + K\beta} (X_0(p) + D(p)) = \frac{p^3}{p^3 + Kp^2 + K\alpha p + K\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x_0^{(n)} + d^{(n)})}{p^{n+1}} \quad (6.3.4-11)$$

Für den stationären Regelfehler $e(\infty)$ gilt:

$$e(\infty) = \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p) = \frac{1}{K\beta} (\ddot{x}_0 \dots + \ddot{d} + \dots) \quad (6.3.4-12)$$

Der stationäre Regelfehler ist hier proportional zur 3. Zeitableitung der Strecke (und Verfälschung).

6.3.5 Auswirkungen der Nichtsymmetrie einer gewichteten AKF auf die Signalverarbeitung im phasengestützten DLL

Heutige GPS-Empfänger benutzen nur einen DLL geringer Bandbreite (z.B. etwa 1 Hz) um das thermische Rauschen zu Minimieren. Diese enge Bandbreite reicht nicht aus, um dem DLL das nötige Dynamikverhalten zu geben. Daher wird der DLL durch einen PLL höherer Ordnung und größerer Bandbreite (z. B. 15 Hz) gestützt. Typisch ist ein DLL 1. Ordnung gestützt von einem PLL 2. oder 3. Ordnung.

Nach 6.3.4 erhalten wir für einen DLL 1. Ordnung die Formel:

$$pX(p) = 4B_L [X_0(p) + D(p) - X(p)] \quad (6.3.5-1)$$

sowie für einen PLL 2. Ordnung die Formel:

$$p\Xi(p) = \frac{2\xi\omega_L p^2 + \omega_L^2 p}{p^2 + 2\xi\omega_L p + \omega_L^2} \Xi_0(p) \quad (6.3.5-2)$$

Die bisher nicht erklärten Größen sind dabei:

B_L Rauschbandbreite des DLL,

ω_L Eigenfrequenz des PLL.

Normalerweise wird vorausgesetzt, daß in der Trägerphase die gleiche geometrische Information steckt wie in der Codemessung. Daher genügt es, im Coderegelkreis die Differenz zwischen Code und Phase nachzuführen, indem die Phasenänderung über eine Konstante K gewichtet in den Regelkreis eingeführt wird:

$$pX(p) - Kp\Xi(p) = 4B_L [X_0(p) + D(p) - X(p)] \quad (6.3.5-3)$$

Im Fall einer unverfälschten Codemessung verschwindet der Term $D(p)$. Nach *Eissfeller (1997)* ist der Regelfehler im phasengestützten DLL dann nur noch von der Zeitableitung dritter Ordnung der Strecke zwischen Satellit und Empfänger abhängig.

Mit Formel (6.3.5-2) erhält man hier jedoch explizit:

$$X(p) = \frac{4B_L X_0(p) + Kp\Xi(p)}{4B_L + p} + \frac{4B_L D(p)}{4B_L + p} \quad (6.3.5-4)$$

und mit

$$\Xi_0(p) = 2\pi f X_0(p) \pm 2\pi \frac{n}{p} \quad (6.3.5-5)$$

schließlich

$$X(p) = \frac{p^2(4B_L + 4K\pi f \xi \omega_L) + p(8\xi B_L \omega_L + 2K\omega_L^2 \pi f) + 4B_L \omega_L^2}{(p + 4B_L)(p^2 + 2\xi \omega_L p + \omega_L^2)} X_0(p) + \frac{4B_L}{4B_L + p} D(p) \quad (6.3.5-6)$$

Für die Regelabweichung $E(p)$ gilt nun:

$$\begin{aligned} E(p) &= X_0(p) - X(p) = \\ &= \frac{p^3 + p^2 2\xi \omega_L (1 - 2\pi f K) + p \omega_L^2 (1 - 2\pi f K)}{(p + 4B_L)(p^2 + 2\xi \omega_L p + \omega_L^2)} X_0(p) - \frac{4B_L}{4B_L + p} D(p) \end{aligned} \quad (6.3.5-7)$$

6.3.6 Zusammenfassung (Varianz der Codemessung durch Pulsen)

Bei festgelegtem Pulsschema kann aus den jeweiligen Unsymmetrien und Nebenpeaksummen sowie den Häufigkeiten der Einzelpulse im Pulsschema der mittlere Fehler sowie eine empirische Varianz für die Codemessung angegeben werden. Diese zusätzliche Varianz entsteht allein durch das Pulsschema und die entsprechenden Meßfehler ergeben sich zusätzlich zu den üblichen Meßfehlern der Empfängerregelkreise.

Eine solche Untersuchung wurde am Beispiel des Pulsschemas, welches im Prototyp-PL der Fa. Stanford Telecom realisiert ist, durchgeführt.

Das relativ einfache Pulsschema des Prototyp-PLs besteht darin, innerhalb jedes GPS-Goldcode-Intervalls (1 ms Dauer) einen Puls der Länge 93 Chips (1/11 der gesamten Goldcode-Länge) zu senden. Dazu wird der Code in 11 Pulse unterteilt (s. Bild 6.3.2-2). In aufeinanderfolgenden Millisekunden-Intervallen werden auch aufeinanderfolgende Pulse gesendet, so daß der Goldcode innerhalb von 20 ms einmal vollständig ausgestrahlt wird. Nach Senden des elften Pulses wird zyklisch mit dem ersten Puls fortgesetzt.

Puls	P	PP ₋	PP ₊	P _ε	P _γ	ε	γ
1	93	-11	-11	0	-22	0	-0.2366
2	93	-5	-3	2	-8	0.0215	-0.0860
3	93	11	9	-2	20	-0.0215	0.2151
4	93	7	7	0	14	0	0.1505
5	93	-7	-5	2	-12	0.0215	-0.1290
6	93	3	1	-2	4	-0.0215	0.0430
7	93	7	9	2	16	0.0215	0.1720
8	93	5	5	0	10	0	0.1075
9	93	-11	-13	-2	-24	-0.0215	-0.2581
10	93	-11	-9	2	-20	0.0215	-0.2151
11	93	11	9	-2	20	-0.0215	0.2151

Tabelle 6.3.6-1: Unsymmetrien und Nebenpeaksummen für die elf Pulse bei einer Integrationszeit von 1 ms (Integration nur über einzelne Pulse)

In Tabelle 6.3.6-1 sind die sich ergebenden Unsymmetrien und bei einer extrem kurzen Integrationszeit von 1 ms zusammengestellt. Mit diesen Werten ergeben sich nach den Gleichungen (6.3.3-7), (6.3.3-11) und (6.3.3-16) die in Tabelle 6.3.6-2 gezeigten Fehler für die einzelnen Detektortypen.

Puls	ε	γ	$T_c \Delta \tau$ koh. E-L [m]	$T_c \Delta \tau$ nicht-koh. E-L [m]	$T_c \Delta \tau$ nicht-koh. Kreuzprodukt [m]
1	0.0000	-0.2366	0.000	0.000	0.000
2	0.0215	-0.0860	1.510	1.510	1.530
3	-0.0215	0.2151	-1.765	-1.765	-1.788
4	0.0000	0.1505	0.000	0.000	0.000
5	0.0215	-0.1290	1.479	1.479	1.499
6	-0.0215	0.0430	-1.609	-1.609	-1.631
7	0.0215	0.1720	1.723	1.723	1.746
8	0.0000	0.1075	0.000	0.000	0.000
9	-0.0215	-0.2581	-1.395	-1.395	-1.414
10	0.0215	-0.2151	1.422	1.422	1.441
11	-0.0215	0.2151	-1.765	-1.765	-1.788

Tabelle 6.3.6-2: Meßfehler der verschiedenen Detektortypen je Puls (Integrationszeit 1 ms)

Da bei dem betrachteten Pulsschema alle Pulse (Nr.1 bis Nr.11) gleich häufig gesendet werden, kann das Mittel und die empirische Varianz der Meßfehler leicht berechnet werden. Das Resultat zeigt Tabelle 6.3.6-3.

Detektortyp	Fehlermittel [m]	Varianz [m ²]	Sigma [m]
koh. E-L	-0.036	1.837	1.355
nicht-koh. E-L	-0.036	1.837	1.355
nicht-koh. Kreuzprodukt	-0.037	1.887	1.374

Tabelle 6.3.6-3: Mittel, empirische Varianz und Standardabweichung der Meßfehler für Tabelle 6.3.6-2 (Integrationszeit 1 ms)

Für die Praxis hat nur die erste Zeile in Tabelle 6.3.6-3 eine Auswirkung, da die Integrationszeit eines kohärenten E-L-Detektors durch die Datenbitdauer nach oben begrenzt wird. Bei einer Datenrate von 1000 bps (d.h. ein Bit pro Puls) kann eine Integration nur über jeweils eine Millisekunde (ein Puls) erfolgen. Bei nicht-kohärenten Empfängern spielt die Länge des Datenbits keine Rolle.

Eine zu lange Integrationszeit wirkt sich bei hoher Systemdynamik negativ aus, da der resultierende Meßwert kein Instantanwert sondern ein integrierter Wert ist. Daher wird heute üblicherweise eine Integrationszeit von 20 ms genutzt, was der Datenrate von 50 bps (z.B. bei GPS) entspricht.

Die beiden folgenden Tabellen 6.3.6-4 und 6.3.6-5 zeigen das Fehlerverhalten für eine weit unkritischere Integrationszeit von 20 ms.

Puls	ε	γ	$T_c \Delta \tau$ koh. E-L [m]	$T_c \Delta \tau$ nicht-koh. E-L [m]	$T_c \Delta \tau$ nicht-koh. Kreuzprodukt [m]
1	0.0000	-0.0118	0.000	0.000	0.000

2	0.0011	-0.0043	0.079	0.079	0.079
3	-0.0011	0.0108	-0.079	-0.079	-0.079
4	0.0000	0.0075	0.000	0.000	0.000
5	0.0011	-0.0065	0.078	0.078	0.079
6	-0.0011	0.0022	-0.079	-0.079	-0.079
7	0.0011	0.0086	0.079	0.079	0.079
8	0.0000	0.0054	0.000	0.000	0.000
9	-0.0011	-0.0129	-0.078	-0.078	-0.078
10	0.0011	-0.0108	0.078	0.078	0.078
11	-0.0011	0.0108	-0.079	-0.079	-0.079

Tabelle 6.3.6-4: Meßfehler der verschiedenen Detektortypen je Puls (Integrationszeit 20 ms)

Detektortyp	Fehlermittel [m]	Varianz [m ²]	Sigma [m]
koh. E-L	+0.000	0.005	0.067
nicht-koh. E-L	+0.000	0.005	0.067
nicht-koh. Kreuzprodukt	+0.000	0.005	0.067

Tabelle 6.3.6-5: Mittel, empirische Varianz und Standardabweichung der Meßfehler für Tabelle 6.3.6-4 (Integrationszeit 20 ms)

Schließlich sind hier noch die Tabellen 6.3.6-6 und 6.3.6-7 für eine Integrationszeit von 4 ms angegeben, was einer Datenrate von 250 bps entspricht.

Puls	ε	γ	$T_e \Delta \tau$ koh. E-L [m]	$T_e \Delta \tau$ nicht-koh. E-L [m]	$T_e \Delta \tau$ nicht-koh. Kreuzprodukt [m]
1	0.0000	-0.0592	0.000	0.000	0.000
2	0.0054	-0.0215	0.390	0.390	0.391
3	-0.0054	0.0538	-0.405	-0.405	-0.406
4	0.0000	0.0376	0.000	0.000	0.000
5	0.0054	-0.0323	0.387	0.387	0.389
6	-0.0054	0.0107	-0.396	-0.396	-0.397
7	0.0054	0.0430	0.402	0.402	0.404
8	0.0000	0.0269	0.000	0.000	0.000
9	-0.0054	-0.0645	-0.381	-0.381	-0.383
10	0.0054	-0.0538	0.383	0.383	0.385
11	-0.0054	0.0538	-0.405	-0.405	-0.406

Tabelle 6.3.6-6: Meßfehler der verschiedenen Detektortypen je Puls (Integrationszeit 4 ms)

Detektortyp	Fehlermittel [m]	Varianz [m ²]	Sigma [m]
koh. E-L	-0.002	0.113	0.336
nicht-koh. E-L	-0.002	0.113	0.336
nicht-koh. Kreuzprodukt	-0.002	0.114	0.337

Tabelle 6.3.6-7: Mittel, empirische Varianz und Standardabweichung der Meßfehler für Tabelle 6.3.6-6 (Integrationszeit 4 ms)

Für das hier untersuchte Pulsschema kann zusammenfassend gesagt werden, daß die im Empfänger durch Pulsen entstehenden zusätzlichen Fehler bei einer Integrationszeit von 20 ms gegenüber herkömmlichem Rauschen vernachlässigbar sind. Betrachtet man jedoch den Fall einer höheren Datenrate, so zeigt sich, daß die Fehler eine nennenswerte Größenordnung (s. Tabellen 6.3.6-3 oder 6.3.6-7) erreichen können.

Eine schnelle Datenübertragung, wie sie beispielsweise für DGPS-Korrekturdaten benötigt wird, kann also nicht sinnvoll über einen PL-Datenlink realisiert werden.

7 Ausgewählte Tests und Ergebnisse

In diesem Kapitel sind einige Tests und Ergebnisse beschrieben, welche mit dem innerhalb dieser Arbeit entwickelten Navigationssystem durchgeführt wurden. Das Hauptaugenmerk liegt darin, die hohen erreichbaren Genauigkeiten des Systems aufzuzeigen. Des weiteren dienen Beispiele für unterschiedliche Auswertemethoden und die Einbeziehung von GLONASS und Pseudolites in die Positionierung dem Nachweis der flexiblen Verwendbarkeit. Schließlich werden einige Untersuchungen zum Vergleich der Mehrdeutigkeitssuchen gegeben.

7.1 Verifikation des hochpräzisen Navigationssystems

Ein wichtiger Punkt bei der Entwicklung eines hochpräzisen Navigationssystems ist die Erfolgskontrolle, d.h. die Verifikation des Systems. Anhand verschiedener durchgeführter Tests soll die Genauigkeit des Systems sowohl in statischen wie auch in kinematischen Fällen aufgezeigt werden.

Da im kinematischen Fall der Filteralgorithmus wesentlich instabiler arbeitet als im statischen Fall, kann ein Vergleich beider Auswertemethoden am Beispiel eines statischen Datensatzes geführt werden, indem das Navigationssystem je einmal statisch und kinematisch konfiguriert wird. Im statischen Fall sind die zu schätzenden Positionskomponenten des Nutzers zeitlich konstant. Daher muß im Filter keine zeitliche Aufdatierung der Positionskomponenten erfolgen. Im kinematischen Fall ist eine solche Aufdatierung erforderlich, was bei unbekannter Dynamik zu einem Informationsverlust im Filter führt. Daher arbeitet der Positionierungsfiler im statischen Fall signifikant stabiler als im kinematischen Fall.

Eine Verifikation des Systems kann weiterhin erfolgen, indem die Reproduzierbarkeit einer Lösung im statischen Fall anhand unterschiedlicher Datensätze getestet wird. Hier wurde ein statischer Datensatz als Beispiel herausgegriffen und der Positionierungsfiler während der Prozessierung mehrmals initialisiert. Die durchwegs identische Fixierung der Mehrdeutigkeiten zeigt die Korrektheit der Lösung.

Im kinematischen Fall ist es weit schwieriger, eine hochpräzise Positionierung nachzuweisen. Ein hier dargestelltes Beispiel zeigt einen kinematischen Flugdatensatz, der mit zwei verschiedenen Referenzstationen ausgewertet wurde. Anhand der Lösungsvarianz ist die erreichte Genauigkeit abschätzbar.

7.1.1 Statischer Test, statische und kinematische Auswertung

Ein Vergleich einer statischen und kinematischen Auswertung eines statischen Datensatzes wurde innerhalb von PL-Tests am 9. Juni 1998 anhand einer Basislinie der Länge von etwa 364 m durchgeführt. Die Lösung ist in Bild 7.1.1-1 dargestellt.

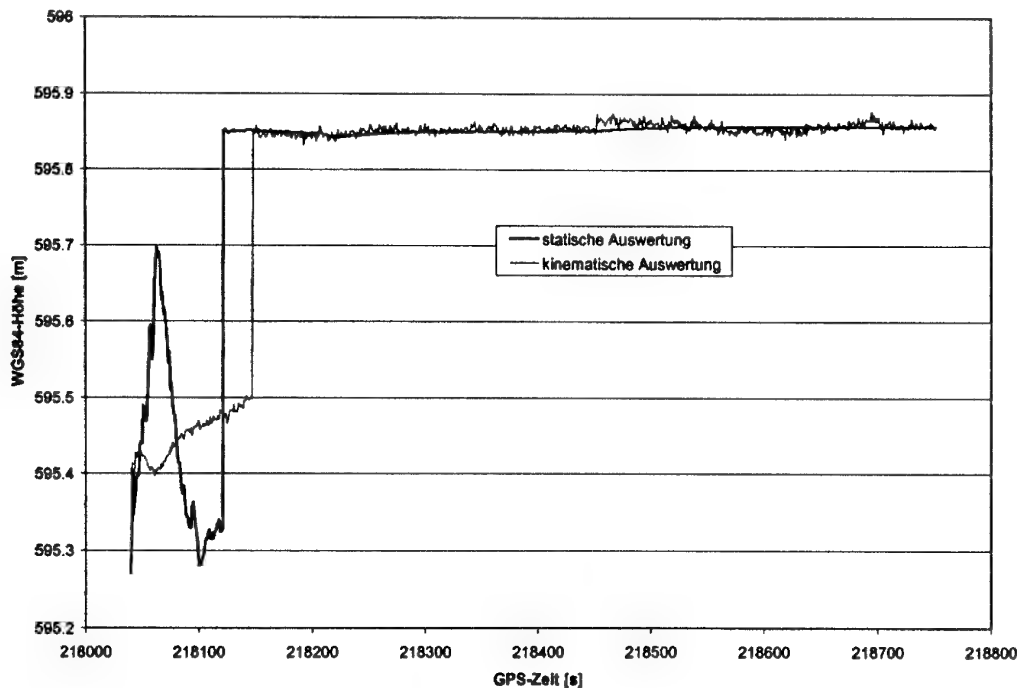


Bild 7.1.1-1: Statische und kinematische Auswertung eines statischen Datensatzes im Vergleich (WGS-84-Höhe über Zeit)

Der Verlauf der statischen Lösung zeigt das Schwingen des Filters bis zur Epoche 218122.0 der Mehrdeutigkeitsfixierung. Ab diesem Zeitpunkt erhält man eine nahezu konstante Lösung mit leichten Variationen im Bereich weniger Millimeter.

Die kinematische Lösung zeigt anfangs ebenfalls deutliche Ungenauigkeiten. Der über die Geschwindigkeit (aus Dreifach-Phasendifferenzen) gestützte Filter führt zu einer driftenden Lösung, die sich der korrekten Position nähert. Sobald auch hier die Mehrdeutigkeiten fixiert sind (Epoche 218148.0), unterscheiden sich beide Lösungen nur um wenige Zentimeter. Jedoch führt die höhere Unsicherheit im Positionierungsfiler zu einem weit rauheren Verlauf der Lösung. Diese rauhere Lösung kommt durch die wesentlich größere Anzahl an Unbekannten im Filter (zusätzlich zu den Mehrdeutigkeiten drei Positionskomponenten pro Epoche anstelle von den Mehrdeutigkeiten und insgesamt nur drei Positionskomponenten im statischen Fall) zustande, ist also gewissermaßen der Preis für das Unwissen über die Bewegung des Nutzers.

7.1.2 Statische Tests, Reproduzierbarkeit der Lösung

Eine einfache Möglichkeit, um die Genauigkeit des Positionierungssystems im statischen Fall abzuschätzen, ist, verschiedene Datensätze für die selbe Basislinie aufzunehmen und auszuwerten. Anhand der Varianz des Ergebnisses läßt sich eine Genauigkeitsaussage treffen.

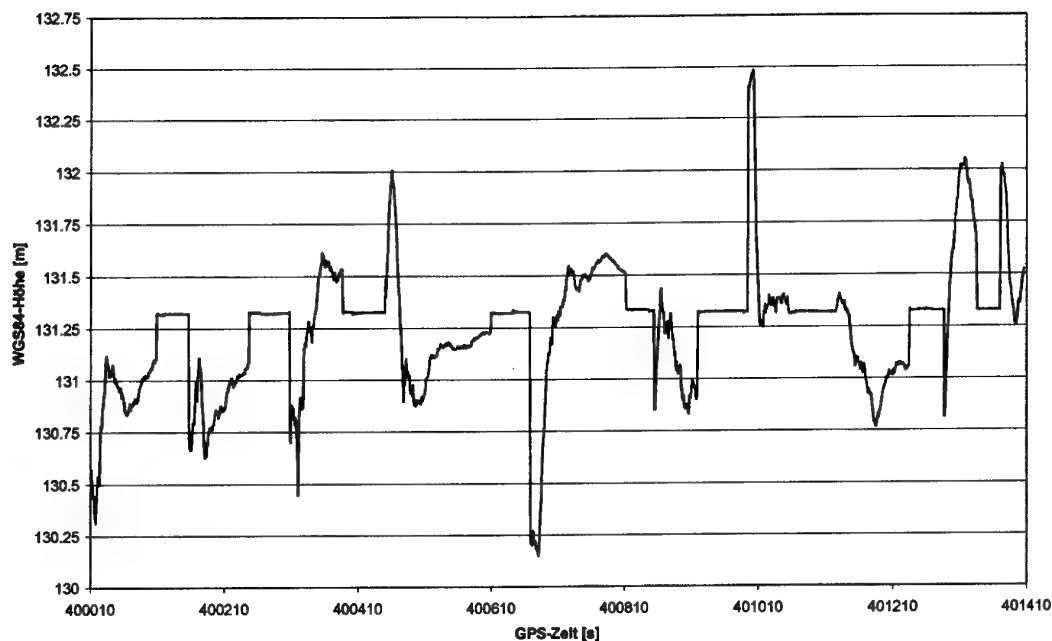


Bild 7.1.2-1: Statische Positionierung mit mehrmaliger Initialisierung des Filters

Eine alternative, dazu äquivalente Methode ist, in einem Datensatz den Positionierungsfiler mehrmals zu initialisieren, um zu sehen, ob die Fixierung der Mehrdeutigkeiten auf denselben Punkt geschieht oder nicht.

In Bild 7.1.2-1 ist eine Auswertung eines statischen Datensatzes gezeigt, bei dem der Positionierungsfiler mehrmals (per manueller Tastatureingabe) neu initialisiert wurde. Dargestellt ist als Beispielskomponente der Nutzerposition die bei GPS kritische Positionskomponente, nämlich die WGS-84-Höhe über der GPS-Zeit. Deutlich zu sehen ist die Genauigkeit, die durch die Float-Lösung erreicht wird (normalerweise etwa 1 bis 2 m), wenn das System die Trägerphasenmehrdeutigkeiten nicht fixiert hat.

Weiterhin deutlich erkennbar sind Bereiche, in denen das System eine nahezu identische WGS-84-Höhe (Variationen im Millimeterbereich bis wenige Zentimeter) ausgibt. In diesen Bereichen konnten die Mehrdeutigkeiten mit genügender Sicherheit fixiert werden. Es kann festgestellt werden, daß die WGS-84-Höhe in allen fixierten Bereichen (nahezu) exakt denselben Wert aufweist, was auf eine mehrmalige identische Fixierung der Mehrdeutigkeiten schließen läßt.

Die durch die Fixierung erreichte Genauigkeit liegt im Zentimeterbereich. In Bild 7.1.2-2 ist die vom Navigationssystem ausgegebene Präzision der Höhenangabe (3σ) dargestellt.

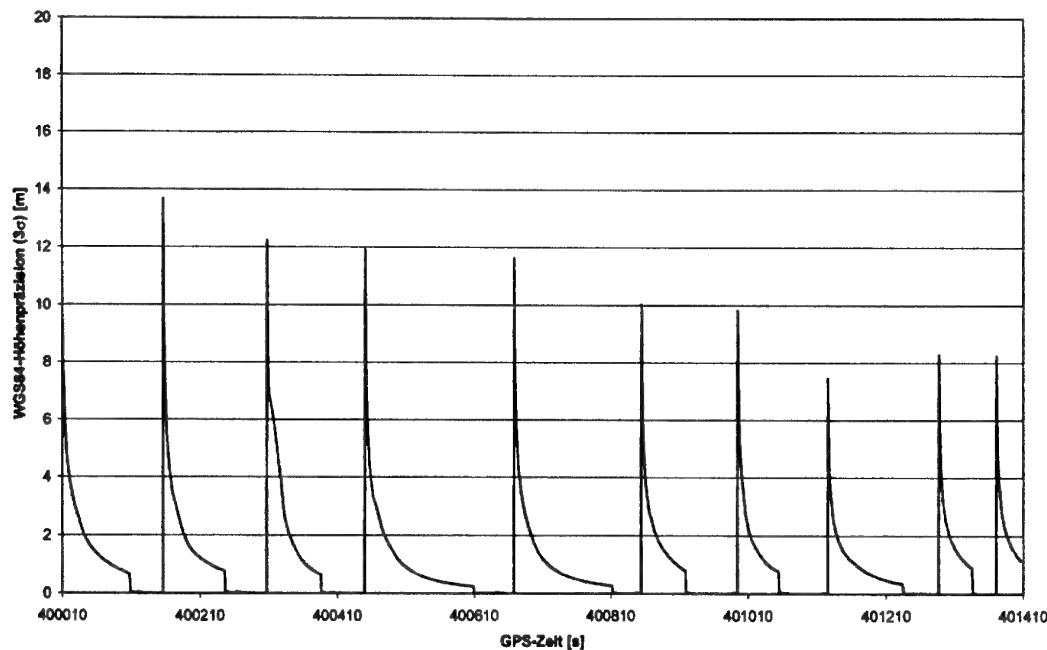


Bild 7.1.2-2: WGS-84-Höhenpräzision (3σ) über GPS-Zeit mit mehrmaliger Initialisierung

Die in Bild 7.1.2-2 erkennbaren Spitzenwerte der Präzision werden durch die Initialisierung des Kalman-Filters verursacht. Man erkennt, wie der Filter die Systemgenauigkeit stetig verbessert, bis ein Sprung auf eine extrem niedrige Präzision stattfindet. Dieser Sprung ist auf eine Fixierung der Mehrdeutigkeiten zurückzuführen. Vergleicht man die Bilder 7.1.2-1 und 7.1.2-2, so erkennt man, daß nach Fixierung der Mehrdeutigkeiten jeweils die identische WGS-84-Höhe ausgegeben wird.

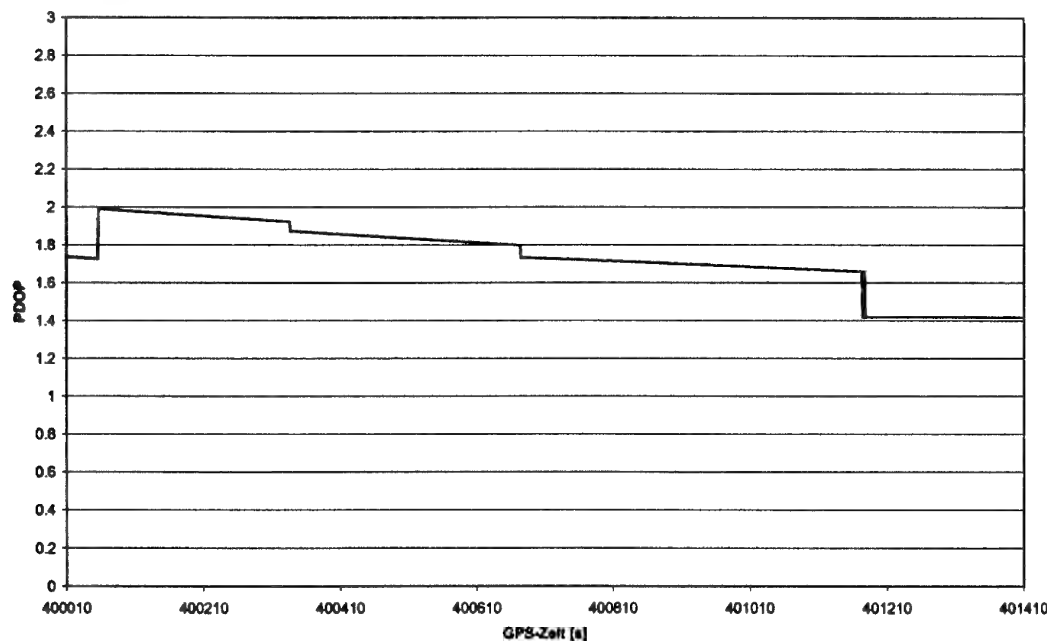


Bild 7.1.2-3: PDOP über GPS-Zeit

In Bild 7.1.2-3 ist der zum Test gehörige PDOP dargestellt. Man erkennt, daß der PDOP beständig unter zwei liegt, was einer sehr guten Satellitengeometrie entspricht.

7.1.3 Kinematische Tests, Verifikation durch Verwendung zweier Referenzstationen

Die Verifikation des in dieser Arbeit entwickelten Navigationssystems in kinematischen Fällen kann auf mehrere Arten geschehen. Eine Möglichkeit besteht darin, eine differentielle Positionierung anhand mehrerer Referenzstationen zu rechnen.

Im folgenden Beispiel wurde ein Flug mit zwei verschiedenen Referenzstationen ausgewertet. Die Referenzstationen befanden sich in Bonn und Koblenz. Für die Auswertung wurden Zweifrequenzdaten der Landesvermessungsämter in Bonn und Koblenz (jeweils aufgezeichnet mit Trimble 4000 SSI Empfängern) verwendet, während im Flugzeug ein Trimble 4000 SSE Empfänger verwendet wurde. Der Abstand der Station Koblenz zum Nutzer variierte im betrachteten Zeitintervall zwischen etwa 26 und 135 km. Für die Station Bonn variierte er zwischen 44 und 64 km.

In Bild 7.1.3-1 ist das Ergebnis der Höhenauswertung zu sehen. Der Verlauf ist für beide Referenzstationen nahezu identisch. Die Unterschiede in der berechneten Höhe liegen im Zentimeterbereich und sind in Bild 7.1.3-2 nochmals dargestellt.

Läßt man das Einschwingen des Positionierungsfilters in den ersten vier bis fünf Minuten außer acht, so erkennt man einen mehr oder weniger konstanten Offset der Höhen von etwa 6 bis 7 cm mit Variationen im Bereich weniger Zentimeter.

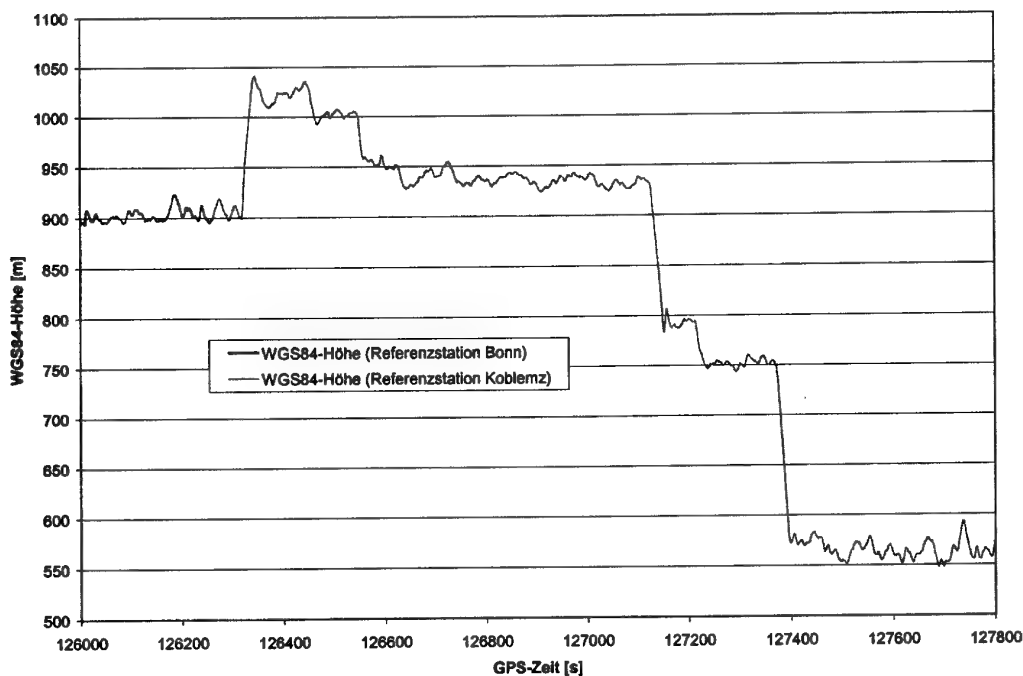


Bild 7.1.3-1: Anhand der beiden Referenzstationen berechnete WGS-84-Höhe des Nutzers

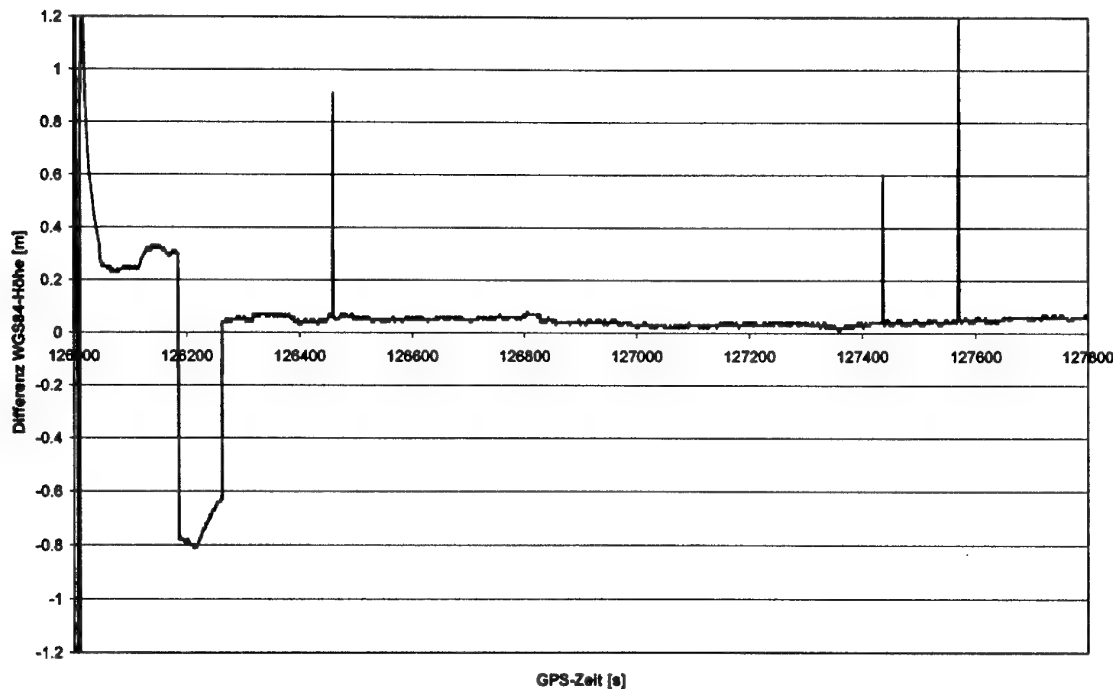


Bild 7.1.3-2: Differenz der berechneten WGS-84-Höhen aus verschiedenen Referenzstationen

In Bild 7.1.3-2 sind zwei deutliche Sprünge um die Epochen 126186 und 126263 zu sehen. Diese beiden Sprünge entstehen durch die jeweiligen Mehrdeutigkeitsfixierung in den beiden Auswertungen. Nachdem die Mehrdeutigkeiten in beiden Fällen fixiert wurden, ergeben sich Höhendifferenzen von wenigen Zentimetern. Der konstant scheinende Bias von etwa 6 bis 7 Zentimetern könnte durch Spannungen zwischen den Koordinaten der beiden Referenzstationen verursacht werden.

7.1.4 Echtzeitfähigkeit des Systems

Eine dritte Stufe der Verifikation des Navigationssystems ist der Nachweis der Echtzeitfunktionalität. Eine Definition des Begriffes Echtzeit ist nicht ohne weiteres möglich, da sowohl der Datentransfer vom GPS-Empfänger zur Prozessiereinheit sowie die eigentliche Prozessierung nur mit zeitlicher Verzögerung möglich ist. Eine Positionsbestimmung kann also nur mit einer entsprechenden Verspätung (z.B. im Bereich einer halben Sekunde) erfolgen, oder es muß eine (ungenauere) Prädiktion der Position vorgenommen werden. Da die Dynamik eines Flugzeuges relativ hoch ist, können sich bei einer Extrapolation der Position signifikante Positionsfehler einschleichen.

Des weiteren können die hohen Genauigkeiten des Systems nur erreicht werden, wenn Daten des mobilen Nutzers sowie dazu synchronisierte Daten einer Referenzstation vorliegen. Dies setzt einen funktionsfähigen Datenlink mit genügender Datenrate voraus. Durch den Datenlink entstehen nicht nur zusätzliche Latenzzeiten, sondern auch zusätzliche Fehlerquellen. Die übertragenen Daten müssen durch Paritäts- oder CRC- („Cyclic Redundancy“) Checks geprüft werden. Bei Auftreten von Fehlern sollten die Informationen soweit wie möglich genutzt werden.

Die übermittelten Daten können dabei aufgenommene Rohdaten oder Korrekturen sein. Übermittelte Rohdaten und Korrekturdaten können als äquivalent zueinander betrachtet werden, da

aus den Rohdaten der Referenzstation bei Kenntnis ihrer Position die Korrekturdaten oder umgekehrt aus den Korrekturdaten die entsprechenden (Pseudo-) Rohdaten generiert werden können.

Dennoch kann die Anwendung dieser Daten auf unterschiedliche Art geschehen:

1. Die Rohdaten der Referenzstation können direkt verwendet werden, was eine zeitliche Verspätung der Positionsbestimmung zur Folge hat. Eine Trägerphasenfixierung ist in diesem Fall möglich. Gegebenenfalls kann anschließend eine Prädiktion gerechnet werden, um eine Schätzung für die Momentanposition (zum Zeitpunkt der abgeschlossenen Berechnungen) zu erhalten.
2. Die Korrekturdaten können in Form eines Entfernungs-Offsets und einer zeitlichen Änderung (Korrekturdrift) eventuell auch zusätzlich einer Driftrate angewendet werden. Anhand der Drift (und Driftrate) werden die Korrekturen extrapoliert, und eine (zur letzten Meßepoche des Nutzers) aktuelle Position kann berechnet werden. In einer solchen Anwendung der Korrekturen ist eine Phasenfixierung, bedingt durch Latenzzeiten, nicht möglich. Auch hier kann eine weitere Positionsprädiktion angeschlossen werden, um eine Schätzung der Momentanposition zu erhalten.

Um die Position auf den Zeitpunkt der abgeschlossenen Berechnungen zu extrapolieren, muß die Zeitspanne zwischen dem Zeitpunkt der Gültigkeit der berechneten Position (GPS-Epoche nach Empfängerzeit) und dem Zeitpunkt der abgeschlossenen Berechnungen geschätzt werden. Aus der zuletzt berechneten mittleren Geschwindigkeit kann dann die Echtzeitposition errechnet werden.

Eine Schätzung der unbekannten Zeitspanne kann über eine Zeitmessung aus der letzten Meßepoche gewonnen werden. Während der Endzeitpunkt der Zeitspanne leicht von der Software festgestellt werden kann, ist die Bestimmung des Anfangszeitpunkts identisch mit einer möglichst genauen Synchronisation auf Empfängerzeit. Praktisch alle GPS-Empfänger bieten daher eine PPS- („pulse per second“) Schnittstelle, die externen Geräten die Synchronisation auf GPS-Zeit ermöglichen.

Eine Verifikation dieser Ansätze ist nicht einfach möglich. Prinzipiell könnten unabhängige externe Sensoren verwendet werden, um die berechneten Echtzeitpositionen zu verifizieren. Allerdings sind bekannte Sensoren wie Lasertracker oder Radar zu ungenau, um eine hochgenaue DGPS-Position zu verifizieren. Allein photogrammetrische Techniken bieten die notwendigen Genauigkeiten hierfür.

7.2 Testergebnisse zur GLONASS-Integration

Wie bereits im Kapitel 5 beschrieben sind bei der Integration von GPS und GLONASS die unterschiedlichen Referenzrahmen ein wesentliches Problem für absolute Positionierung. Für die differentielle Positionierung spielen die (geringen) Unterschiede der Referenzrahmen ein nur sekundäres Problem. Das Hauptproblem bei der Verwendung von GLONASS liegt in der Schwierigkeit, den Ganzzahligkeitscharakter der Mehrdeutigkeiten bei doppelten Differenzen über eine Mehrdeutigkeitssuche auszunützen. Um diesen Ganzzahligkeitscharakter zu erhalten, kann ein gemischtes GPS/GLONASS-Modell implementiert werden, das für den GPS-Teil doppelte Differenzen, für den GLONASS-Teil jedoch einfache Differenzen verwendet.

Im folgenden wurde je ein statischer Datensatz und ein kinematischer Datensatz ausgewertet und die Ergebnisse dargestellt.

7.2.1 Statischer Test

Ein statischer Test wurde am 4. Okt. 1996 am Gelände der Universität der Bundeswehr München mit zwei Ashtech GG24-Empfängern durchgeführt. Ein Empfänger wurde als Referenzstation an einem genau vermessenen WGS-84-Punkt (Meßpfeiler 6 des Instituts) aufgestellt, der andere Empfänger wurde statisch in einem Abstand von etwa 445 m davon auf dem Flugfeld postiert. Etwa eine halbe Stunde lang wurden Daten aufgezeichnet. Über den Meßzeitraum waren je 7 GPS- und 7 GLONASS-Satelliten sichtbar.

In Bild 7.2.1-1 sind die Ergebnisse aus drei verschiedenen Auswertungen dargestellt. Die Auswertung zeigt, daß die Genauigkeit der GPS-Lösung innerhalb der ersten zehn Minuten etwas besser ist, als die der GLONASS-Lösung. Nach dem Einschwingen des Positionsfilters liegen beide Lösungen nur wenige Zentimeter auseinander. Die kombinierte Lösung ist durch die größere Anzahl an Beobachtungen stabiler als die Einzellösungen.

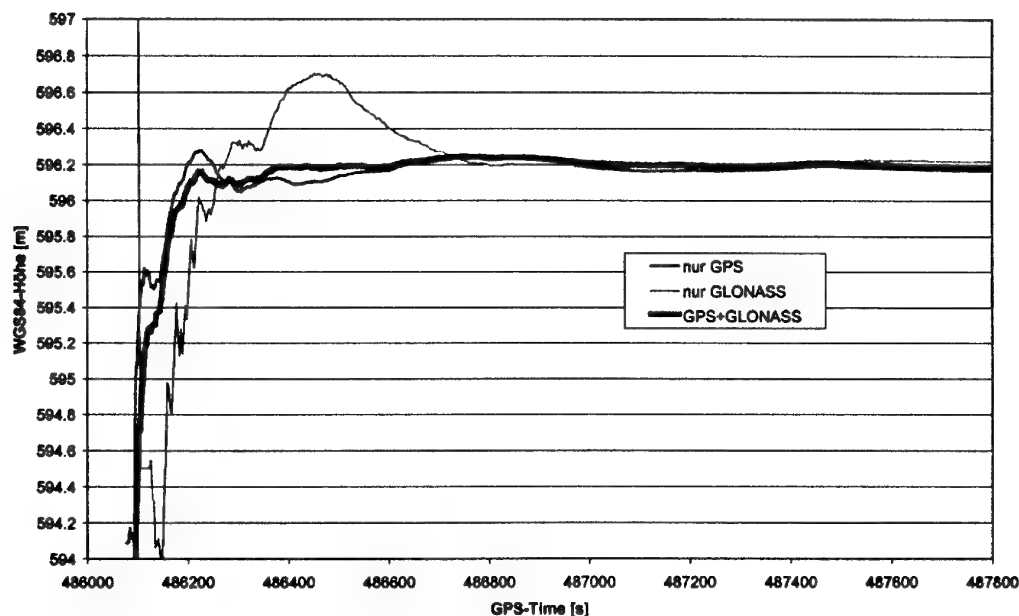


Bild 7.2.1-1: Vergleich dreier Auswertungen (GPS, GLONASS, GPS+GLONASS)

Eine Fixierung der Mehrdeutigkeiten war in der kombinierten GPS/GLONASS-Auswertung bedingt durch das hohe Rauschen der Code- und Phasenmessungen nicht möglich. Dennoch läßt sich erkennen, daß in allen drei Fällen Zentimetergenauigkeiten erreicht werden.

7.2.2 Kinematischer Test

Als Beispiel einer gemeinsamen GPS und GLONASS Auswertung wurde eine PKW-Testfahrt vom 30. Jan. 1997 zwischen Neubiberg und Ingolstadt gewählt. Die GPS/GLONASS Daten

wurden von zwei Ashtech-GG24-Empfängern aufgezeichnet. Als Referenzstation der Testfahrt diente der Meßpfeiler 6 am Institut für Erdmessung und Navigation. Die Teststrecke verlief vom Institut für Erdmessung und Navigation zunächst nach Süden durch Ottobrunn, dann auf den äußeren Autobahnring Münchens, die Autobahn A9 Richtung Nürnberg entlang nach Ingolstadt und wieder zurück, wobei die Rückfahrt durch die Innenstadt Münchens (Schwabing) erfolgte.

In den Bildern 7.2.2-1 und 7.2.2-2 sind die Höhenprofile (WGS-84-Höhe über WGS-84-Breite/Länge) der Testfahrt bei reiner GPS-Auswertung bzw. bei GPS/GLONASS-Auswertung dargestellt.

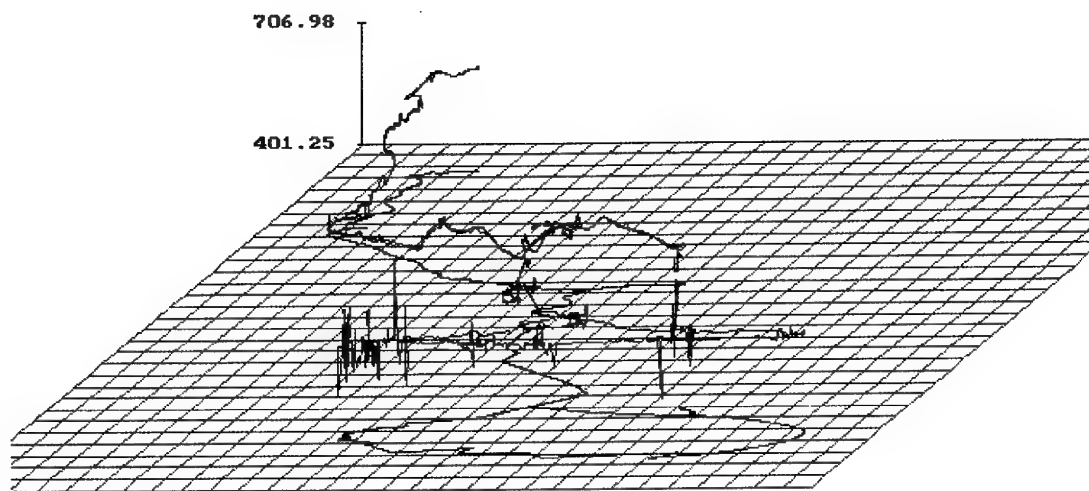


Bild 7.2.2-1: Höhenprofil in [m] der Testfahrt nach Ingolstadt bei reiner GPS-Auswertung

Deutlich zu sehen ist die südliche Schleife, die durch den äußeren Autobahnring Münchens im Osten sowie die Strecke durch die Münchner Innenstadt (Schwabing) westlich gebildet wird.

Man erkennt die häufigen Ausfälle der Satellitensignale vor allem im bebautem Gebiet der Münchner Innenstadt. Die höhere Anzahl von sichtbaren Satelliten macht die gemeinsame GPS/GLONASS-Auswertung weit robuster als die reine GPS-Auswertung, bei der aufgrund häufiger (auch längerer) Satellitenausfälle grobe Positionsungenauigkeiten auftreten. Dies ist vor allem im Bereich der Münchner Innenstadt (Schwabing, linker Teil der Münchenschleife) in den Bildern 7.2.2-1 und 7.2.2-2 zu erkennen.

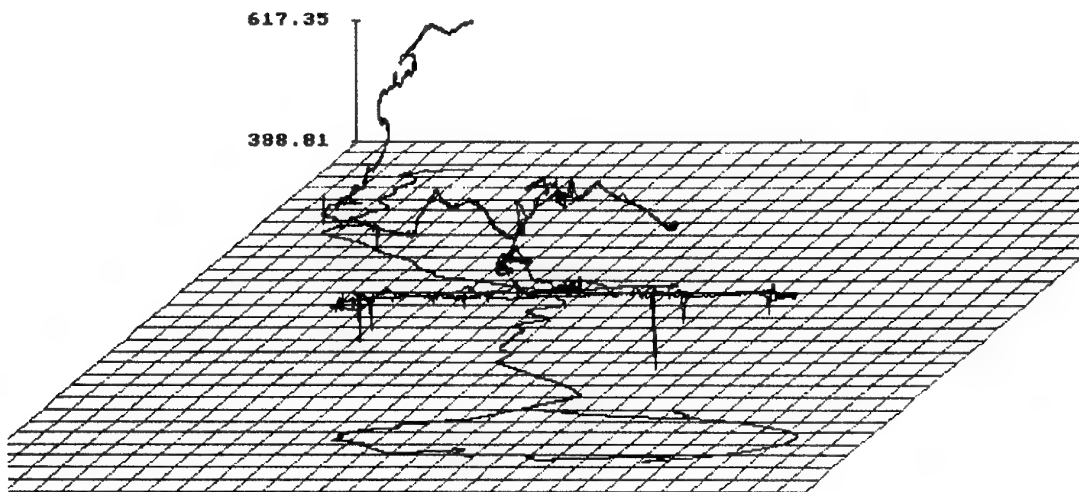


Bild 7.2.2-2: Höhenprofil in [m] der Testfahrt nach Ingolstadt bei kombinierter GPS/GLONASS Auswertung.

In Bild 7.2.2-3 ist der Höhenverlauf der Testfahrt über GPS-Zeit dargestellt. Auch hier sind die groben Ungenauigkeiten vor allem im letzten Teil der Testfahrt zu erkennen.

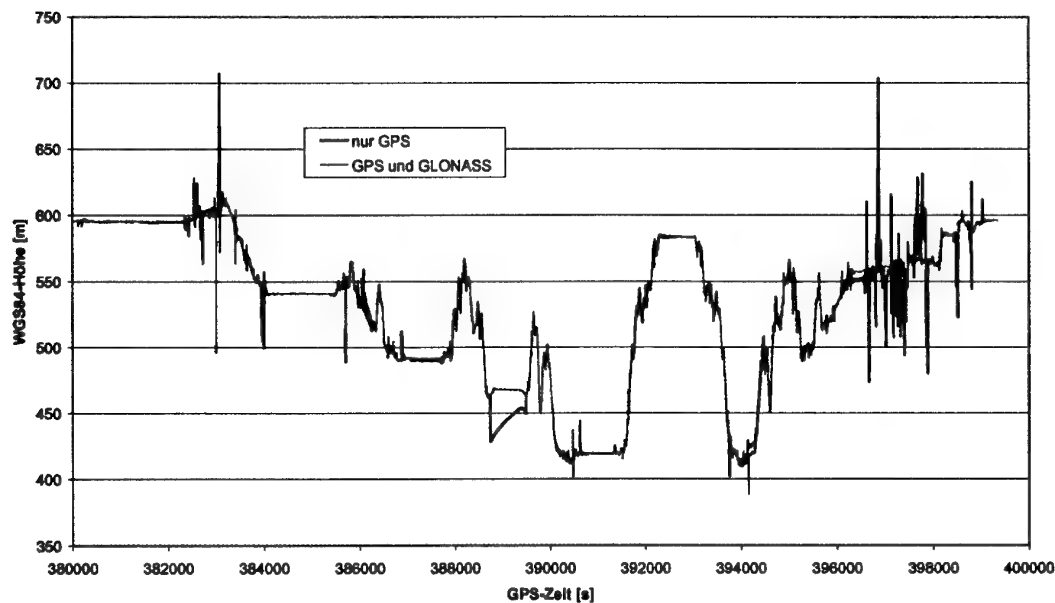


Bild 7.2.2-3: Höhenverlauf der Testfahrt über GPS-Zeit

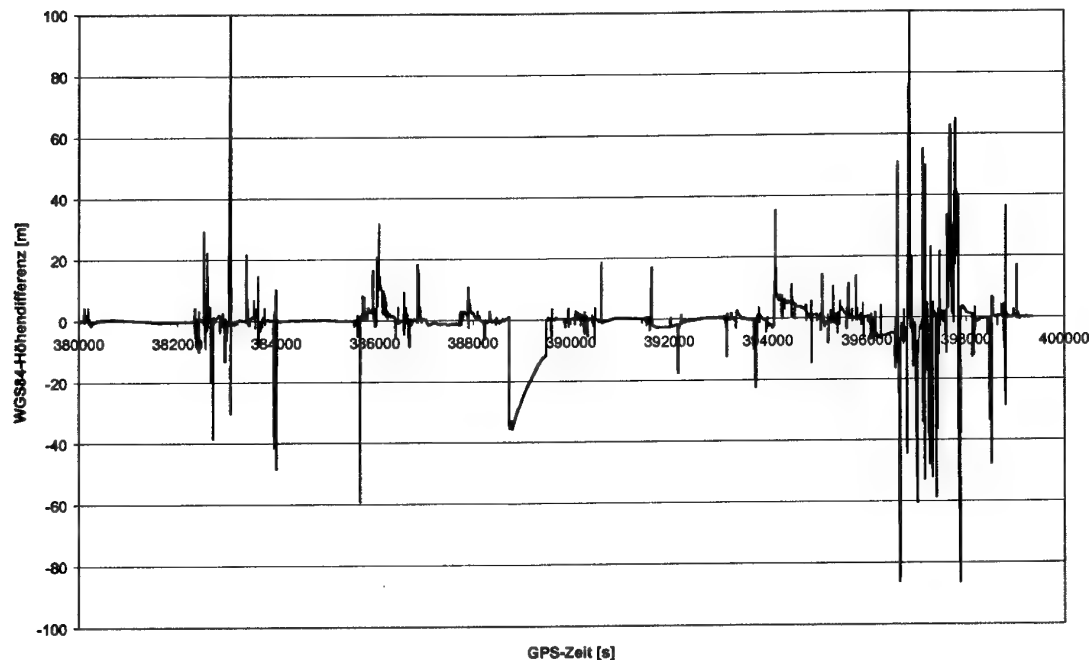


Bild 7.2.2-4: Höhendifferenz der Auswertungen mit GPS und mit GPS+GLONASS

Die auftretenden Höhendifferenzen sind in Bild 7.2.2-4 über der Zeit dargestellt. Die Bereiche grober Fehler (im Meterbereich) sind dabei primär der GPS-Auswertung zuzuordnen, weil in vielen Fällen aufgrund von Abschattungen zu wenig Satelliten für eine Positionierung sichtbar waren.

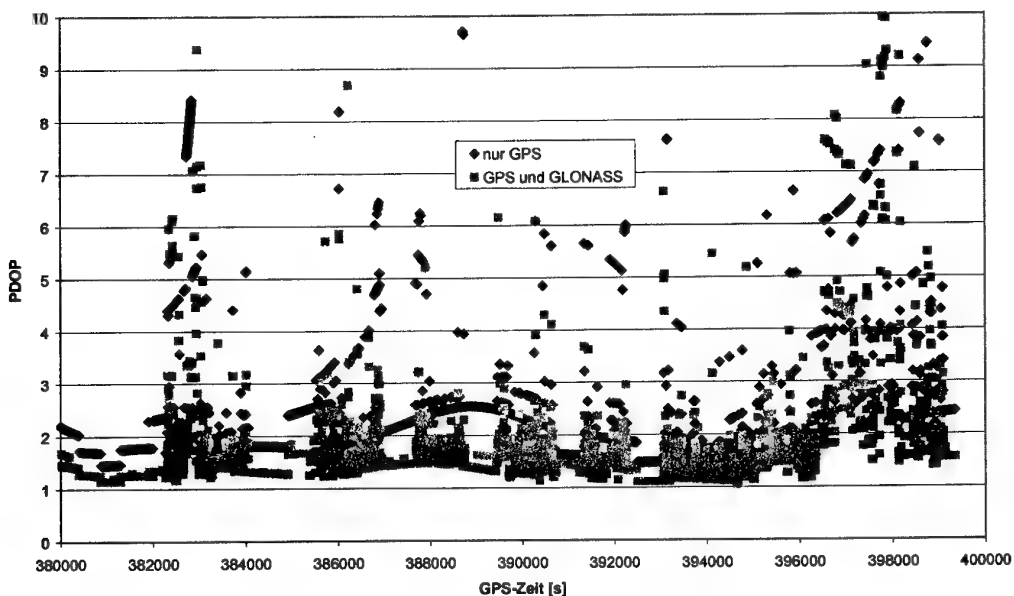


Bild 7.2.2-5: Vergleich der PDOP-Verteilung über GPS-Zeit

Die PDOP-Verteilung ist in Bild 7.2.2-5 zu sehen. Erkennbar ist die starke Streuung der Werte (bedingt durch häufige Satellitenabschattungen). Generell liegen die Werte bei gemeinsamer GPS und GLONASS Auswertung aufgrund der höheren Satellitensichtbarkeit niedriger.

7.3 Testergebnisse zu Pseudolite-Tests

Am Institut für Erdmessung und Navigation wurde innerhalb des DARA-Projektes ISAN II (Wissenschaftsprogramm) ein Prototyp-PL der Fa. Stanford Telecom beschafft. Alle Tests und Ergebnisse, die im Rahmen des Projektes oder dieser Arbeit gemacht wurden, beziehen sich auf dieses PL.

7.3.1 Statische Tests

Als Beispiel für einen statischen Datensatz wurde eine Testmessung vom 5. Mai 1998 gewählt. Das PL wurde nahe der Taxiway des Neubiberger Flughafengeländes aufgebaut. Die Distanz zwischen der Sendeantenne und der Empfangsantenne auf den über DGPS eingemessenen Punkten IfEN-001 und IfEN-002 betrug etwa 20 m. Das PL wurde so konfiguriert, daß es mit 250 bps Nutzsignal auf der GPS-L₁-Frequenz sendete. Die Sendeleistung betrug gemittelt 7 dBm (Spitze: etwa 17.4 dBm), bei einem 1/11 Pulszyklus (9.09 %). Als Referenzoszillator des PLs diente ein Cs-Frequenznormal, welches eine 10 MHz Frequenz (Sinus) lieferte.

Der Nutzer wurde in etwa 150 m Entfernung nordöstlich des PL-Standorts aufgestellt. Die Daten an beiden Empfangsantennen wurden etwa 30 min lang aufgezeichnet. Die vom PL-Empfänger ausgegebene empfangene Signalstärke betrug für das PL-Signal durchgängig etwa 40 bis 41 dB-Hz.

Drei verschiedene Auswertungen mit der hier entwickelten DGPS-Software PHARAO wurden durchgeführt und verglichen.

Für die erste Auswertung wurde eine Positionierung mit Mehrdeutigkeitsfixierung über doppelte Differenzen gerechnet, wobei beide aufgezeichnete Rohdatendateien genutzt wurden (2F-Lösung mit Fixierung). Die zweite Auswertung erfolgte allein über die Daten des Nutzerempfängers, welche auch die empfangenen Korrekturdaten des PLs enthält (1F-Lösung). Als drittes wurde eine gemeinsame Code- und Phasenauswertung ohne Fixierung der Mehrdeutigkeiten (2F-Lösung ohne Fixierung) für Vergleichszwecke gerechnet. Das Ergebnis ist in Bild 7.3.1-1 dargestellt.

Es ist zu erkennen, daß die Genauigkeit der 1F-Lösung nach einer kurzen Einschwingzeit des implementierten Kalman-Filters im Dezimeterbereich (Genauigkeit besser als 15 cm) liegt. Im Fall der 2F-Lösung ist aufgrund der verfügbaren Phasemessungen des Nutzers wie auch der Referenzstation eine Mehrdeutigkeitsfixierung möglich. Die 1F-Lösung arbeitet nur auf Basis einer geglätteten Codelösung, da keine Trägerphasenmessungen der Referenzstation vorhanden sind. Selbst hier wird eine Positionsgenauigkeit (Höhenkomponente) von besser als 15 cm erreicht.

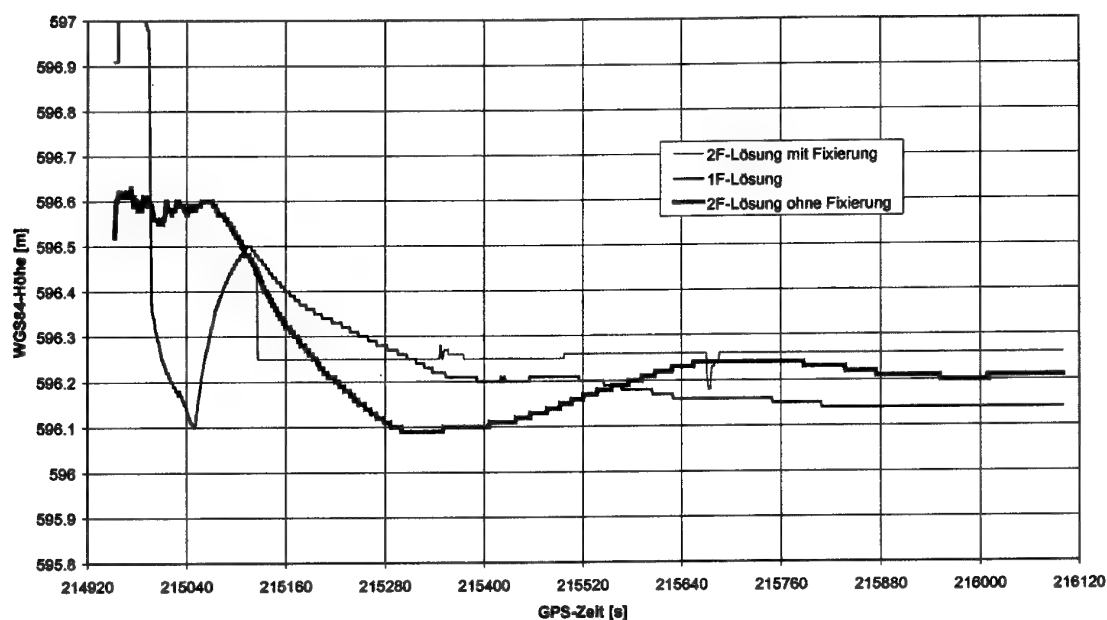


Bild 7.3.1-1: Vergleich unterschiedlicher Auswerteverfahren am Datensatz 980505a

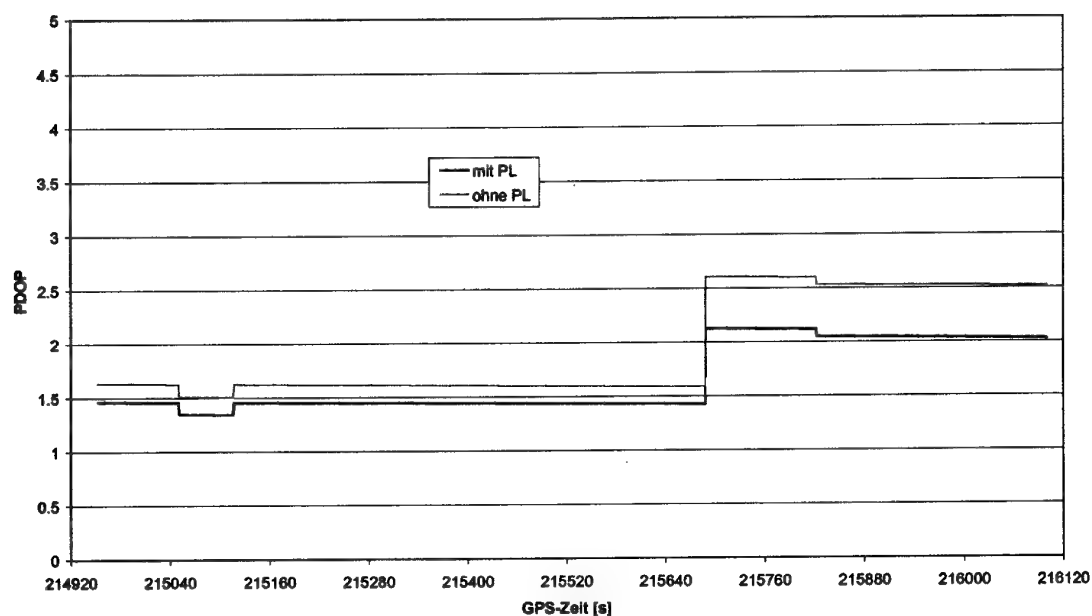


Bild 7.3.1-2: Vergleich der PDOP-Werte mit und ohne PL

In Bild 7.3.1-2 ist ein Vergleich der PDOP-Werte dargestellt. Der positive Einfluß des etwa westlich stehenden PL-Senders ist deutlich zu sehen.

7.3.2 Kinematische Tests

Im Rahmen des Projektes ISAN II (Wissenschaftsprogramm) wurden vom Institut für Erdmessung und Navigation im Nov. 1996 und im Mai 1997 Flugversuche zum Test des Prototyp-PL der Fa. Stanford Telecom am Flughafen Braunschweig durchgeführt. Als Testflugzeug diente eine DO-128 der TU Braunschweig.

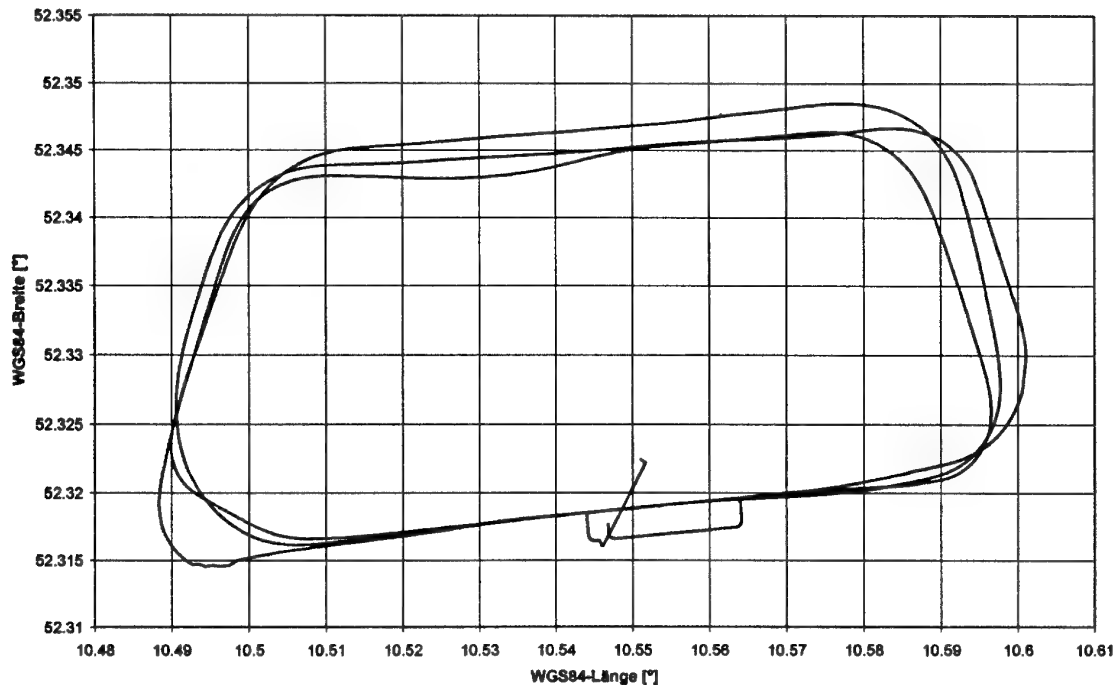


Bild 7.3.2-1: Bodenspur des Fluges 96322a

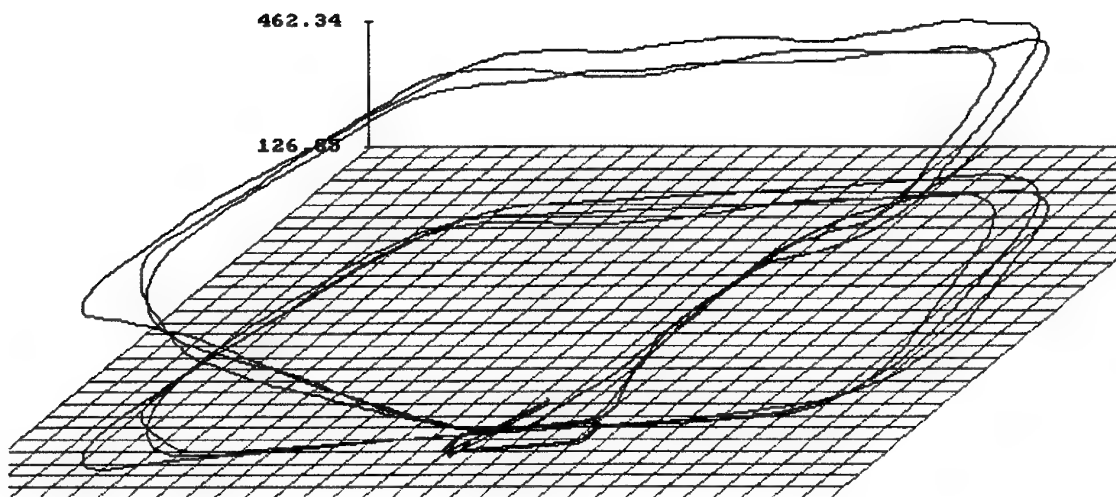


Bild 7.3.2-2: Höhenprofil (WGS-84-Höhe in [m]) des Fluges 96322a

Die Bilder 7.3.2-1 und 7.3.2-2 zeigen das Flugprofil des Testfluges 96322a, in dem drei gewöhnliche Platzrunden gegen den Uhrzeigersinn geflogen wurden. Die Landebahn wurde nach der ersten und zweiten Runde jeweils in einer geringen Höhe von wenigen Metern überflogen. Nach der dritten Runde erfolgte die Landung.

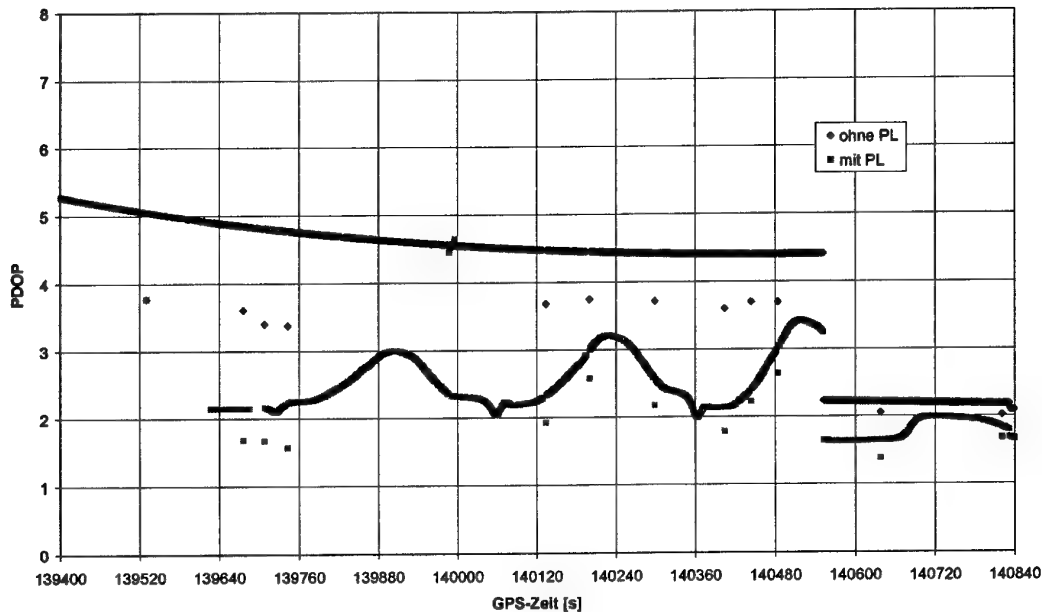


Bild 7.3.2-3: Vergleich der PDOP-Werte mit und ohne PL

Etwa zur Epoche 140550 steigt ein weiterer Satellit über die (für Satelliten) eingestellte Elevationsmaske von 15° . Daher sinkt der PDOP-Wert ab dieser Epoche in beiden Fällen signifikant ab. Generell ist zu sehen, daß das PL eine wesentliche Verbesserung der Satellitengeometrie ergibt. Die leichte Variation des PDOP-Wertes für den Fall mit PL hat ihre Ursache in der starken Änderung der Geometrie. Man erkennt, daß der PDOP am größten wird, wenn sich der Nutzer nördlich des PLs befindet. Am kleinsten wird er, wenn der Nutzer südlich des PLs ist. Diese Tatsache wird durch die gemeinsame Inklination von etwa 55° der GPS-Orbitalebene verursacht. Daraus resultierend ergibt sich für einen Beobachter auf 48° nördlicher Breite ein „Satellitenloch“ (Zenitdistanz 42° , Radius 13°) im Norden. Daher erhält man optimale Verbesserungen für einen PL-Aufstellungsort nördlich des Nutzers.

Die am Nutzer empfangene PL-Signalstärke ist in Bild 7.3.2-4 über der Bodenspur dargestellt. Wie man erkennt, sind zunächst häufige Signalausfälle im Bereich der Runway zu sehen, wo das Flugzeug vor den drei Platzrunden auf dem Zubringer zur Landebahn steht. Weitere sporadische Ausfälle sind im Bereich des Steigflugs zu finden, da hier die direkte Sichtverbindung vom PL-Sender zur GPS/PL-Empfangsantenne teilweise durch die Tragflächen des Testflugzeugs abgeschattet ist (aus Bild 7.3.2-2 erkennt man, daß mathematisch positive Platzrunden entgegen dem Uhrzeigersinn geflogen wurden).

Auffällig ist der in allen drei Runden wiederholt vorgekommene Signalausfall im Nordosten der Flugtrajektorie, jeweils nach der 90° -Kurve nach Westen. Dies deutet auf ein Hindernis im Signalweg (Bild 7.3.2-2 ist extrem überhöht skaliert) vom PL zum Sender oder eine andere systematische Abschattung (beispielsweise durch die Tragflächen des Flugzeugs) in diesem Bereich hin.

Interessant ist weiterhin der Bereich der Westkurve selbst, in dem das Signal-zu-Rausch-Verhältnis leicht höher liegt als beispielsweise in den geraden Bereichen der Flugabschnitte. Durch das starke Rollen des Flugzeugs in Richtung des PL-Senders wird hier der Einstrahlwinkel des PL-Signals und damit die aufgenommene Signalleistung (das Signal-zu-Rausch-Verhältnis) deutlich verbessert.

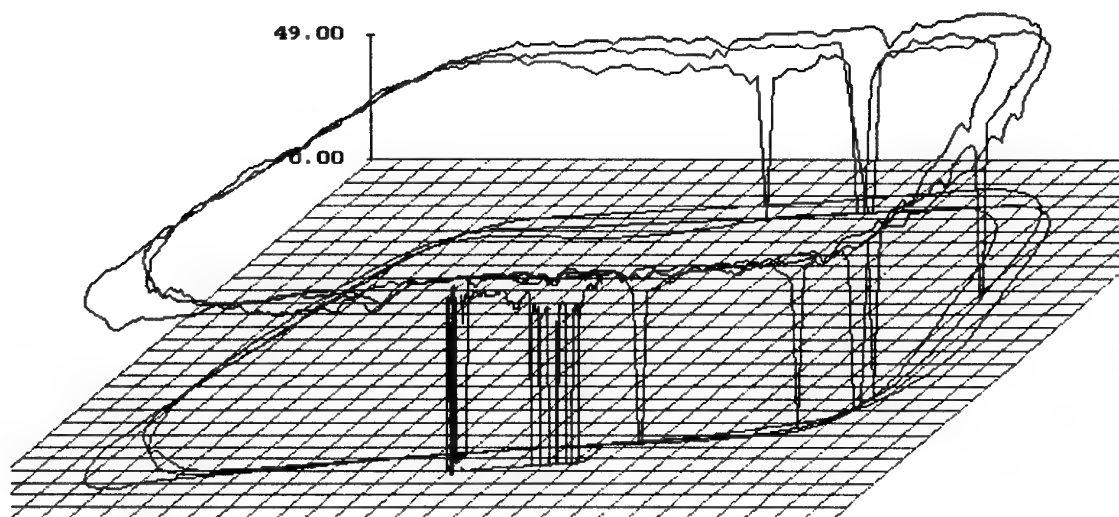


Bild 7.3.2-4: PL-SNR [dB-Hz] am Nutzer über dessen Bodenspur

Dieses erste Ergebnis gibt Anlaß zu der Annahme, daß die Qualität des empfangenen PL-Signals wesentlich von den Empfangsbedingungen am Flugzeug abhängt.

Detailliertere Untersuchungen diesbezüglich innerhalb des ISAN-II Wissenschaftsprogramms haben gezeigt, daß gerade bei sehr flachen Einstrahlwinkeln (beispielsweise über 80°), durch die Flugzeugoberfläche wiederholt unangenehme Störeffekte entstehen, die weiter untersucht werden müssen. Es wurde festgestellt, daß der Einfallswinkel des PL-Signals auf die am Dach des Flugzeugs horizontal montierte Antenne bei den Testflügen normalerweise im Bereich zwischen 80° und 110° (keine direkte Sichtverbindung !) lag.

In den Bildern 7.3.2-5 bzw. 7.3.2-6 sind die Code-minus-Phase-Kombinationen des PL-Signals an der Referenzstation bzw. am Nutzer über den Zeitraum des Testfluges dargestellt.

Bild 7.3.2-7 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt für den Nutzer, in dem keine Phasensprünge auftreten. Die Skalierungen der y-Achse in den Bildern 7.3.2-5 und 7.3.2-7 wurden zum besseren Vergleich identisch gewählt.

Während die Meßwerte an der Referenzstation im wesentlichen das weiße Code-Empfangsrauschen widerspiegeln, sind am bewegten Nutzer systematische Effekte als Oszillationen zu erkennen, die auf ungünstige Empfangsbedingungen schließen lassen. Die ausgewählten Daten sind charakteristisch für den Signalempfang am Nutzer. Ähnliche Ergebnisse lassen sich durchgängig in praktisch allen Tests nachweisen. Eine hochgenaue Positionierung unter Verwendung der PL-Signale ist somit bisher nur bedingt möglich.

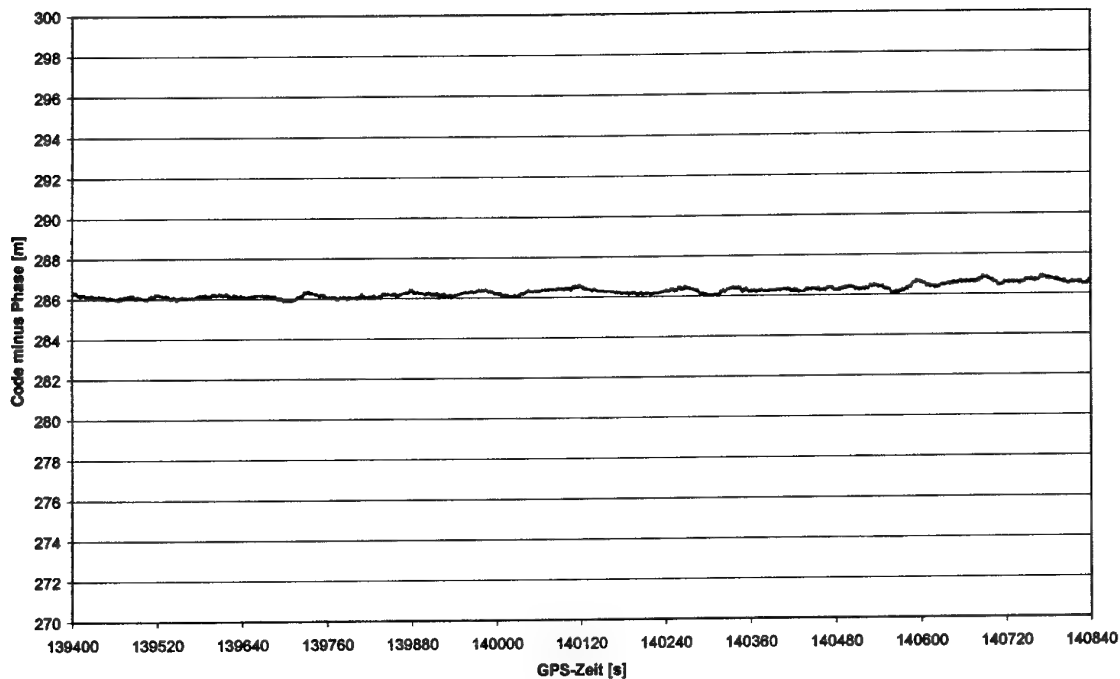


Bild 7.3.2-5: Code-minus-Phase-Kombination des PL-Signals an der Referenzstation

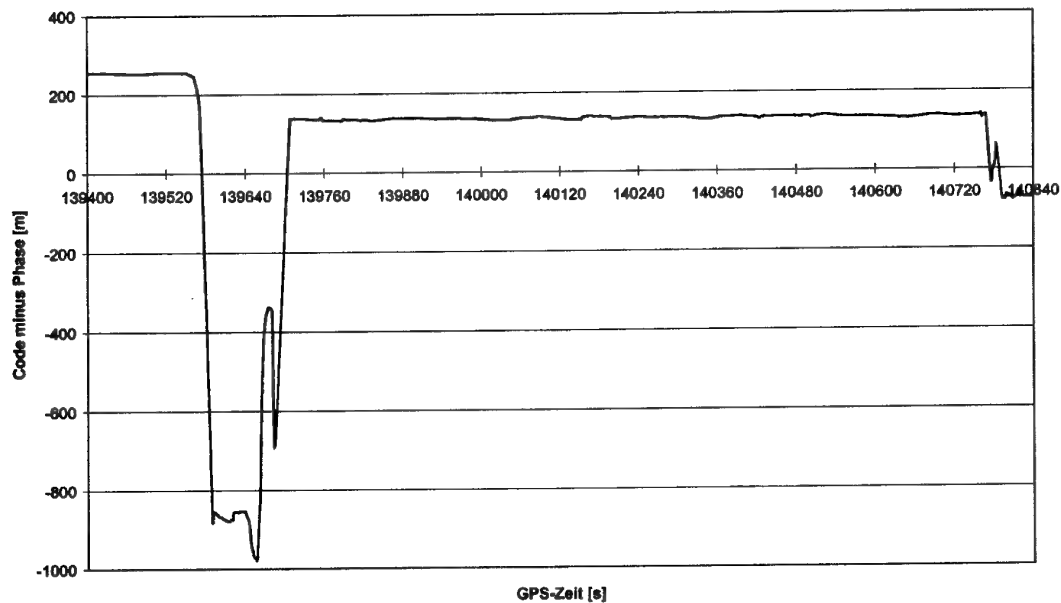


Bild 7.3.2-6: Code-minus-Phase-Kombination des PL-Signals am Nutzer (Gesamt)

Die Frage nach dem Einbauort der PL-Empfangsantenne im Flugzeug ist daher noch nicht eindeutig zu beantworten. Jedoch sprechen diese ersten Ergebnisse dafür, daß eine direkte Sichtverbindung zwischen PL-Sender und PL-Empfangsantenne notwendig zu sein scheint. Das bedeutet, daß in der Tat eine Zweiteilung der Antenne am Nutzer (in eine obere Satelliten-Empfangsantenne sowie eine untere PL-Empfangsantenne mit synchronisierten HF-Frontends

der angeschlossenen Signalempfänger) oder ein ausgezeichneter Antenneneinbauort in der Nähe des Cockpits oder der Nase des Flugzeugs gewählt werden sollte, um den PL-Empfang bei der gewünschten Anwendung (dem präzisen Landeanflug) zu optimieren.

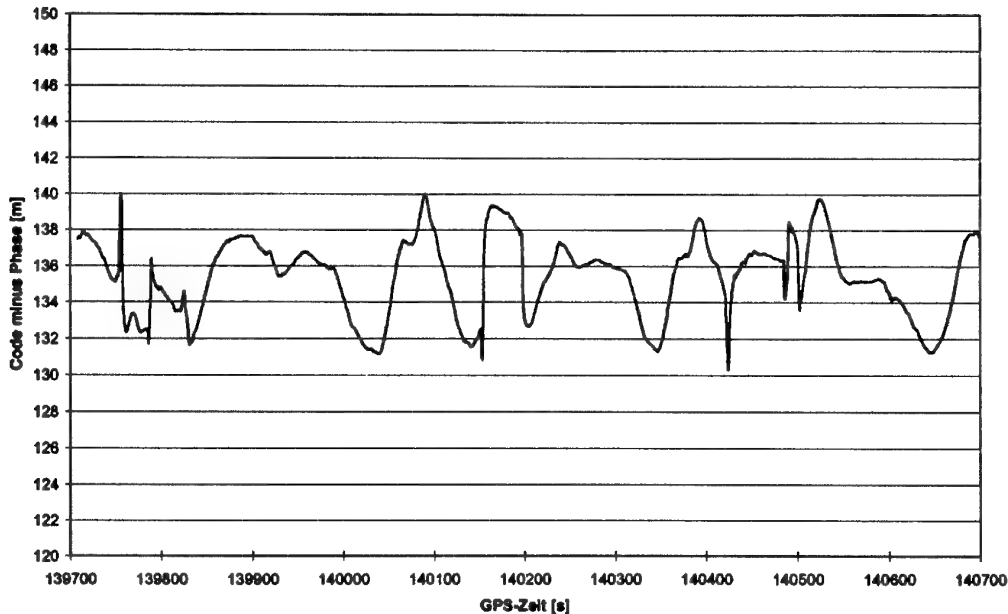


Bild 7.3.2-7: Code-minus-Phase-Kombination des PL-Signals am Nutzer (Ausschnitt)

Im Rahmen des ISAN-II Wissenschaftsprogramms werden weiterhin Untersuchungen zu dieser Problematik betrieben.

7.4 Vergleich unterschiedlicher Auswertemethoden

In diesem Abschnitt sollen anhand eines kinematischen Datensatzes die unterschiedlichen Genauigkeiten der verschiedenen Auswertemethoden gezeigt werden.

Der Datensatz wurde am 7. Mai 1998 am Flughafengelände der Universität der Bundeswehr München aufgezeichnet. Die Koordinaten der Referenzstation nahe der Runway (auf dem vermessenen Punkt IfEN-002) sind:

X: 4182100.782 m
Y: 861483.571 m
Z: 4722902.942 m

Der Nutzerempfänger wurde in einem PKW betrieben, der mehrmals die Taxiway entlang fuhr. Die verwendeten GPS-Empfänger waren zwei 12-Kanal NovAtel R3151 Empfänger. Die Daten an der Referenzstation sowie am mobilen Nutzer wurden für Postprozessierungszwecke aufgezeichnet.

Bei der Positionsbestimmung mit differentielltem GPS (DGPS) gibt es prinzipiell zwei unterschiedliche Ansätze, die bei Verwendung eines Kalman-Filters nicht äquivalent zueinander sind:

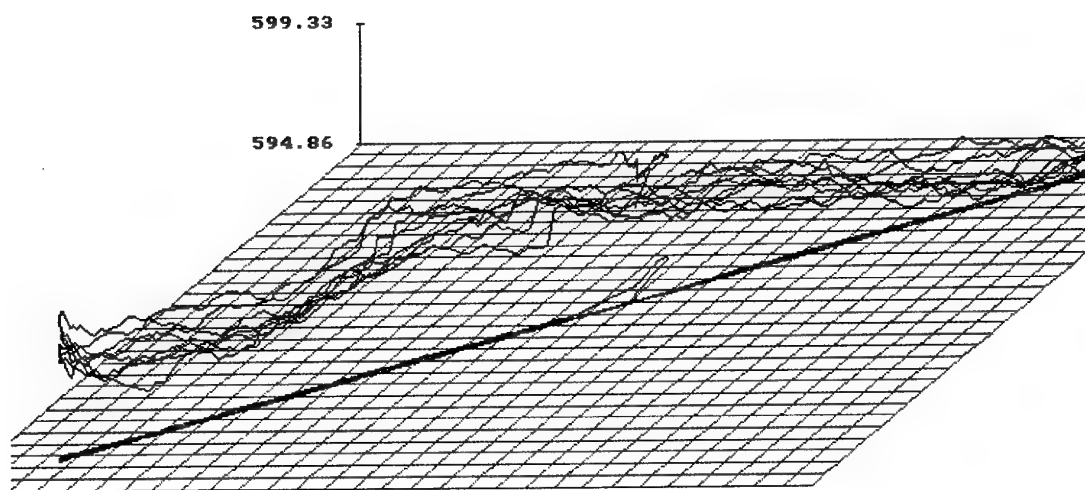
- Auswertung mit einfachen Differenzen der Beobachtungen
- Auswertung mit doppelten Differenzen der Beobachtungen

Bei Verwendung einer epochenweisen Ausgleichung der Daten sind beide Methoden äquivalent. Wird jedoch eine sequentielle (Kalman-)Filterung angewandt, so ist die Auswertung mittels doppelter Differenzen überlegen. Die Ursache dafür liegt primär am kombinierten Empfängeruhrfehler, der bei einfachen Differenzen in der Filterung geschätzt werden muß, während er in den doppelt differenzierten Gleichungen bereits (exakt) eliminiert wurde. Ändert sich der Uhrfehler stark von einer Meßepoche zur nächsten, so wird bei einer Einfachdifferenz die Positionslösung negativ beeinflusst.

7.4.1 Auswertung mit einfachen Differenzen

Bei Verwendung der einfachen Differenzen in der Auswertung ergeben sich abhängig von den verwendeten Beobachtungsarten (Code, Code und Trägerphase, Trägerphase fixiert) unterschiedliche Genauigkeiten der Positionslösung.

In Bild 7.4.1-1 ist die Höhenauswertung anhand der Codemessungen (ohne Verwendung der Trägerphaseninformation) zu sehen. Die Qualität der Lösung ist von einigen Faktoren, wie Mehrweg, Coderauschen und kombinierte Uhrstabilität abhängig.



*Bild 7.4.1-1: WGS-84-Höhe in [m] des Testfahrzeugs über der Bodenspurs
(Einfachdifferenz-Auswertung, nur Codemessungen)*

Die gemeinsame Auswertung von Code und Trägerphase zeigt einen weit glatteren Verlauf der Position. Sie ist dargestellt in Bild 7.4.1-2.

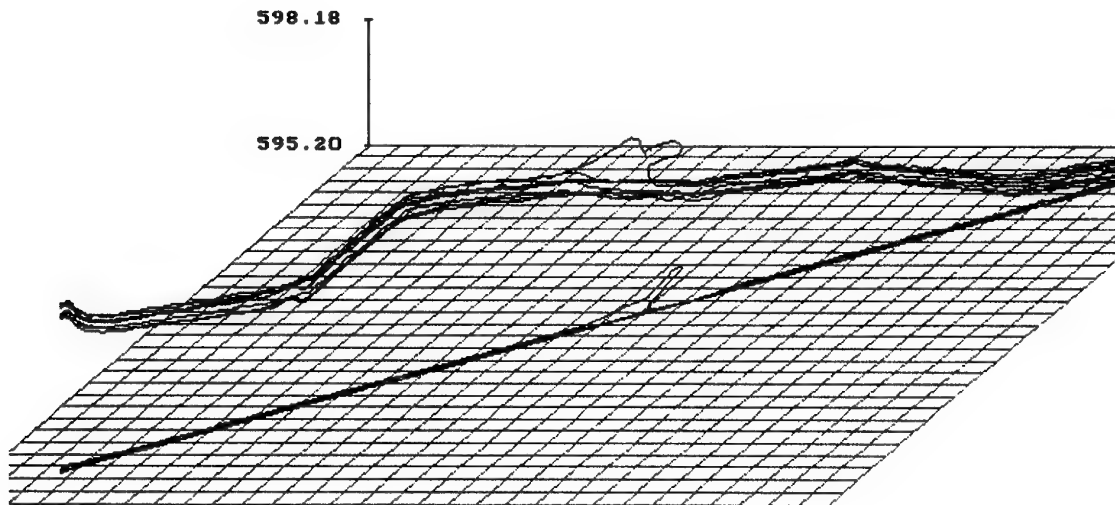


Bild 7.4.1-2: WGS-84-Höhe in [m] des Testfahrzeugs über der Bodenspur (Einfachdifferenz-Auswertung mit Code und Trägerphasen, „Float“-Lösung)

Die phasenfixierte Lösung ist in Bild 7.4.1-3 dargestellt. Da der kombinierte Empfängeruhrfehler nicht zeitlich konstant ist, ist eine Fixierung der Trägerphasen bei Anwendung der Einfachdifferenz-Auswertung nicht immer problemlos möglich. Daher wird üblicherweise eine doppelte Differenzierung der Einfachdifferenz vorgezogen. In diesem (relativ guten) Datensatz konnten die Mehrdeutigkeiten bereits nach kurzer Zeit korrekt fixiert werden.

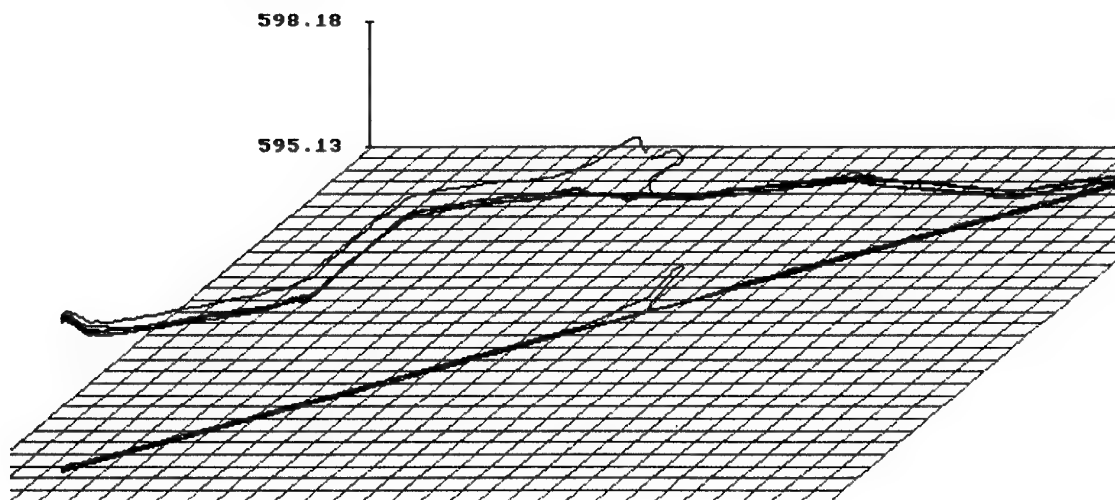


Bild 7.4.1-3: WGS-84-Höhe in [m] des Testfahrzeugs über der Bodenspur (Einfachdifferenz-Auswertung mit Trägerphasen und Fixierung der Mehrdeutigkeiten)

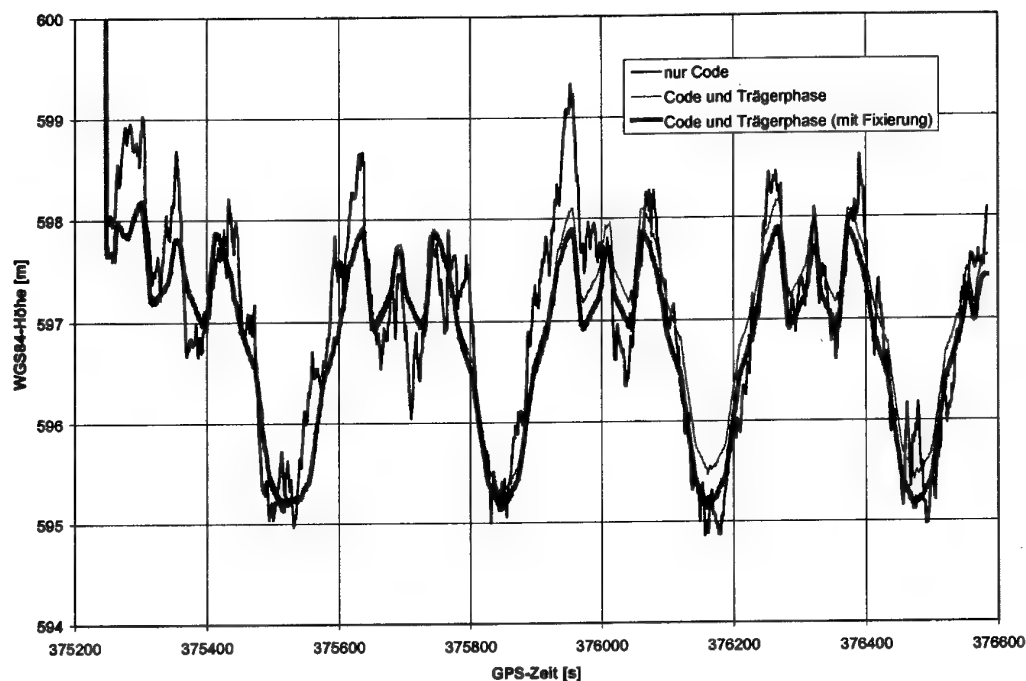


Bild 7.4.1-4: Vergleich der Auswertungen mittels einfacher Differenzen

In Bild 7.4.1-4 ist nochmals die WGS-84-Höhe des Nutzers über der Zeit angetragen. Die Verwendung der Trägerphaseninformation führt zu einem wesentlich glatteren Ergebnis, weil die Trägerphasengenauigkeit weit besser ist als die Codegenauigkeit. Die Variation der Höhe ist kein Positionierungsfehler, sondern kommt von der Variation der Höhe der Taxiway, wie aus den Bildern 7.4.1-1 bis 7.4.1-3 leicht zu erkennen ist.

7.4.2 Auswertungen mit doppelten Differenzen

Bei der Auswertung mittels doppelter Differenzen werden alle Uhrfehler (bis auf sehr kleine Restfehler, die durch die Stabilität der Uhren bestimmt sind) eliminiert.

Die reine Codeauswertung ist in Bild 7.4.2-1 dargestellt. Gut erkennbar ist der durch das Coderausuchen verursachte Positionsfehler.

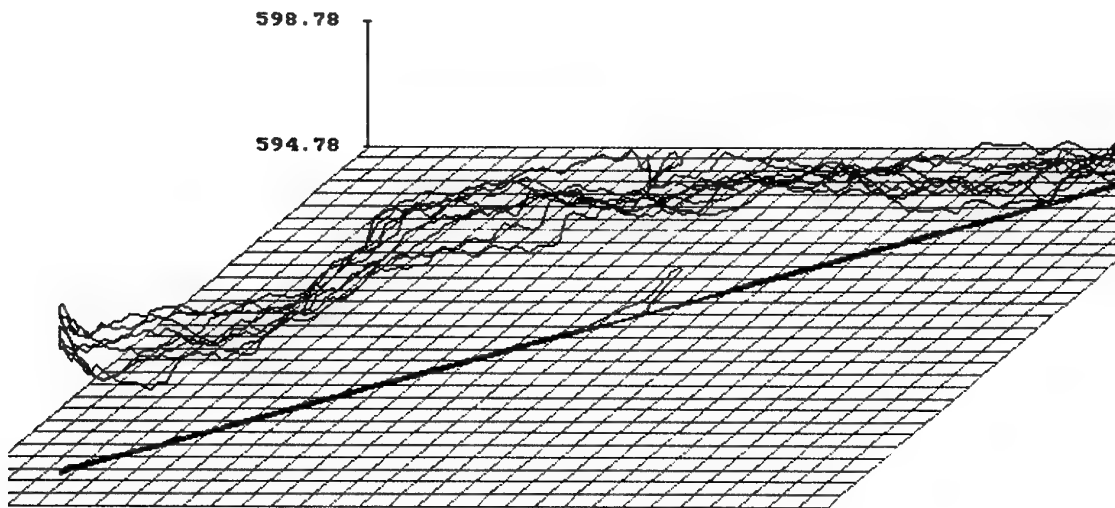


Bild 7.4.2-1: WGS-84-Höhe in [m] des Testfahrzeugs über der Bodenspur (Doppelte-Differenz-Auswertung, nur Codemessung)

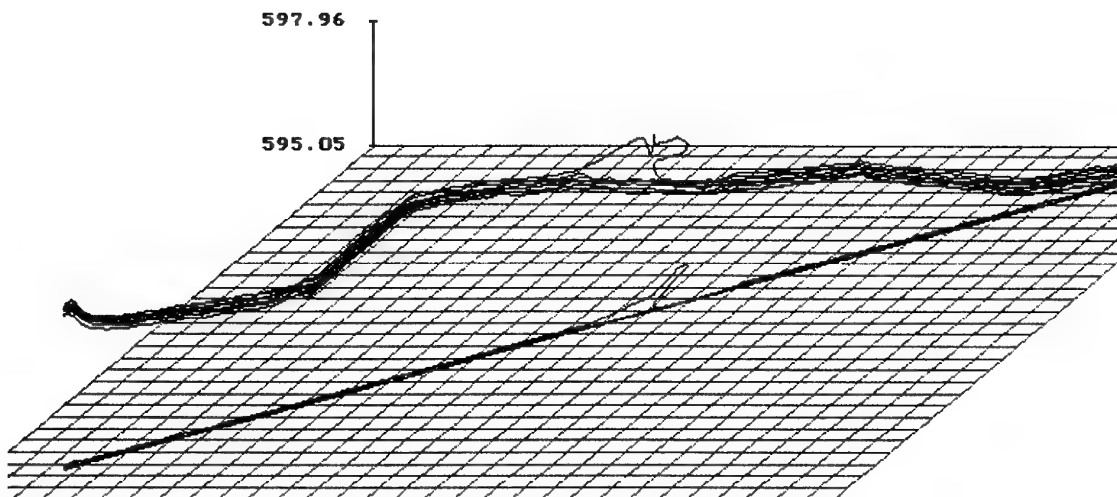


Bild 7.4.2-2: WGS-84-Höhe in [m] des Testfahrzeugs über der Bodenspur (Doppelte-Differenz-Auswertung mit Code- und Trägerphasen, „Float“-Lösung)

Die Auswertung mit Mehrdeutigkeitsfixierung liefert das geringste Positionsrauschen. Die Positionsgenauigkeit liegt im Zentimeterbereich (Bild 7.4.2-3). Durch die mehrfachen Fahrten entlang der Taxiway ist deren Höhenprofil gut zu erkennen.

In Bild 7.4.2-4 ist ein Vergleich der ausgegebenen WGS-84-Höhen über der Zeit angegeben.

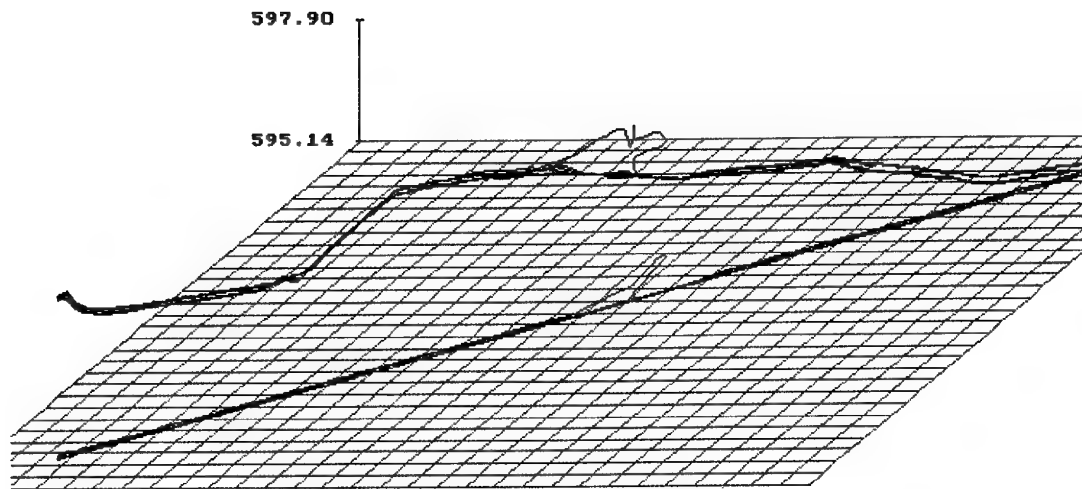


Bild 7.4.2-3: WGS-84-Höhe in [m] des Testfahrzeugs über der Bodenspur (Doppelte-Differenz-Auswertung, Trägerphasenlösung, Mehrdeutigkeiten fixiert)

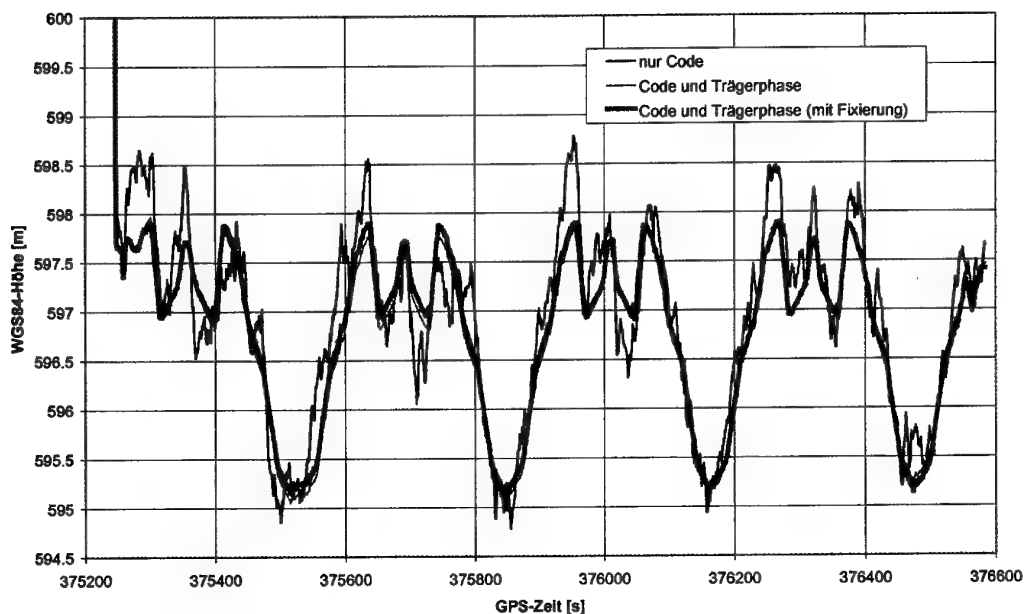


Bild 7.4.2-4: Vergleich der Auswertungen mittels doppelter Differenzen

Ein Vergleich der berechneten WGS-84-Höhen des Nutzers der beiden fixierten Lösungen (aus einfacher Differenz und doppelte Differenz) zeigen die Korrektheit des Ergebnisses. Die Höhendifferenz ist dargestellt in Bild 7.4.2-5.

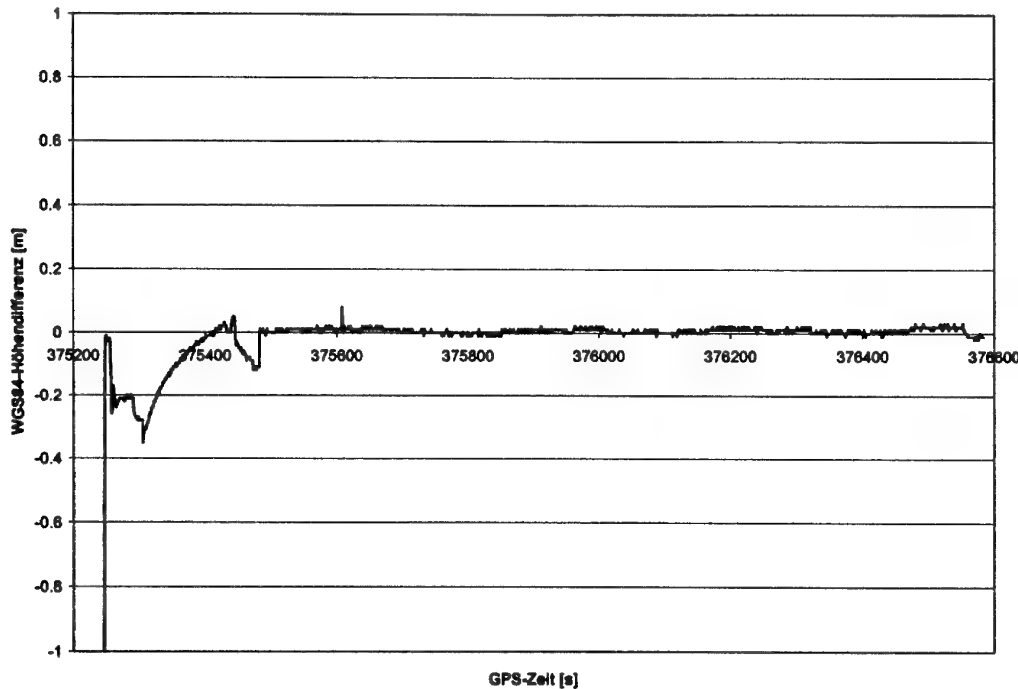


Bild 7.4.2-5: Vergleich der beiden fixierten Lösungen (aus einfacher und doppelter Differenz)

Nach den beiden Fixierungen (vor GPS-Epoche 375500) weicht die ausgegebene Höhe nur um wenige Zentimeter ab. In Bild 7.4.2-5 ist die Quantisierung der Ausgabegenauigkeit (1 cm) zu sehen.

7.5 Verschiedene Tests zur Mehrdeutigkeitsbestimmung

In diesem Unterkapitel werden verschiedene Testergebnisse zur Mehrdeutigkeitsbestimmung dargestellt. Dabei werden die verschiedenen Zeiten, die von den Suchverfahren benötigt werden, verglichen. Sowohl Ein- wie auch Zweifrequenzdaten und die Abhängigkeit von der Anzahl der Satelliten werden für statische wie auch für kinematische Fälle betrachtet.

7.5.1 Vergleich der beiden Baumsuchverfahren für die Mehrdeutigkeitssuche

Die innerhalb dieser Arbeit entwickelte Baumsuche zur Mehrdeutigkeitsbestimmung wurde mit der nach *Euler und Landau (1992)* üblichen Tiefensuche anhand eines statischen und eines kinematischen Datensätze verglichen.

Als statisches Beispiel wurde ein Datensatz ausgewählt, der im Rahmen von Flugversuchen in Braunschweig aufgezeichnet wurde. Die Basislinie zwischen den beiden NovAtel 3151R 12-Kanal Empfängern betrug etwa 10 m. Der Beginn der Datenprozessierung wurde auf die GPS-Epoche 400000.0 gelegt. Die eingestellte Datenrate betrug 1 Hz. Die Anzahl der gemeinsam beobachteten Satelliten, die für eine Auswertung nach der Methode der doppelten Differenzen zur Verfügung standen, schwankte zwischen 5 und 6. Ein Vergleich der Zeiten, die von den einzelnen Algorithmen für eine Mehrdeutigkeitssuche benötigt wurde, ist in Bild 7.5.1-1 dargestellt.

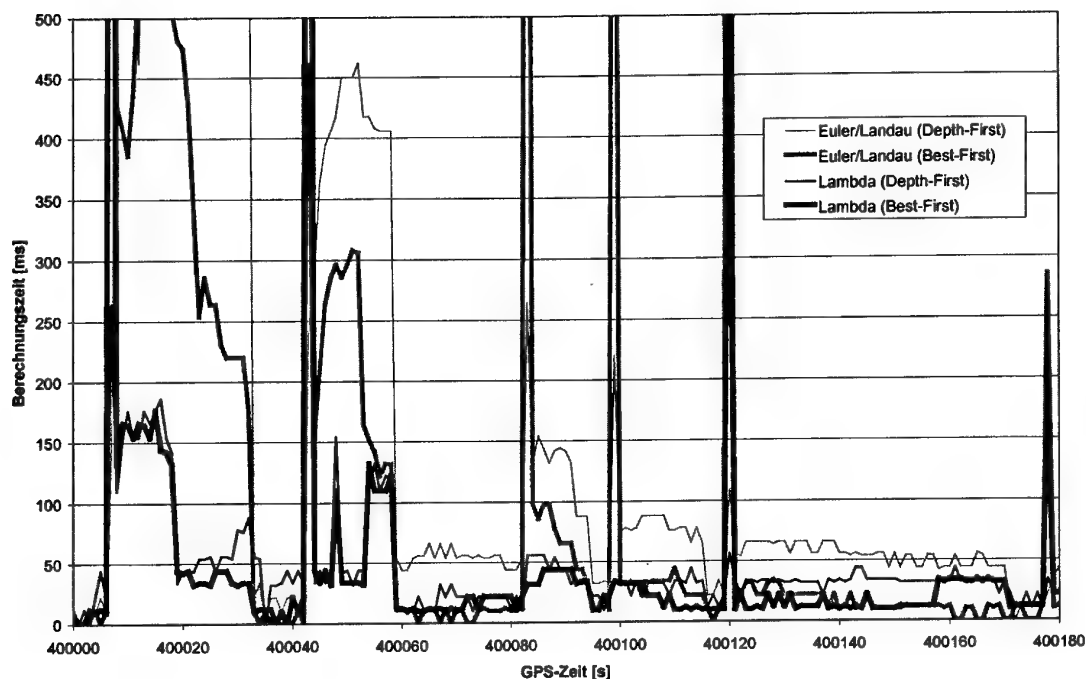


Bild 7.5.1-1: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (5 bis 6 Satelliten, statisch)

Man erkennt, daß alle Verfahren für die Suche in der Regel nur einen Bruchteil einer Sekunde benötigen und somit echtzeitfähig sind. Die gelegentlich auftretenden längeren Suchzeiten um die Epochen 400043, 400082, 400099, 400120 sowie 400178 sind auf die oftmals wechselnden Satellitenkonstellationen zurückzuführen. Die Anzahl der unbekannten Mehrdeutigkeiten im Kalman-Filter schwankt mit der Anzahl der an beiden Stationen gemeinsam beobachtbaren Satelliten (5 bis 6) zwischen 4 und 5.

Für den kinematischen Vergleich der Verfahren wurde ein Bojen-Datensatz ausgewählt, der von der Ohio-State-University zur Verfügung gestellt wurde. Nur die ersten drei Minuten des etwa 11 Stunden langen Datensatzes wurden für den Vergleich betrachtet. Die Basislinie zwischen Referenzstation und Boje betrug etwa 60 bis 70 m, die Datenrate war 1 Hz. Es standen Zweifrequenzdaten von zu Beginn 6, wenig später 8 Satelliten bis zum Ende des Vergleichszeitraums zur Verfügung. Die Daten wurden von zwei Trimble 4000SSI Empfängern aufgezeichnet. Ausgegeben wurden C/A-Code auf L_1 , P-Code auf L_2 sowie Trägerphasen auf beiden Frequenzen.

Zunächst wurde nur eine Frequenz der Daten ausgewertet. Der Vergleich in den Bildern 7.5.1-1 und 7.5.1-2 zeigt die benötigten Rechenzeiten der verglichenen Suchverfahren über denselben Zeitraum.

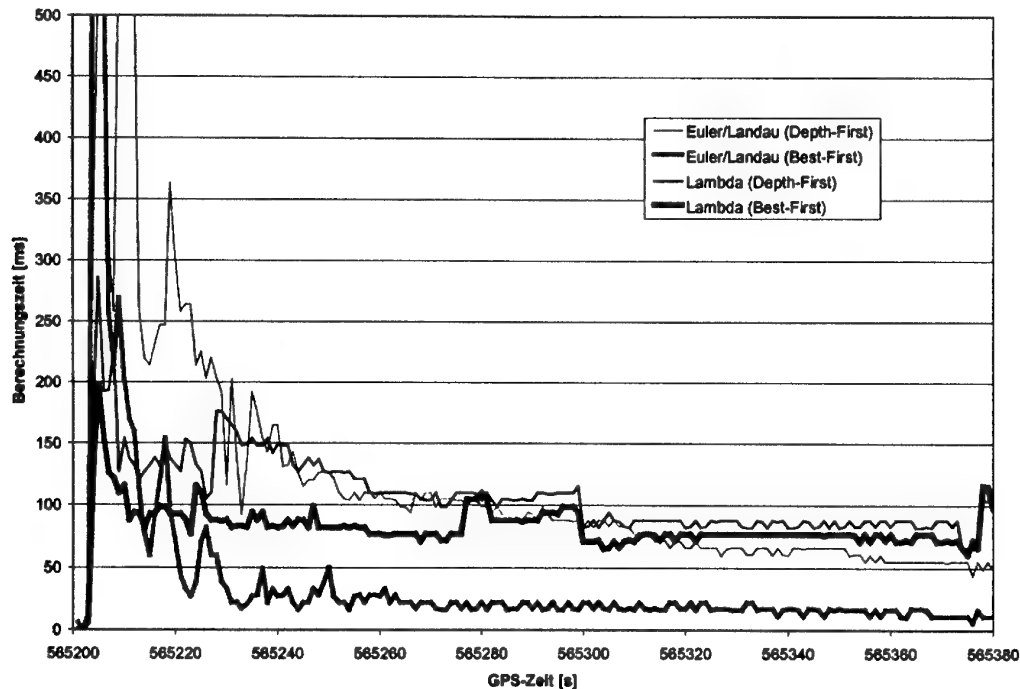


Bild 7.5.1-1: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (8 Satelliten, nur L_1)

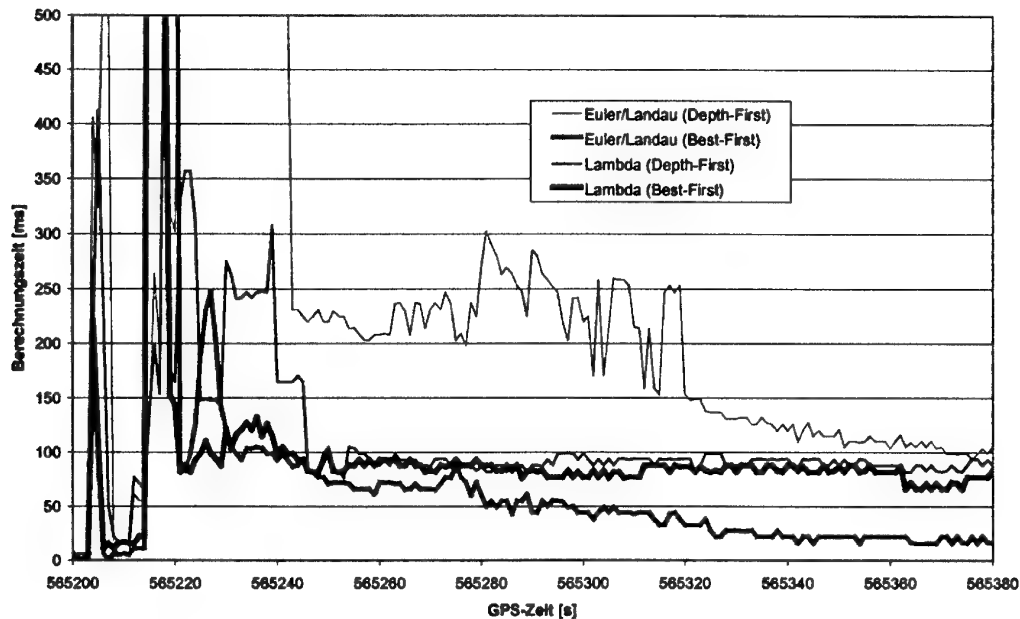


Bild 7.5.1-2: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (8 Satelliten, nur L_2)

Es läßt sich erkennen, daß alle Verfahren nach bereits kurzer Beobachtungszeit in der Lage sind, das Mehrdeutigkeitsproblem, d.h. die Minimierung von (4.2.1-10), innerhalb einer halben Sekunde zu lösen.

Der Vergleich der Bilder 7.5.1-1 und 7.5.1-2 zeigt weiterhin, daß die Information aus den L_1 -Trägerphasenmessungen besser ist als die aus L_2 , was sich an den leicht kürzeren Suchzeiten bei

L_1 -Daten erkennen läßt. Der Grund hierfür ist das Kreuzkorrelationsverfahren, nach der die Trimble-Empfänger ihre L_2 -Daten akquirieren.

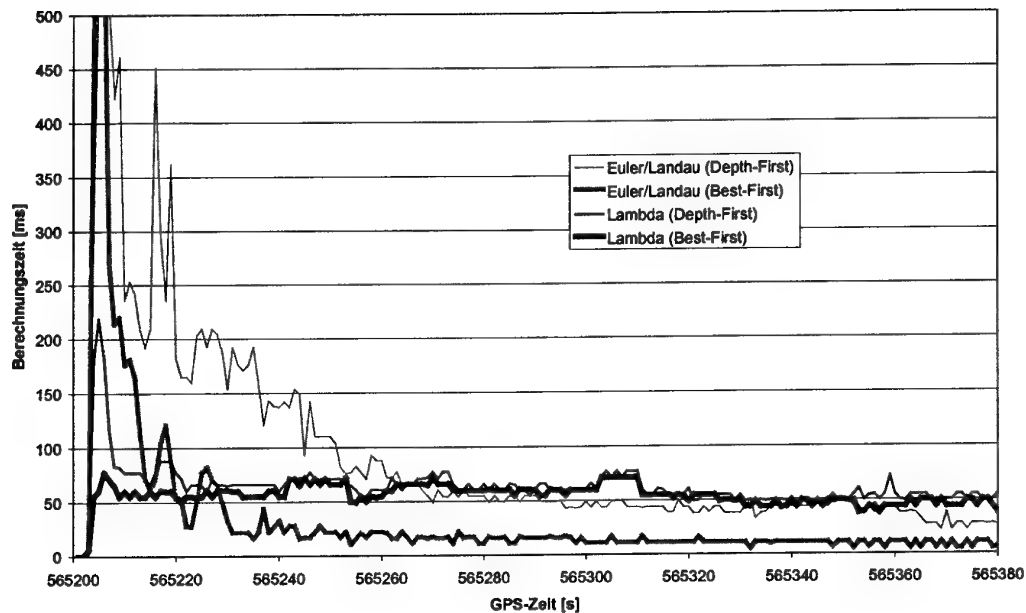


Bild 7.5.1-3: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (7 Satelliten, nur L_1)

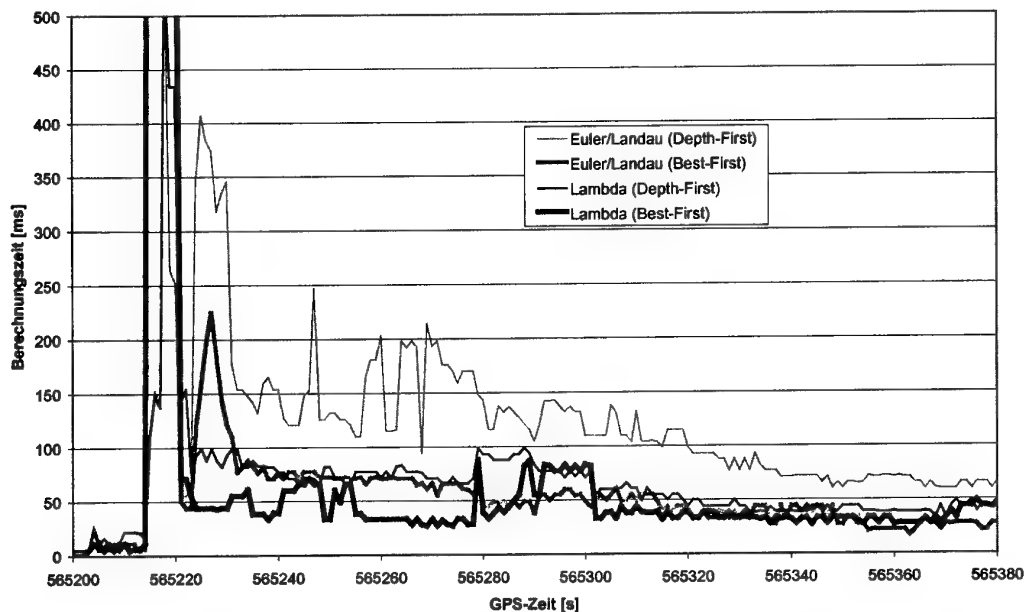


Bild 7.5.1-4: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (7 Satelliten, nur L_2)

Um die Abhängigkeit der Suchstrategien von der Satellitenanzahl zu prüfen, wurde ein willkürlicher Satellit (PRN#16) aus den Berechnungen ausgeschlossen. Man erkennt eine leichte Verbesserung der Suchzeiten. Auch hier läßt sich erkennen, daß die L_2 -Messungen von etwas schlechterer Qualität sind.

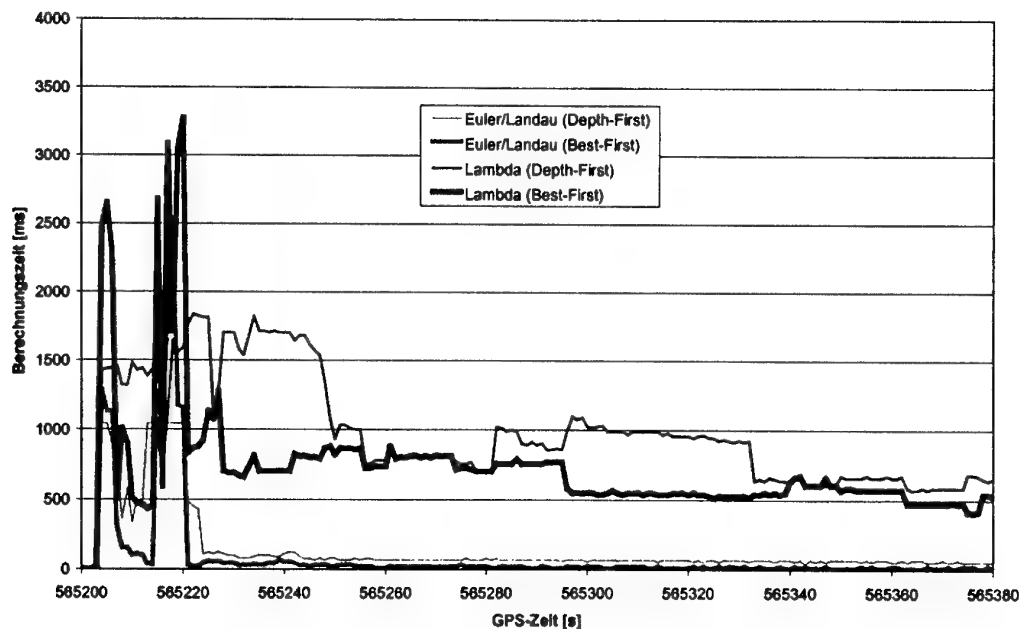


Bild 7.5.1-5: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (7 Satelliten, L_1+L_2)

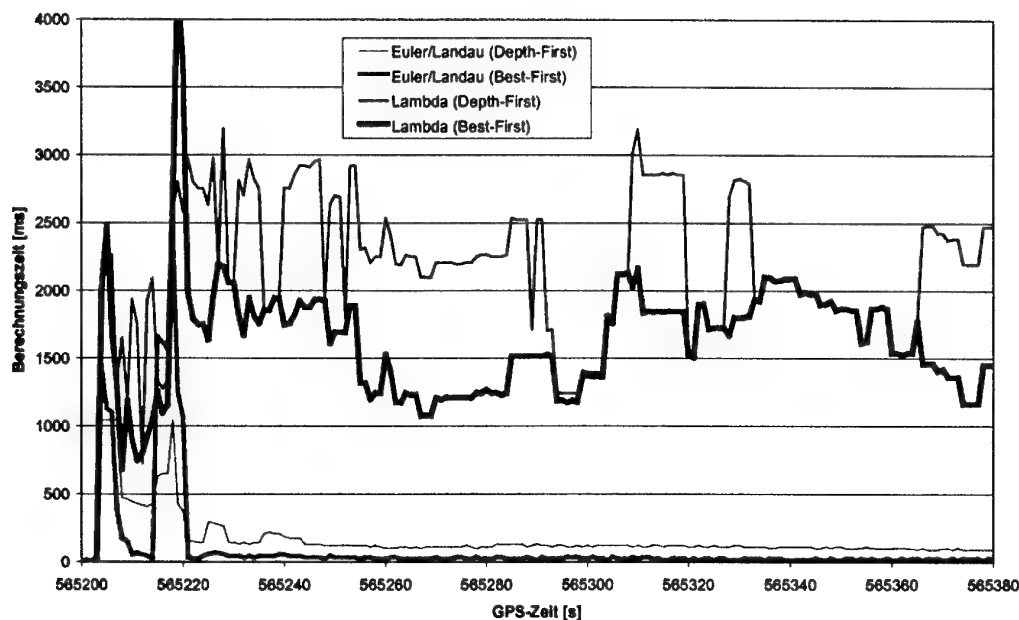


Bild 7.5.1-6: Vergleich der Berechnungszeiten der Suchverfahren (8 Satelliten, L_1+L_2)

Die beiden Bilder 7.5.1-5 und 7.5.1-6 zeigen den Vergleich der Suchverfahren für die Auswertung beider Frequenzen. In Bild 7.5.1-5 wurde wiederum ein Satellit weniger betrachtet, so daß sich im Kalman-Filter 12 bzw. 14 doppelt differenzierte Mehrdeutigkeiten ergeben.

Anhand der Ergebnisse ist erkennbar, daß die Suchzeiten des Euler/Landau-Ansatzes kürzer sind, als die mit vorheriger Lambda-Transformation. Die Ursache hierfür könnte in einer nicht

effizienten Implementierung der Transformation liegen, welche nicht von den Entwicklern der Lambda-Transformation selbst stammt.

In jedem Fall läßt sich jedoch erkennen, daß die vom Autor entwickelte Best-First-Suche spätestens nach einigen Sekunden am effizientesten arbeitet.

7.5.2 Vergleich einiger „Time-To-Fix“-Zeiten im kinematischen Fall

Neben der Zeit, die für eine einzelne Mehrdeutigkeitssuche aufgewendet werden muß, ist es auch interessant, die Zeiten bis zu einer Fixierung der Mehrdeutigkeiten in Abhängigkeit einiger Parameter darzustellen. Die „Fixierung“ meint hier nicht das bloße Auffinden der optimalen Ganzzahlkombination zur Minimierung von (4.2.1-10), sondern auch die Akzeptanz durch ein Validierungskriterium. Da dieser Test unabhängig von der Implementierung der verwendeten Suche ist, genügt es prinzipiell, eine beliebige Suchstrategie zu verwenden.

Die Zeit bis zur signifikanten Fixierung der Mehrdeutigkeiten hängt primär von der verfügbaren Satellitenkonstellation und der Realisierung der Dynamik des Nutzers im Kalman-Filter ab.

Als Beispiele wurden die selben Datensätze gewählt wie bereits in 7.5.1. Das hier entwickelte Navigationssystem PHARAO wurde so konfiguriert, daß es an einem bestimmten Zeitpunkt innerhalb des Datensatzes mit der Prozessierung beginnt. Für eine Testreihe wurde dieser Zeitpunkt dann über die ersten 300 Epochen (Datenrate 1s) variiert. Die jeweils benötigte Zeit bis zur Fixierung wurde festgehalten.

In Bild 7.5.2-1 ist die Verteilungsfunktion für vier unterschiedliche Testreihen dargestellt. Zwei Testreihen wurden je für eine statische und eine kinematische Auswertung gerechnet. Eine der Testreihen wurde jeweils mit Codeglättung (Hatch-Filter) durchgeführt, die andere ohne Codeglättung.

Wie man erkennt, ist die Fixierung bei statischer Auswertung schneller möglich. Der Grund dafür liegt darin, daß die Positionskomponenten zeitlich konstant sind. Daher ist die Anzahl der Unbekannten weit geringer als im kinematischen Fall. Daß die Fixierung der Mehrdeutigkeiten im kinematischen Fall ebenfalls relativ schnell möglich ist, liegt an der Realisierung der zeitlichen Aufdatierung des implementierten Kalman-Filters über die Dreifach-Differenzen der Trägerphasenmessungen (s. 3.3.4).

Deutlich zu sehen ist, daß sich im kinematischen Fall die Glättung der Codemessungen eher negativ auf die Fixierungszeiten auswirken. Die Erklärung dieses Phänomens ist, daß der Kalman-Filter im kinematischen Fall durch die Positionsunsicherheit weit ineffizienter arbeitet. Bei der Prädiktion des Filterzustandes müssen die Varianzen der Positionskomponenten erhöht werden, um die nur schlecht vorhersagbare Bewegung des Nutzers auffangen zu können. Die Glättung der Codemessungen bewirkt eine Verkleinerung des weißen Rauschens auf Kosten der zusätzlichen Einführung einer (kleinen) systematischen Verfälschung der Messung. Diese systematische Störgröße wirkt sich im Fall eines instabileren Filters weit stärker aus, als bei konstant gehaltenen Positionskomponenten.

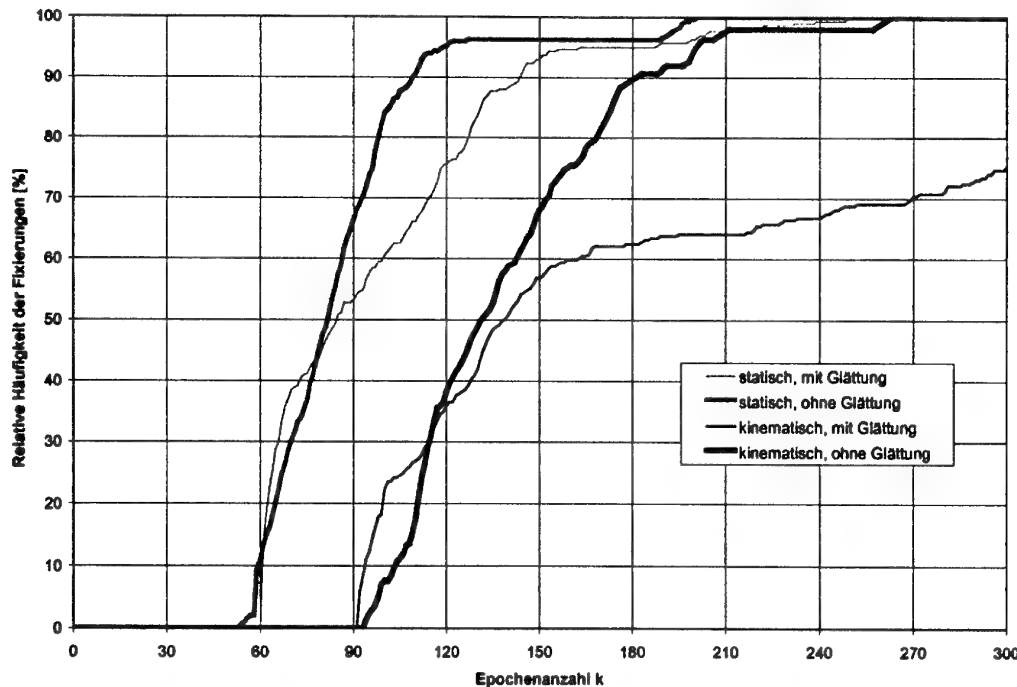


Bild 7.5.2-1: Vergleich der relativen Häufigkeiten der Fixierungen innerhalb einer festen Epochenanzahl am Beispiel eines statischen Datensatzes mit statischer und kinematischer Auswertung mit und ohne Codeglättung

Für die folgende rein kinematische Untersuchung wurde wiederum der Bojen-Datensatz der Ohio-State-University (wie bereits in 7.5.1) gewählt.

Diesmal wurden die Auswirkungen von Ein- und Zweifrequenzmessungen sowie die Anzahl der sichtbaren Satelliten auf die Auswertung untersucht. Die jeweils benötigte Zeit bis zur Fixierung wurde festgehalten. In Bild 7.5.2-2 ist die Verteilungsfunktion für drei unterschiedliche Auswertungen dargestellt. In den beiden ersten Auswertungen wurden nur L_1 - bzw. L_2 -Daten zur Prozessierung verwendet. In der dritten Auswertung wurde von beiden Frequenzen Gebrauch gemacht.

Diese repräsentativen Ergebnisse zeigen, daß eine Fixierung basierend auf den L_2 -Daten schneller durchzuführen ist als für L_1 -Daten. Der Grund ist hier nicht der Qualitätsunterschied der Trägerphasenmessungen auf L_1 bzw. L_2 , sondern die um etwa 20% längere L_2 -Wellenlänge ($\lambda_{L_1} = 19.0 \text{ cm}$, $\lambda_{L_2} = 24.4 \text{ cm}$). Das höhere Rauschen auf den L_2 -Phasenmessungen bewirkt zwar längere Suchzeiten pro Epoche, aber kaum eine Vergrößerung der notwendigen Meßepochen-zahl bis zur Fixierung der Mehrdeutigkeiten.

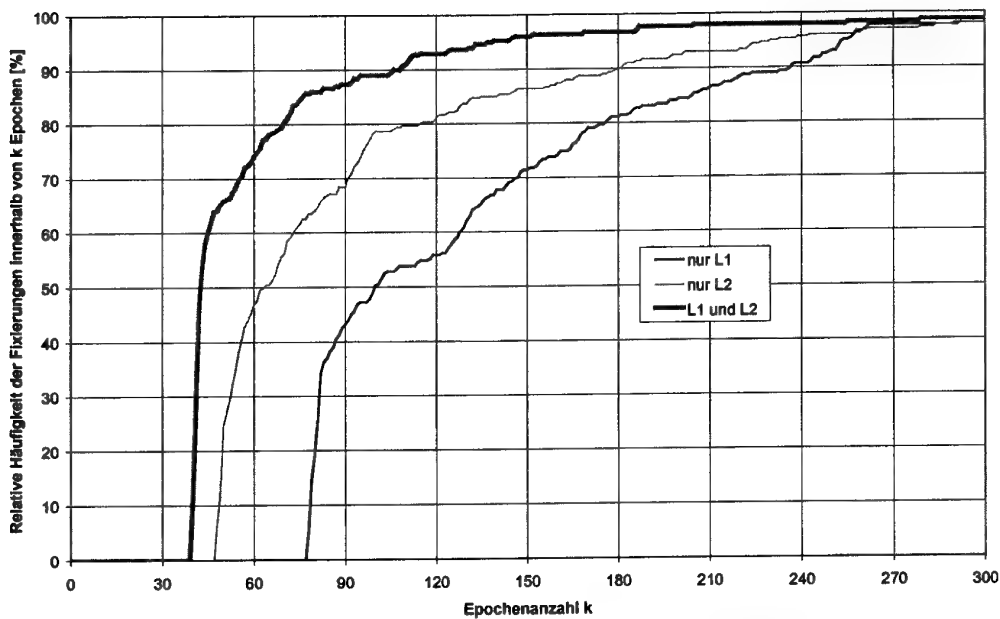


Bild 7.5.2-2: Vergleich der relativen Häufigkeiten der Fixierungen innerhalb einer festen Epochenanzahl im kinematischen Fall bei Verwendung von L_1 , L_2 und L_1+L_2 (8 Satelliten)

Da in diesem Datensatz relativ viele Satelliten (8) zur Verfügung standen, wurde ein weiterer Vergleich unter Ausschluß eines zufällig gewählten Satelliten (PRN#16) gemacht.

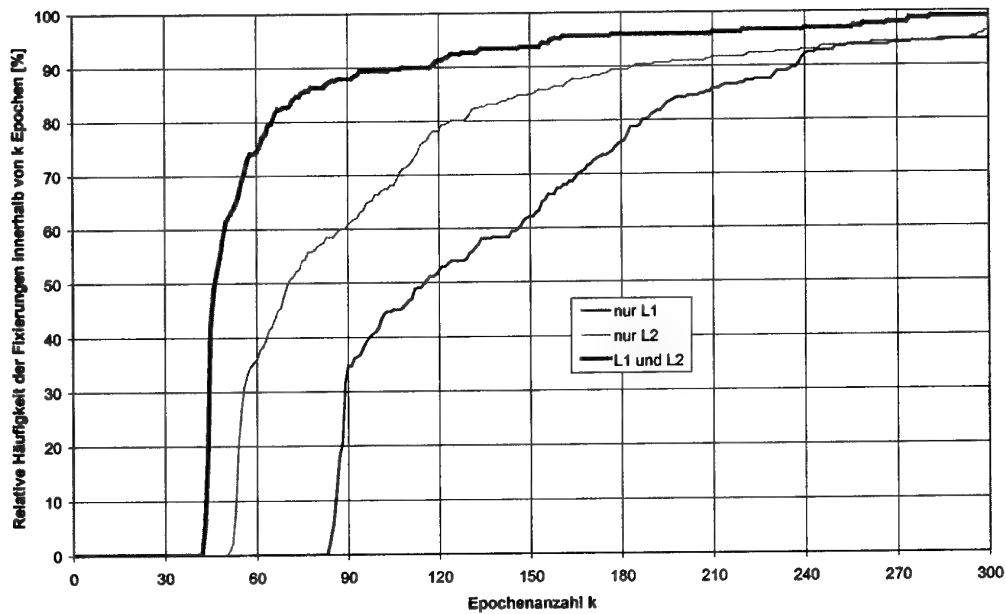


Bild 7.5.2-3: Vergleich der relativen Häufigkeiten der Fixierungen innerhalb einer festen Epochenanzahl im kinematischen Fall bei Verwendung von L_1 , L_2 und L_1+L_2 (7 Satelliten)

Die Abhängigkeit von der Anzahl der Satelliten zeigt Bild 7.5.2-4 für die Verwendung beider Frequenzen als Beispiel. Zugrunde liegt jeweils derselbe Datensatz, in dem willkürlich Satelliten ausgeschlossen wurden (zunächst PRN#16, dann zusätzlich PRN#22, #14 und schließlich #19).

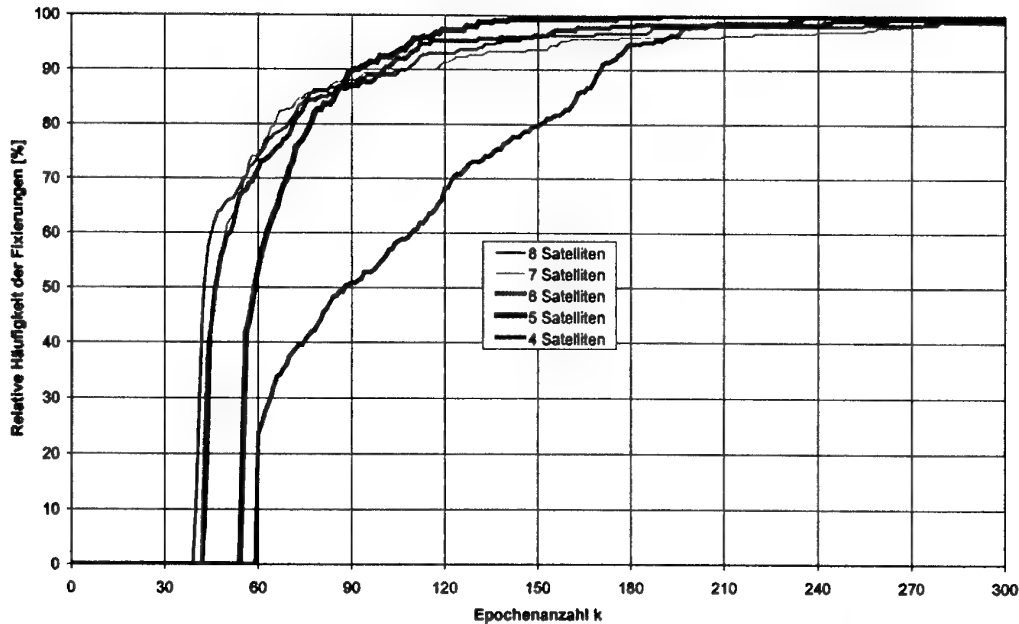


Bild 7.5.2-4: Vergleich der relativen Häufigkeiten der Fixierungen innerhalb einer festen Epochenanzahl im kinematischen Fall bei Verwendung von L_1 und L_2 bei Variation der Satellitenzahl

Es ist erkennbar, daß die Fixierungen in etwa nach derselben Zeitspanne erfolgen. Allein zur Fixierung bei Verwendung von nur vier Satelliten wird signifikant mehr Zeit benötigt. Die Ursache dafür ist darin zu sehen, daß abgesehen von den Zweifrequenzmessungen keine geometrische Redundanz vorliegt. In den anderen Fällen sind die Fixierungszeiten nur leicht unterschiedlich.

Bild 7.5.2-5 zeigt die gleiche Auswertung für den Fall, daß nur die L_1 -Frequenz genutzt wird.

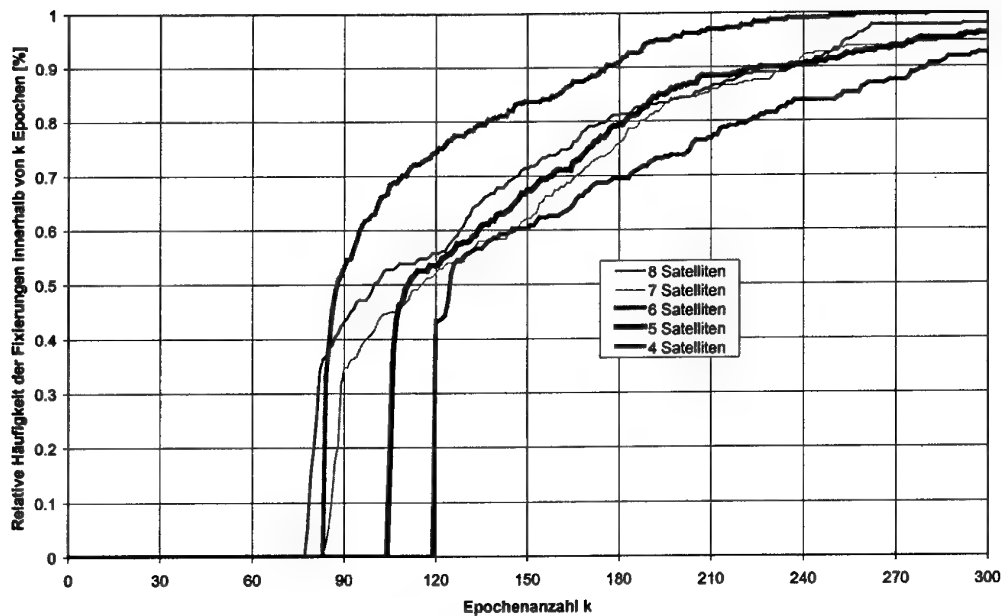


Bild 7.5.2-5: Vergleich der relativen Häufigkeiten der Fixierungen innerhalb einer festen Epochenanzahl im kinematischen Fall bei Verwendung von L_1 allein bei Variation der Satellitenzahl

Auch hier sind nur leichte Unterschiede in den benötigten Fixierungszeiten erkennbar. Wiederrum sind die Zeiten für den Fall der Verwendung von nur vier Satelliten am längsten, was zu erwarten war.

8 Sichtbarkeitsanalyse für den Flughafen München

Ein wichtiger Aspekt eines hochpräzisen zivilen Landesystems ist die Erfüllung der RNP-Parameter (s. Abschnitt 1.2). Nach Ergebnissen der Airport Pseudolite Subgroup of RTCA SC 159 Working Group 4A on Precision Approach ist die GPS-Integrität für CAT-I Anforderungen mit EGNOS, WAAS etc. noch ausreichend. Für CAT-II und CAT-III ist eine bodenseitige Stützung des Systems (GBAS, „Ground-Based Augmentation System“) zur Erhöhung von Integrität und Verfügbarkeit notwendig.

In diesem Kapitel wird eine Sichtbarkeitsanalyse für den Flughafen München durchgeführt, welche aufzeigt, wie die GPS- bzw. GLONASS-Satellitenkonstellation zu bewerten ist. Den hier beschriebenen Untersuchungen liegt das in Bild 8-1 dargestellte Szenario zugrunde.

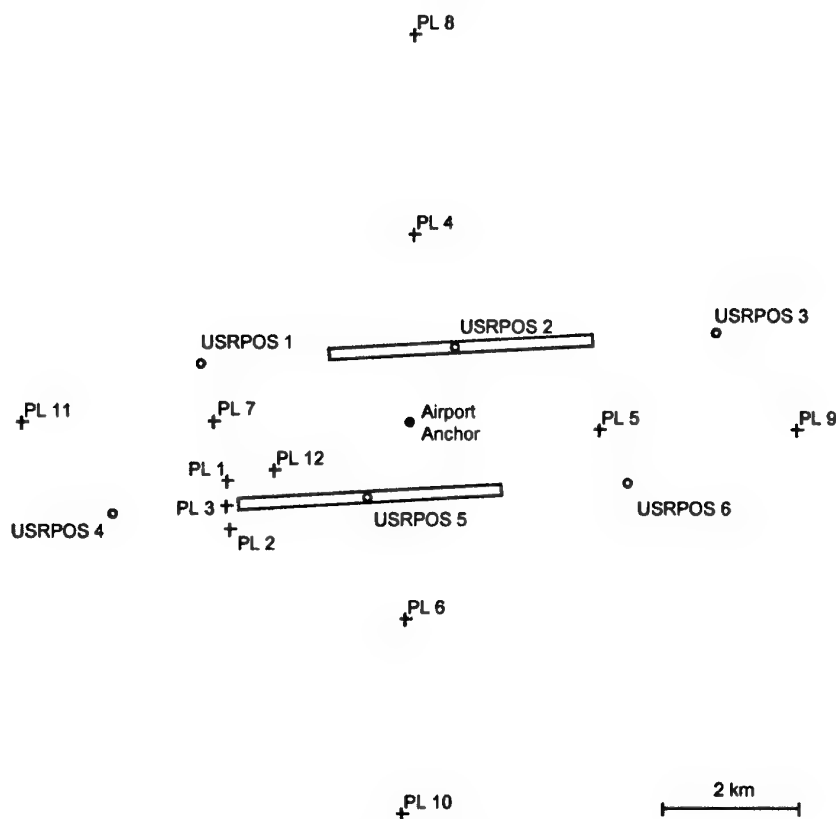


Bild 8-1: Testszenario München II

Als WGS-84-Koordinaten des Ankerpunktes wurden die Werte Breite: 48.3547225° , Länge: 11.7875000° und Höhe: 594 m angenommen.

Die Kreise entsprechen Positionen des Nutzer-Empfängers. Dabei wurde die Höhe der User-Positionen für die Positionen 1, 3, 4 und 6 mit 100 m angenommen. Das entspricht etwa einem Gleitwinkel von 3° . Die Kreuze entsprechen verschiedenen Pseudolite-Positionen, die in der Analyse getestet wurden. Die Höhe wurde für die Pseudolites 1 bis 3 mit 0 (auf dem Flugfeld vor der Rollbahn), und für die restlichen Pseudolites mit 10 m über Grund (auf Gebäuden) ange-

nommen. Die Pseudolites mit den Nummern 4 bis 7 befinden sich jeweils etwa 3 km vom Ankerpunkt entfernt in den vier Himmelsrichtungen. Die PL's 8 bis 11 befinden sich jeweils in einer Entfernung von 6 km. PL 12 ist vergleichsweise auf das Dach der westlichsten Flugzeughalle gesetzt.

Die folgenden Ergebnisse beruhen auf dem GPS-Almanach vom 7. April 1996. Die Konstellation der Satelliten sowie zugehörige Sichtbarkeits- und DOP-Werte wurden alle fünf Minuten berechnet.

8.1 Navigation allein mittels GPS

In Bild 8.1-1 ist die GPS-Satellitensichtbarkeit dargestellt. Die Anzahl empfangbarer Satelliten hängt stark von der gewählten Elevationsmaske ab. Je niedriger die Elevationsmaske, desto mehr Satelliten sind sichtbar. Allerdings sind Signale von niedrig stehenden Satelliten wesentlich stärker durch atmosphärische Effekte verrauscht.

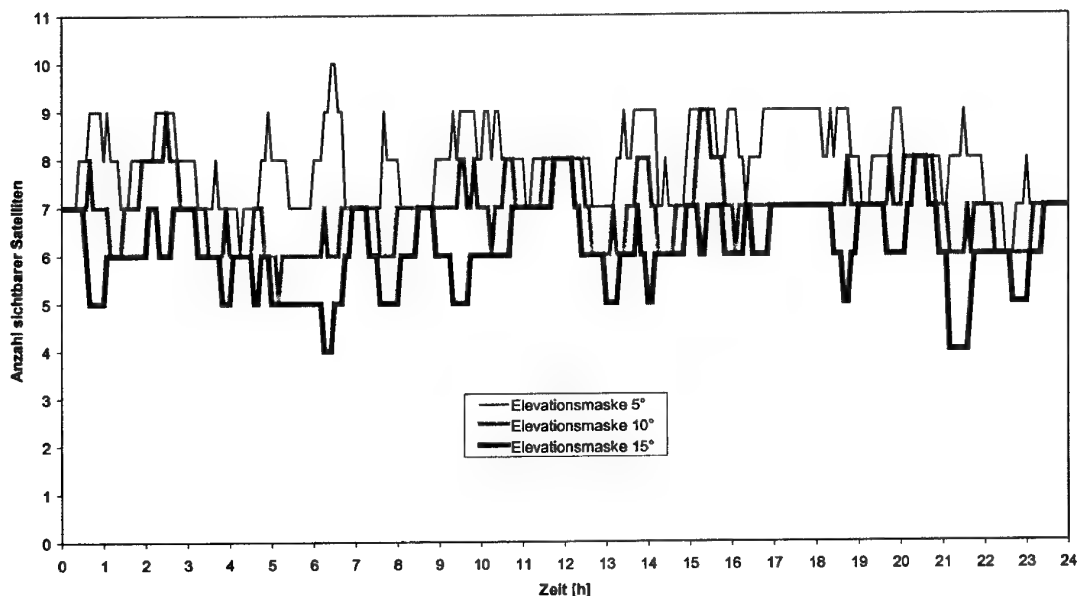


Bild 8.1-1: GPS-Satellitensichtbarkeit am 7.4.1996 bei verschiedenen Elevationsmasken

Die Anzahl sichtbarer Satelliten allein genügt jedoch nicht, um eine Aussage über die Möglichkeit und Genauigkeit einer Positionierung zu machen. Wesentliche Merkmale der Güte einer Konstellation sind die DOP-Werte („Dilution Of Precision“). Generell kann der PDOP („Position DOP“) als geometrisches Maß zur Abschätzung der Positionsgenauigkeit herangezogen werden.

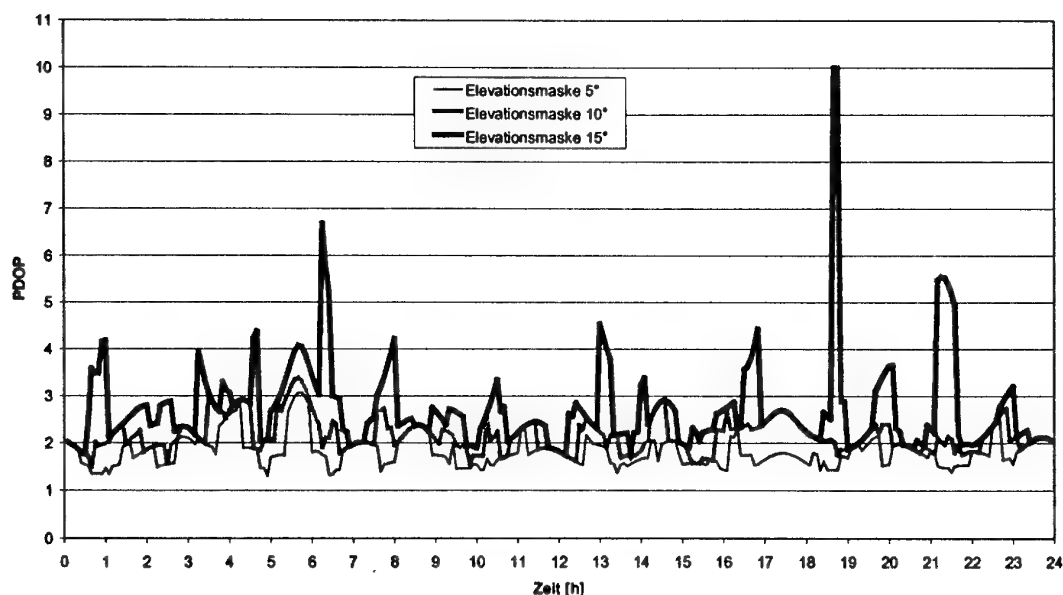


Bild 8.1-2: PDOP bei verschiedenen Elevationsmasken

In Bild 8.1-2 sind daher die entsprechenden PDOP-Werte als Funktion der Zeit dargestellt. Deutlich erkennbar ist die Spitze gegen 18:50 Uhr. Zu diesem Zeitpunkt stehen nur wenige Satelliten über 15° Elevation.

In der folgenden Tabelle 8.1-1 sind einige statistische Werte zusammengefaßt.

Elevationsmaske		Anzahl sichtbarer Satelliten	VDOP	PDOP
5	Mittelwert	7.910	1.099	1.816
	Varianz	0.652	0.055	0.105
10	Mittelwert	6.934	1.323	2.160
	Varianz	0.492	0.068	0.129
15	Mittelwert	6.139	1.742	2.742
	Varianz	0.745	0.772	0.977

Tabelle 8.1-1: Mittelwerte und Varianzen von Anzahl sichtbarer Satelliten, VDOP und PDOP bei unterschiedlichen Elevationsmasken

Die Mindestanzahl der sichtbaren Satelliten zu jedem Zeitpunkt an jedem Ort der Erdoberfläche ist beim GPS-Vollausbau nach Spezifikation in der Regel 4, so daß überall eine Positionierung möglich ist. Es ist jedoch die Frage zu stellen, wie ein Satellitenausfall sich auf etwaige Positionierungen auswirkt. Daher wurde ein willkürlicher Satellit (PRN #1) in der Simulation ausgeschaltet. Die Auswirkungen auf die Anzahl der sichtbaren Satelliten und den PDOP sind in den Bildern 8.1-3 und 8.1-4 zu sehen.

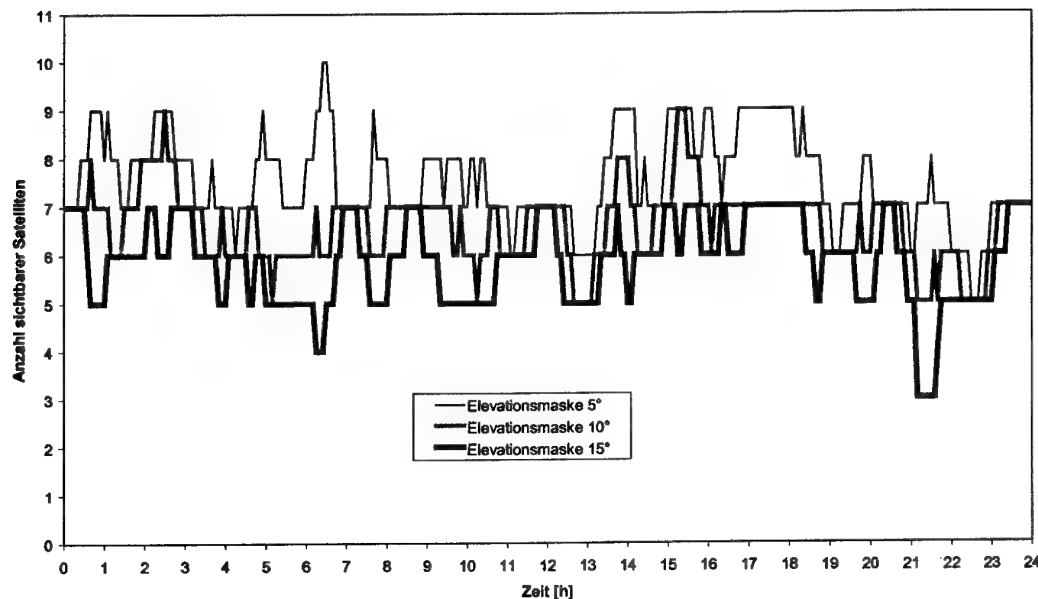


Bild 8.1-3: Anzahl sichtbarer Satelliten bei Ausfall von PRN #1 (nur GPS)

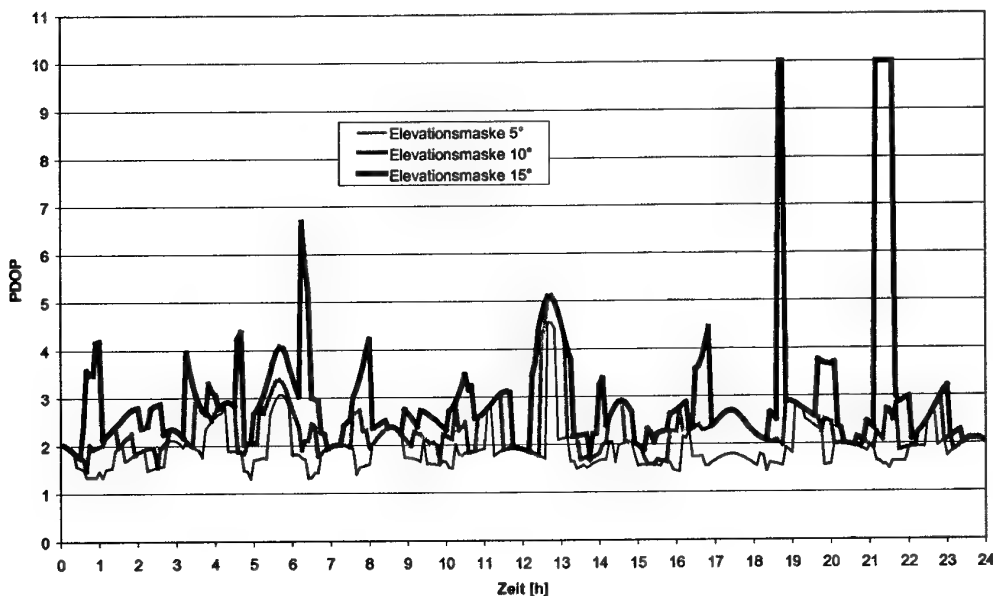


Bild 8.1-4: PDOP bei Ausfall von PRN #1 (nur GPS)

Wie aus den Bildern 8.1-3 und 8.1-4 ersichtlich ist, sind bei 15° Elevationsmaske zwischen 21:00 Uhr und 22:00 Uhr nur drei Satelliten sichtbar, was dazu führt, daß keine Positionierung möglich ist. Der PDOP-Wert für diesen Zeitraum wird unendlich, da die Beobachtungsmatrix nicht invertierbar ist (in der Darstellung in Bild 8.1-4 wurde der maximale PDOP auf den Wert 10 reduziert).

Es ist ebenfalls erkennbar, daß der PDOP selbst für sehr niedrige Elevationsmasken sehr hoch werden kann (12:00 Uhr bis 13:00 Uhr).

Diese Resultate zeigen deutlich, daß es notwendig ist, zusätzlich zu GPS noch weitere Hilfsysteme zu nutzen, wenn eine hohe Integrität und Verfügbarkeit erreicht werden soll.

8.2 Navigation mittels GPS und GLONASS

Eine Möglichkeit GPS zu stützen liegt in der gleichzeitigen Nutzung von GLONASS. Der GLONASS-Almanach vom 7.4.96 enthielt 23 aktive Satelliten, die in den folgenden Berechnungen zugrunde gelegt wurden. Als Standard-Elevationsmaske wird vielfach 7.5° vorgeschlagen, die daher hier verwendet wurde.

Entsprechend der fast verdoppelten Zahl von Satelliten, ist auch die Anzahl der sichtbaren Satelliten praktisch verdoppelt. Wie ebenfalls aus Bild 8.2-1 erkennbar, ist jedoch eine wesentlich größere Schwankung in der Anzahl sichtbarer Satelliten enthalten.

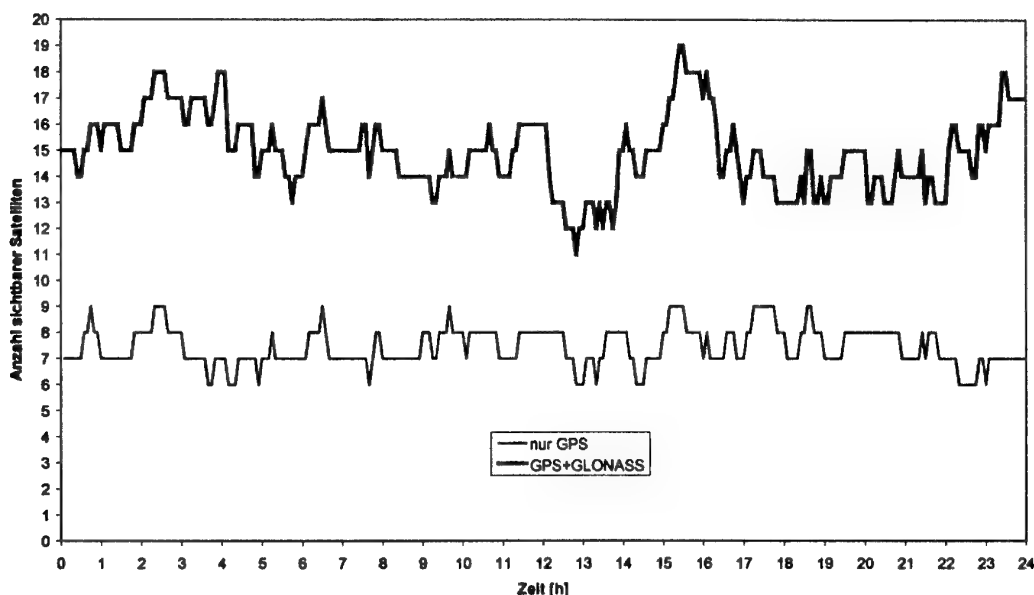


Bild 8.2-1: Satellitensichtbarkeiten für GPS und GPS+GLONASS (Elevationsmaske 7.5°)

Die entsprechenden PDOP-Werte sind in Bild 8.2-2 dargestellt.

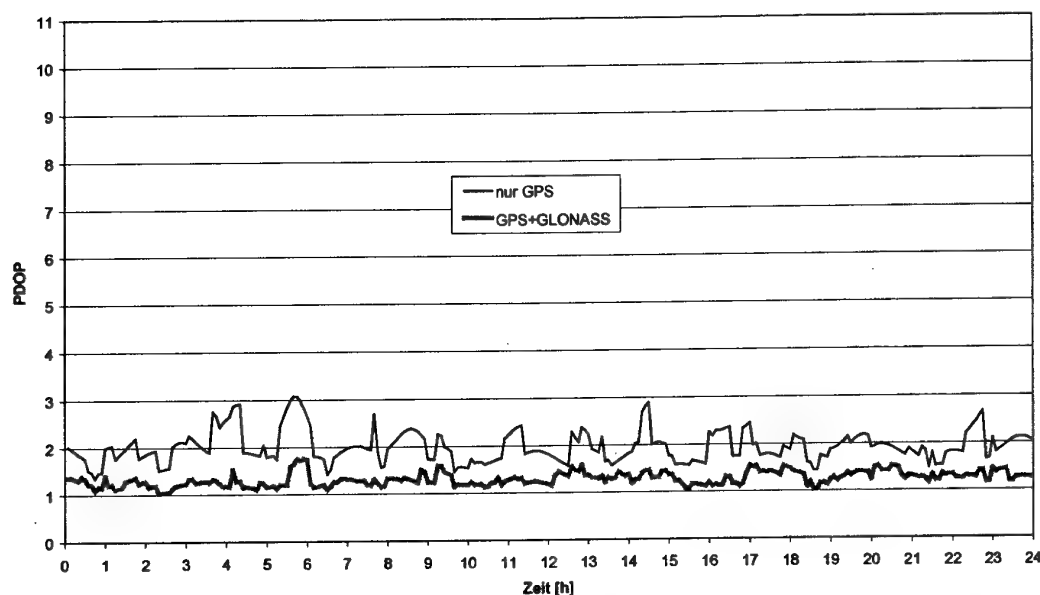


Bild 8.2-2: PDOP bei GPS/GPS+GLONASS (Elevationsmaske 7.5°)

In Tabelle 8.2-1 sind einige statistische Werte zusammengefaßt:

		Anzahl sichtbarer Satelliten	VDOP	PDOP
Nur GPS	Mittelwert	7.437	1.204	1.972
	Varianz	0.538	0.100	0.112
GPS+GLONASS	Mittelwert	14.979	0.781	1.290
	Varianz	2.202	0.012	0.017

Tabelle 8.2-1: Anzahl sichtbarer Satelliten, VDOP und PDOP für GPS und GPS+GLONASS (Elevationsmaske 7.5°)

Die Auswirkung der vielen zusätzlichen GLONASS-Satelliten ist in der Verdopplung des Mittelwertes der sichtbaren Satelliten erkennbar. Jedoch steigt die Varianz ebenfalls erheblich an.

Wie aus den Resultaten erkennbar, erhöht GLONASS die Verfügbarkeit (und auch die Integrität) eines satellitenbasierten Landesystems ganz erheblich. Da die Zukunft des Systems jedoch ungewiß ist, wird es jedoch von der zivilen Luftfahrt (insbesondere von amerikanischer Seite) nicht als integriere Lösung akzeptiert. So ist beispielsweise die Anzahl der GLONASS-Satelliten im Orbit seit April 1996 bis Oktober 1997 wieder auf 13 abgesunken.

8.3 Navigation bei Verwendung von Pseudolites

In den Bildern 8.3-1 und 8.3-2 wurden die Anzahl sichtbarer Satelliten und die PDOP-Werte für GPS und GPS gestützt durch ein einzelnes Pseudolite dargestellt. Für die Betrachtungen im folgenden wurde willkürlich PL #7 des Szenarios (Bild 8-1) ausgewählt.

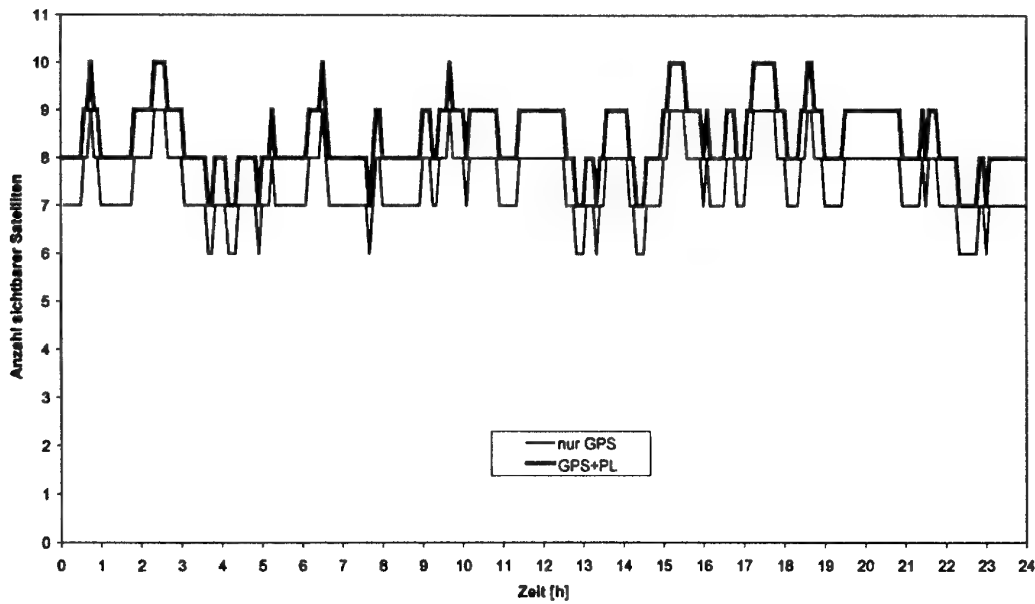


Bild 8.3-1: Anzahl sichtbarer Satelliten bei GPS/GPS+PL (Elevationsmaske 7.5°)

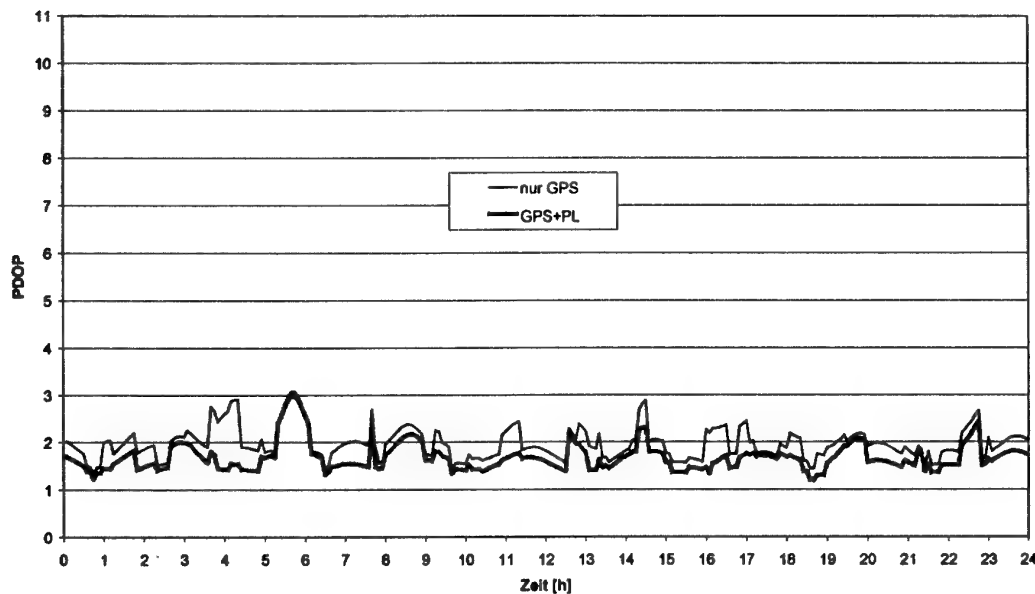


Bild 8.3-2: PDOP bei GPS/GPS+PL (Elevationsmaske 7.5°)

Während die Anzahl sichtbarer Satelliten konstant um eins größer ist als bei GPS allein, ist die Geometrie-Verbesserung von der Konstellation der GPS-Satelliten abhängig.

In Tabelle 8.3-1 sind einige statistische Werte zusammengefaßt:

		Anzahl sichtbarer Satelliten	VDOP	PDOP
Nur GPS	Mittelwert	7.437	1.204	1.972
	Varianz	0.538	0.100	0.112
GPS+PL	Mittelwert	8.437	0.911	1.674
	Varianz	0.538	0.011	0.090

Tabelle 8.3-1: Anzahl sichtbarer Satelliten, VDOP und PDOP für GPS und GPS+PL (Elevationsmaske 7.5°)

Die Auswirkung des einen zusätzlichen Pseudolites bewirkt eine Erhöhung der Satellitensichtbarkeit ohne eine Erhöhung der zugehörigen Varianz, da das Pseudolite als permanent sichtbar angenommen wird. Die VDOP-Verbesserung ist im Mittel nicht ganz so gut wie die VDOP-Verbesserung durch 23 GLONASS-Satelliten, aber die Varianz des VDOP-Wertes ist sogar noch kleiner, was an der besonderen Position des Pseudolites liegt.

9 Zusammenfassung

Die hohe Präzision der Trägerphasenmessungen ermöglicht auch für kinematische Echtzeitanwendungen Positionierungsgenauigkeiten im Zentimeterbereich. Eine notwendige Voraussetzung ist jedoch die Bestimmung der Trägerphasenmehrdeutigkeiten. In den letzten Jahren wurden einige Algorithmen veröffentlicht, die eine effiziente Suche der korrekten Kombination in kürzester Zeit ermöglichen. Eine verbleibende gemeinsame Schwäche aller Algorithmen ist jedoch noch immer die ungenügende Zuverlässigkeit, da systematische Restfehler vor allem nicht modellierter Störeffekte zu einem verfälschten Test und damit irrtümlich zur Akzeptanz einer falschen oder zur Verwerfung einer korrekten Kombination führen können. Eben diese Unzuverlässigkeit ist der Grund, weshalb ein Auswerteverfahren mit Fixierung der Mehrdeutigkeiten für die zivile Navigation (noch) nicht akzeptabel ist. Es bleibt jedoch abzuwarten, ob sich eine solche prinzipiell hochpräzise Navigationsmethode unter verbesserten Randbedingungen, z.B. bei mehreren Trägerfrequenzen mit höheren Codechipraten, bei genügender Sendebandbreite oder unter Zuhilfenahme von GLONASS oder Pseudolites (PL) durchsetzen kann.

Die Integration von GLONASS stellt aufgrund des FDMA ein gewisses Problem für die Mehrdeutigkeitsfixierung dar, weil bei einer doppelten Differenzierung der Beobachtungen entweder der kombinierte Empfängeruhrfehler erhalten bleibt oder die Mehrdeutigkeitsterme ihren Ganzzahligkeitscharakter verlieren, so daß keine Suche im Vektorraum der Ganzzahlen durchgeführt werden kann. Ein anderer denkbarer Ansatz ist, über Multiplikation der doppelt differenzierten Gleichungen mit einem frequenzabhängigen Faktor die Ganzzahligkeit des Mehrdeutigkeitsterms zu garantieren. Leider führt dies auf eine extrem kleine virtuelle Wellenlänge, so daß auch hier keine sinnvolle Anwendung eines Suchverfahrens in Frage kommt. Eine denkbare Lösung dieses Problems ist die Verwendung eines gemischten GPS/GLONASS-Filters, wobei für den GPS-Teil doppelt differenzierte Gleichungen, für den GLONASS-Teil aber nur einfach differenzierte Gleichungen verwendet werden.

Zu dieser Frequenzproblematik bei GLONASS kommt, daß die politische Zukunft von GLONASS zum augenblicklichen Zeitpunkt unvorhersehbar ist. Vom Betreiber wird keinerlei Garantie über die zukünftige Verfügbarkeit der Navigationssignale übernommen.

Die Untersuchung von Pseudolites hingegen stellt ein aktuell heiß diskutiertes Thema dar. Im Moment sieht die ICAO („International Civil Aviation Organisation“) die Verwendung von Pseudolites für CAT-II und CAT-III Präzisionslandungen vor. Für CAT-I Landungen hofft man, ohne PL-Unterstützung auszukommen, daher sind PLs für CAT-I optional. Ob die hohen Anforderungen bezüglich Integrität und Verfügbarkeit jedoch ohne PLs erreichbar sind, ist zum gegebenen Zeitpunkt noch unklar.

Die vorliegende Arbeit dokumentiert die Entwicklung eines hochpräzisen Navigationssystems, welches zum Teil im Rahmen eines DARA-Projektes entstand. Zunächst wurden die wesentlichen Beobachtungstypen kurz hergeleitet, die mit einem herkömmlichen GPS-Empfänger möglich sind, und in der Regel als Rohdaten nach außen hin verfügbar sind. Daran schloß sich eine Identifizierung möglicher Fehlereinflüsse an, die auf die Messungen wirken. Diese Einflüsse müssen in geeigneter Weise modelliert werden, um die gewünschte hohe Genauigkeit im Zentimeterbereich zu erzielen.

Wesentlich zur Erreichung der geforderten Präzision ist die Auswertung des Phasensignals, welches als sehr genaue Entfernungsmessung interpretiert werden kann. Dieses Signal ist jedoch mehrdeutig im Hinblick auf die Anzahl der Wellenlängen zwischen Satellit und Empfänger. Ein zentraler Punkt der vorliegenden Arbeit ist daher der Vergleich unterschiedlicher Methoden zur Bestimmung dieser Mehrdeutigkeiten im kinematischen Fall.

Dazu wurden innerhalb dieser Arbeit verschiedene Ansätze zur Bestimmung der korrekten Mehrdeutigkeitskombinationen analysiert. Darüber hinaus wurde ein neuer Algorithmus zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten entwickelt, der mit anderen existierenden Verfahren vergleichbar ist. Dabei ist die Zielstellung, die Minimierung einer diophantischen L^2 -Norm, identisch mit denen anderer Algorithmen. Neu dagegen ist die Suchstrategie, welche auf einer Implementierung einer Baumsuche nach dem Best-First-Prinzip basiert. Dadurch ist es möglich eine optimale Baumsuche durchzuführen, und so Teilkombinationen mit zu großen Residuen frühzeitig zu verwerfen. Der Preis dieses Verfahrens liegt im benötigten Speicherbereich, der für eine nach Teilresiduen sortierte Liste der Teilkombinationen vorgesehen werden muß. Als zusätzlicher Rechenaufwand ergeben sich Vergleichsoperationen zum Sortieren der Liste, welche aber in weit kürzerer Zeit durchgeführt werden können, als arithmetische Operationen auf Fließkommazahlen.

Ein weiterer Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Integration von Pseudolites (PLs). Durch die besondere geometrische Situation des PL-Senders am Boden ergeben sich etliche physikalische Verhältnisse, die bei Satelliten nicht auftreten. Beispielsweise werden troposphärische Fehler durch Differenzbildung nicht eliminiert. Je nach relativer Geometrie zwischen Referenzstation, PL und Nutzer können sich etwaige „Orbitfehler“ des PLs durch Differenzbildung sogar verstärken. Da das PL-Signal für einen an einen Flughafen anfliegenden Nutzer von „unten“ kommt, spielt der Antenneneinbauort im Flugzeug eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Die Vorteile eines PLs sind im wesentlichen die sichere Verfügbarkeit eines zusätzlichen „Satelliten“ als Entfernungsquelle, der außerdem keine künstliche Signalverschlechterung (wie S/A bei GPS) erfährt. Darüber hinaus müssen keine ionosphärischen Störeffekte berücksichtigt werden, da das PL-Signal nur durch den unteren Teil der Atmosphäre verläuft.

Eines der großen Probleme bei der Verwendung von PLs ist die sehr hohe Signaldynamik, die der Nutzerempfänger während eines Anflugs bis hin zur Landung erfährt (bekannt als „Near-Far“-Problem). Durch die hohe Signalstärke, die notwendig ist um das Signal eines PL in 30 km Distanz zu akquirieren und zu verfolgen, ist ein GPS-Empfang im Nahbereich des PL ohne besondere Vorkehrungen, d.h. eine besondere Signalstruktur, nicht möglich. Daher wird seit einiger Zeit versucht, das Problem über TDMA („Time Division Multiple Access“) zu lösen. Dabei wird das PL-Signal nur für jeweils kurze Zeit mit entsprechend hoher Leistung abgestrahlt („gepulst“). In der verbleibenden Zeit steht dem Empfänger ein nicht beeinträchtigtes GPS-Signal zur Verfügung, so daß ein simultaner GPS/PL-Empfang möglich ist.

Die Auswirkungen dieser gepulsten Signale auf einen GPS/PL-Empfänger wurden im Rahmen dieser Arbeit erstmals genauer analysiert. Es wird gezeigt, daß bei Korrelation eines Pulses mit dem im GPS/PL-Empfänger generierten Referenzsignal aufgrund der Unsymmetrie der Teilkorrelationsfunktion durchaus Verfälschungen der Codemessungen verursacht werden können. Dies spricht einerseits für ein Pulsschema mit möglichst vielen kurzen Pulsen, um ein möglichst gleichmäßiges Signal zu erzielen. Andererseits wird gezeigt, daß eine möglichst lange Korrelationszeit der PL-Empfänger wesentlich zur Güte der PL-Codemessung beiträgt. Daher sind nichtkohärent arbeitende Empfänger besser geeignet als kohärente Empfänger, deren Korrelationszeit durch die Dauer eines Datenbits nach oben beschränkt ist.

Um das Codespektrum nicht durch ein ungünstiges (zu regelmäßiges) Pulsschema zu deformieren bzw. Teilbereiche des Spektrums nicht zu sehr zu verstärken, sollte außerdem von einer pseudo-zufälligen Verteilung vieler kurzer Pulse Gebrauch gemacht werden. Dadurch wird ein Signal erzeugt, das einem gewöhnlichen kontinuierlichen Signal noch ähnlicher ist. Bei –relativ zu den Pulsen gemessenen – langen Integrationszeiten der Empfänger ist anzunehmen, daß die Auswirkungen auf eine Code- und Phasenmessung gering sind. Die Generierung eines solchen Pulsschemas kann ebenso über rückgekoppelte Schieberegister realisiert werden, wie die Gold-code-Generierung in GPS-Satelliten.

Schließlich wurde die vorliegende Arbeit durch verschiedene Tests und Ergebnisse mit dem hier entwickelten hochpräzisen Navigationssystem abgerundet. Einerseits wurden Tests ausgewählt, welche die hohe Präzision des Systems im Zentimeterbereich verifizieren sollen. Andererseits wurden diverse Vergleiche implementierter Verfahren angeführt, die Güte einer Positionslösung in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern darzustellen.

A Hardwarekomponenten des Navigationssystems

In diesem Anhang wird auf die notwendigen Hardwarekomponenten eingegangen, die notwendig sind, um das Navigationssystem in Echtzeit verwenden zu können. Neben den Satellitenempfängern sind Prozessierungseinheiten sowie ein geeigneter Datenlink (z.B. VHF-Datenlink) von der Referenzstation zum Nutzer notwendig.

Im Fall, daß Pseudolites verwendet werden, könnte der separate Datenlink auch entfallen, wenn die Korrekturdaten über das L_1 -Signal des PL gesendet werden. Die theoretischen Überlegungen zum Pulsschema in Unterkapitel 6.3 zeigen jedoch, daß das PL-Signal als Datenlink für DGPS-Korrekturdaten eher ungeeignet ist.

Die im folgenden beschriebenen Hardwareanforderungen betreffen nur den Echtzeit-Betrieb des Systems. Für Auswertungen nach den Testmissionen („Postprocessing“), genügt lediglich eine Prozessierungseinheit (PC) zur Auswertung der aufgezeichneten Daten.

A.1 Hardwarekomponenten der Referenzstation

Die Referenzstation hat primär die beiden Aufgaben, Rohdaten aufzunehmen und diese über einen geeigneten Datenlink zum Nutzer zu senden. Der Nutzer errechnet sich anhand der bekannten Referenzposition Korrekturdaten für die einzelnen Satellitenmessungen und bringt diese Korrekturen an seinen eigenen Messungen an, bevor er die Positionierung durchführt. Wahlweise können die Rohdaten der Referenzstation auch für eine differentielle Auswertung (DGPS) genutzt werden.

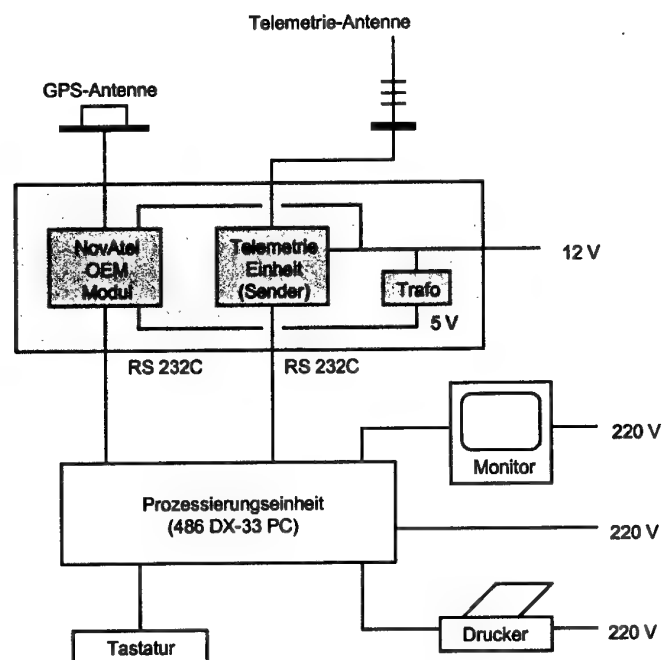


Bild A.1-1: Schematischer Hardwareaufbau einer Referenzstation

Bild A.1-1 zeigt den schematischen Aufbau einer einfachen Referenzstation.

Wenn nur die Rohdaten (anstelle berechneter Korrekturen) zum Nutzer übertragen werden sollen, wird die Prozessiereinheit einschließlich aller Peripheriegeräte nicht benötigt. Es genügt dann, die Datenausgabe am GPS-Empfänger (RS 232C Schnittstelle) direkt in den Telemetrie-Sendereingang zu leiten. Für eine operationelle Referenzstation müssen jedoch eine Kontrollfunktion sowie Konfigurations- und Steuermöglichkeiten vorgesehen werden.

A.2 Hardwarekomponenten des Nutzers

GPS wurde von den Amerikanern so konzipiert, daß auf Nutzer-Seite möglichst geringer Aufwand an Hardware und Software (und damit an Kosten) notwendig ist. Prinzipiell genügen die folgenden Komponenten, um ein differentielles, satellitenbasiertes Navigationssystem nutzen zu können:

- Satellitenempfänger mit Antenne und Vorverstärker
- Prozessierungseinheit (z.B. Laptop-PC mit Timer-Karte)
- Datenlink-Empfangsgerät (z.B. VHF-Funkmodem)

In Bild A.2-1 ist der schematische Hardwareaufbau des Nutzers dargestellt.

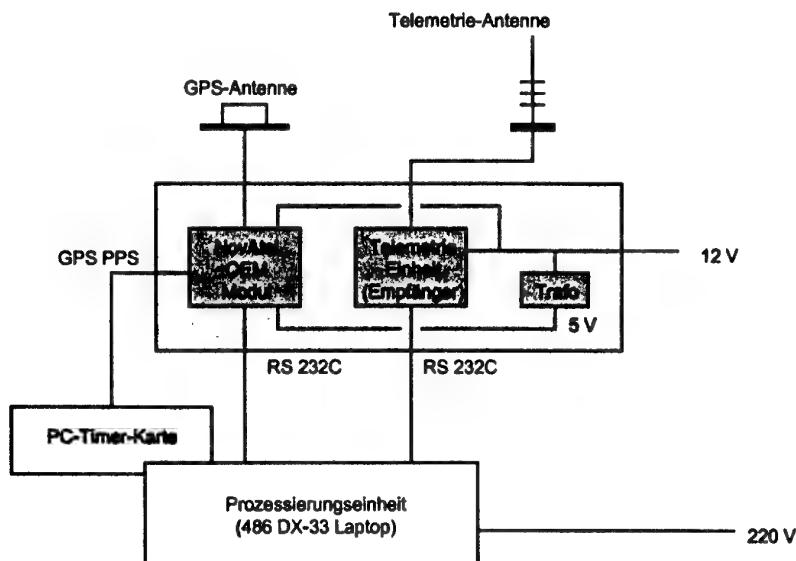


Bild A.2-1: Schematischer Hardwareaufbau des Nutzers

Die Timer-Karte und die Auswertung des GPS PPS („Pulse Per Second“) sind notwendig, um die Echtzeitfähigkeit des Navigationssystems zu gewährleisten. Da die Meßepoche des Empfängers bereits veraltet ist, wenn die Meßdaten im PC ausgewertet werden können, wird der Zeitunterschied zwischen Meßepoche im Empfänger und Ende der Datenprozessierung im PC benötigt. Über die bei der Auswertung der Daten geschätzte Geschwindigkeit des Nutzers kann so die Position über den Zeitraum dieses Zeitintervalls präzisiert werden.

B Softwarekomponenten des Navigationssystems

Das innerhalb dieser Arbeit entstandene Softwarepaket PHARAO (Phase Ambiguity Resolution Applications On-The-Fly) ist ein kinematisches DGPS/DGLONASS/DAPL Navigationssystem, das in Echtzeit Zentimetergenauigkeiten erreichen kann. Die Prozessierung ist sowohl in Echtzeit wie auch mit aufgezeichneten Daten („Postprocessing“) möglich. Das sehr flexibel konfigurierbare System erlaubt neben verschiedenen Auswertemethoden, wie Absolutpositionierung, Einfachdifferenz- sowie Zweifachdifferenz-Positionierung, auch die Verwendung von Ein- oder Zweifrequenzdaten und unterstützt verschiedene Empfängertypen (NovAtel, Trimble, Ashtech etc.). Im folgenden werden der Softwareaufbau sowie die wichtigsten Algorithmen grob skizziert. Eine detailliertere Darstellung ist *Werner (1997)* zu entnehmen.

Die Zielstellung bei der Entwicklung des Systems war nicht, ein operationelles ziviles Navigationssystem zu entwickeln, welches den hohen Anforderungen an Genauigkeit, Integrität, Verfügbarkeit und Kontinuität genügt, sondern vielmehr die Erstellung eines operationellen Testsystems, mit dessen Hilfe die Möglichkeiten und Grenzen der Trägerphasenauswertung in der Bewegung untersucht werden sollte.

Implementiert wurde PHARAO unter MSDOS 6.0 in Borland C/C++ (Compiler V3.1). Die meisten Softwaremodule genügen dem ANSI Standard und können so leicht auf andere Plattformen portiert werden. Einige Module jedoch, insbesondere die Schnittstellen-Module (zur Datenakquisition und Darstellung auf dem Bildschirm), müssen bei einer Portierung neu geschrieben werden. Aufgrund des objektorientierten Charakters von C++ können diese relativ leicht ausgetauscht werden.

B.1 Modularer Softwareaufbau

Die Software wurde gemäß ihrer Funktionalität in verschiedene Module gruppiert, wobei die Module im wesentlichen C++-Klassen entsprechen. Bild B.1-1 zeigt das Softwaredesign.

Das Herzstück von PHARAO, welches die Echtzeitfähigkeit des Systems gewährt, ist das Hauptkontroll-Modul, von dem aus alle Unterrouinen angesteuert werden.

Die empfangenen Daten kommen im Echtzeit-Betrieb zunächst über die seriellen Schnittstellen des Prozessierungsrechners ins System. Dort werden sie weitergeleitet an das Decoder-Modul. Hier werden die Daten decodiert und entsprechende Rohdatenstrukturen (für Messungen, Ephemeriden, etc.) gefüllt. Die Synchronisation der beiden Datenströme erfolgt im Hauptkontroll-Modul. Nach entsprechenden Troposphären- und Ionosphärenkorrekturen (basierend auf gegebenen Atmosphärenparametern oder nach ICAO Standardmodell bzw. Klobuchar-Modell nach *ICD GPS-200*) werden die Daten in der Positionierungsroutine ausgewertet. Die Positionierung erfolgt über einen Kalman-Filter, der eine gemeinsame Auswertung von Code- und Trägerphasenmessungen ermöglicht. Anschließend an die somit entstandene „Float“-Lösung (die Trägerphasenmehrdeutigkeiten wurden als Fließkommawerte geschätzt), wird eine Mehrdeutigkeitsbestimmung durchgeführt. Vom Ergebnis der Mehrdeutigkeitssuche und des anschließend stattfindenden Signifikanztests hängt ab, ob die Mehrdeutigkeiten fixiert und damit eine Trägerphasenlösung höchster Genauigkeit erreicht werden kann. Ist dies nicht möglich, so bleibt die Float-Lösung als bestes mögliches Ergebnis erhalten.

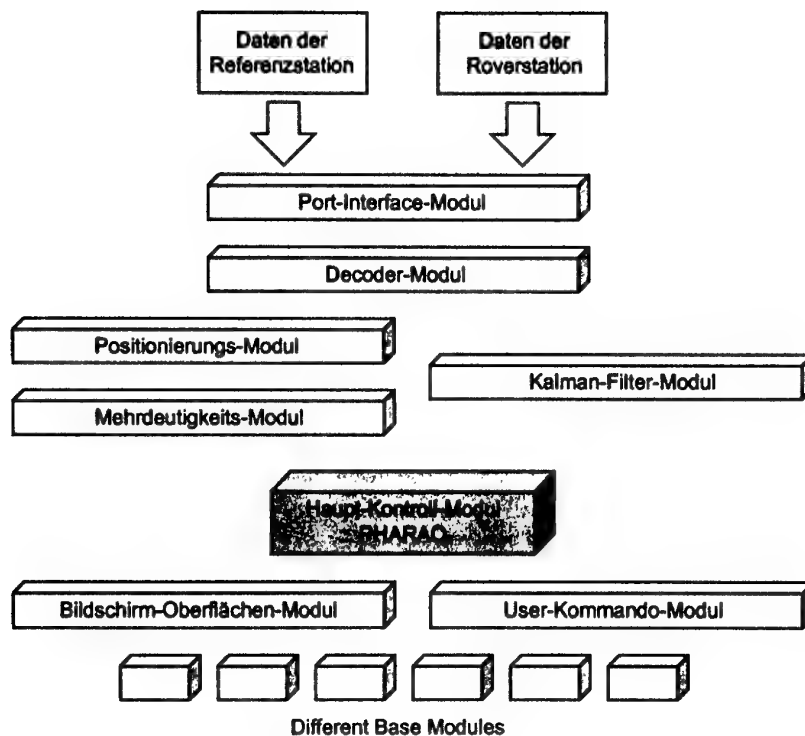


Bild B.1-1: PHARAO Software Design

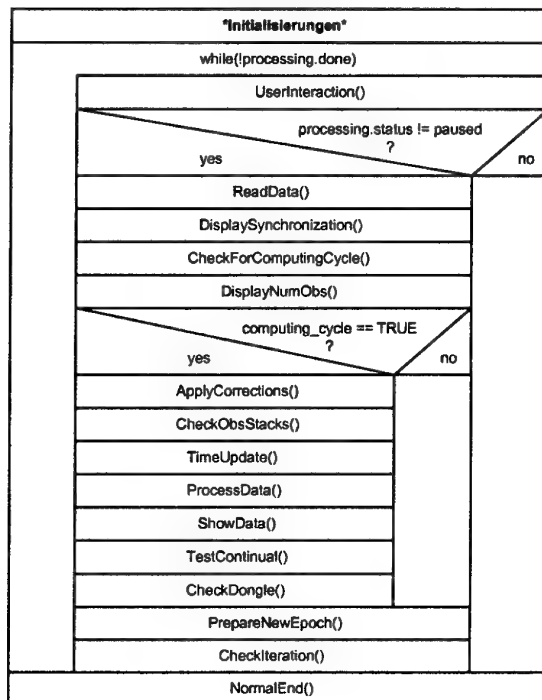
Alle wesentlichen Ergebnisse und Statusmeldungen des Systems werden graphisch am Bildschirm dargestellt und zur späteren Analyse in einer Logging-Datei gespeichert. Während des Systemlaufs sind beständig Eingaben eines Operators (Testers) per Tastatur möglich. Es können so interaktiv die Auswertemethode geändert, unterschiedliche Detailinformationen abgefragt oder verschiedene Logging-Mechanismen angestoßen werden.

Der Kern der eigentlichen Prozessierung befindet sich verteilt im Positionierungsmodul und im Mehrdeutigkeits-Modul. Weitere wichtige Bestandteile sind der implementierte Kalman-Filter sowie der „Time-Update“ (im Hauptkontroll-Modul), in dem die letzte berechnete Position über eine Trägerphasen-Dreifachdifferenz aufdatiert wird.

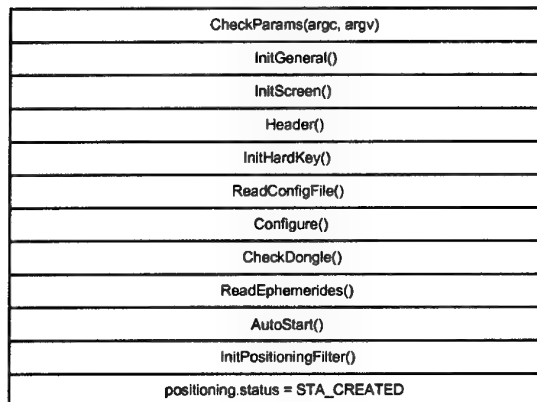
B.2 Nassi-Shneiderman-Diagramme

Im folgenden sind die wichtigsten Algorithmen des Navigationssystems in Nassi-Shneiderman-Diagrammen schematisch dargestellt. Funktionsaufrufe und Anweisungsblöcke, die jeweils nochmals detailliert dargestellt sind, sind durch Fettdruck hervorgehoben.

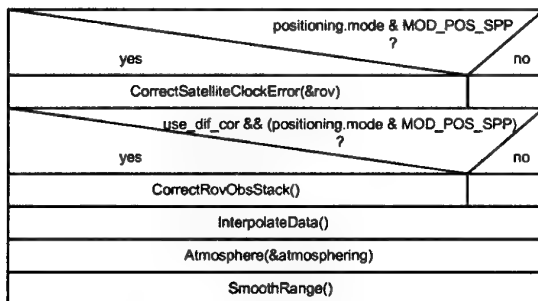
PHARAO Hauptschleife
main(argc, argv)



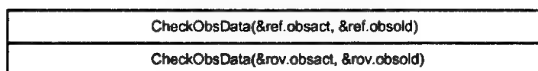
Initialisierungen



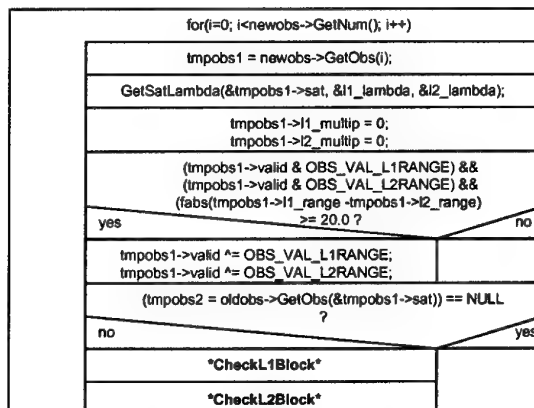
void ApplyCorrections(void)

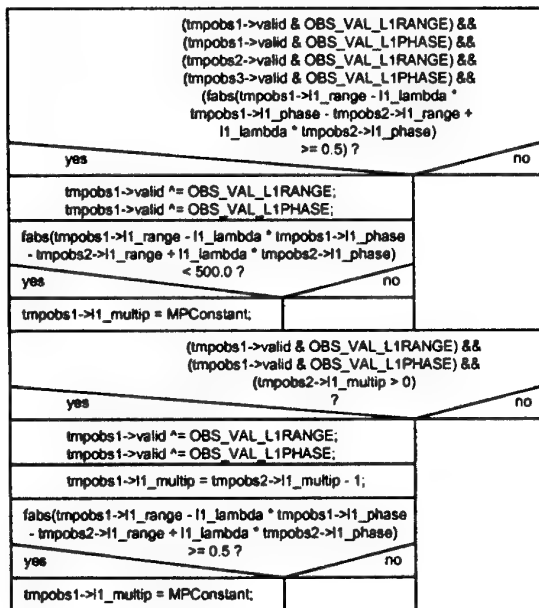
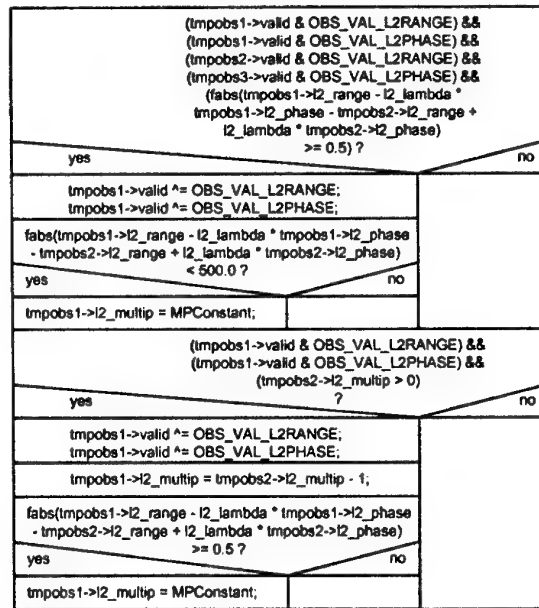
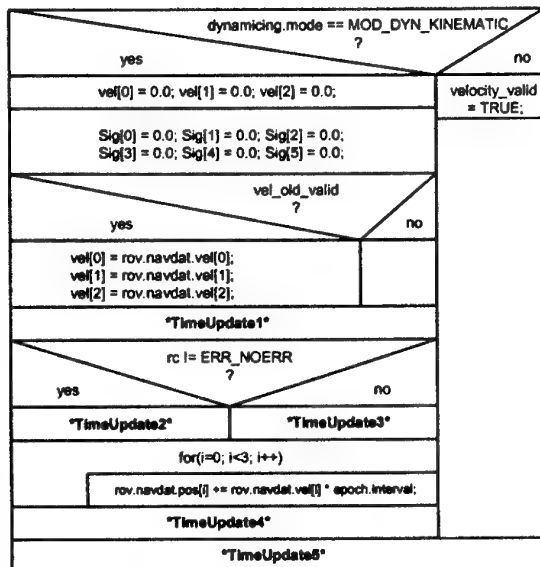
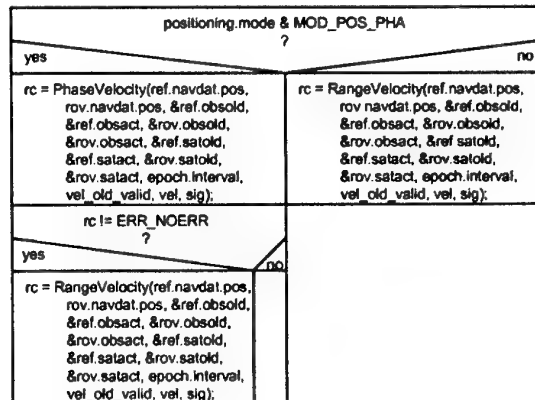


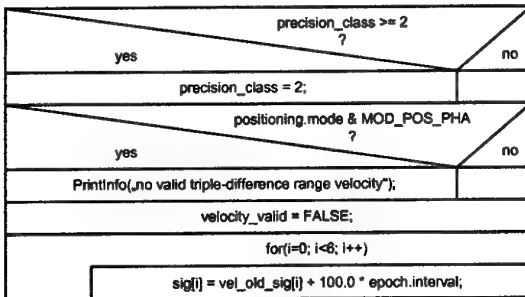
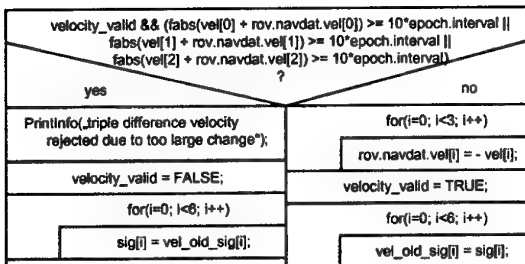
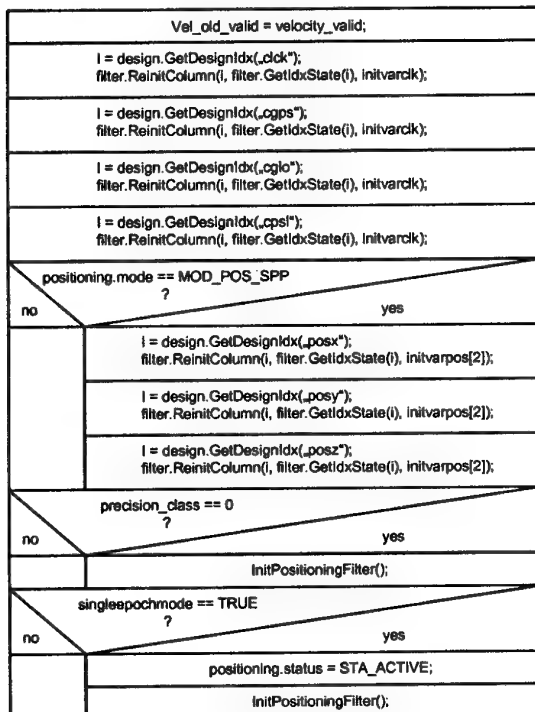
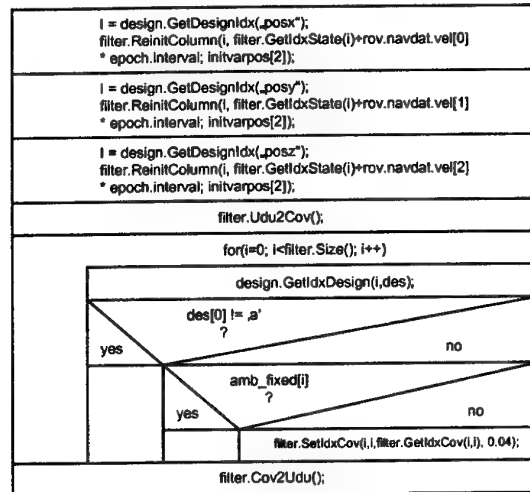
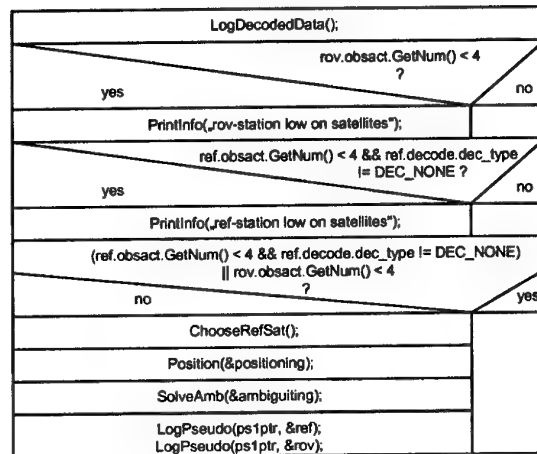
void CheckObsStacks(void)

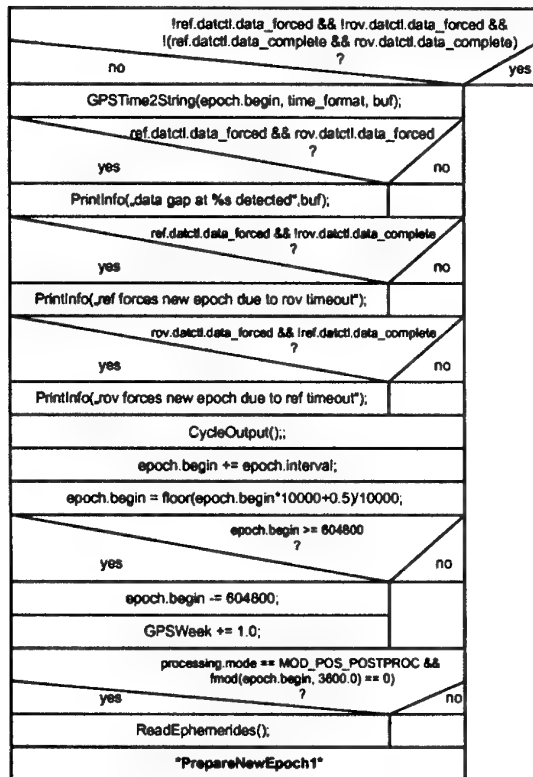
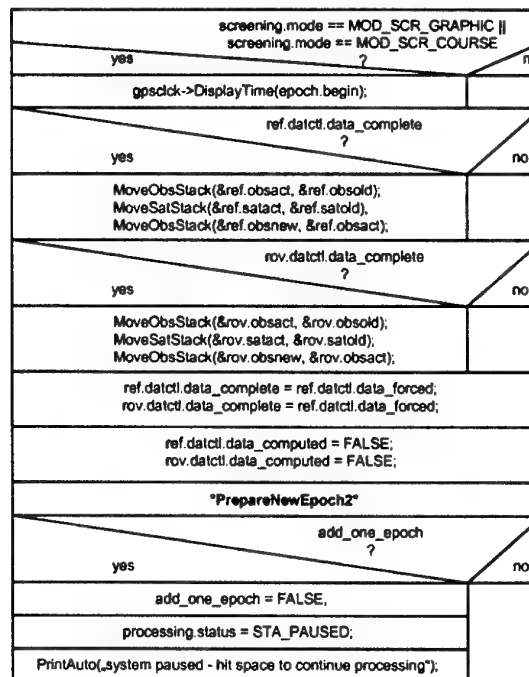
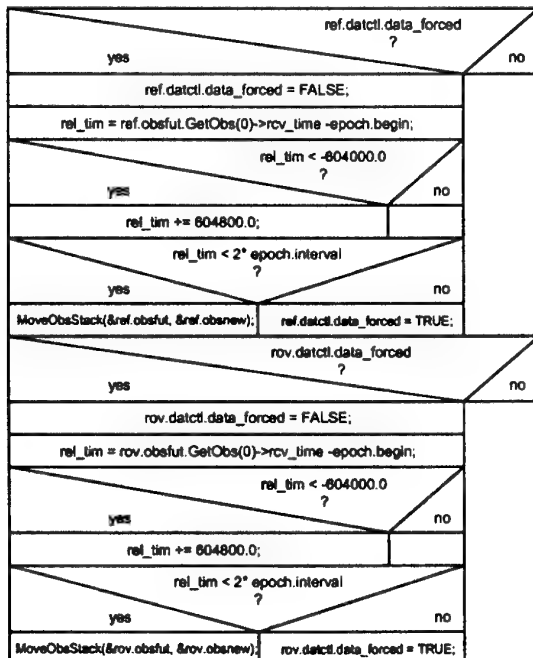
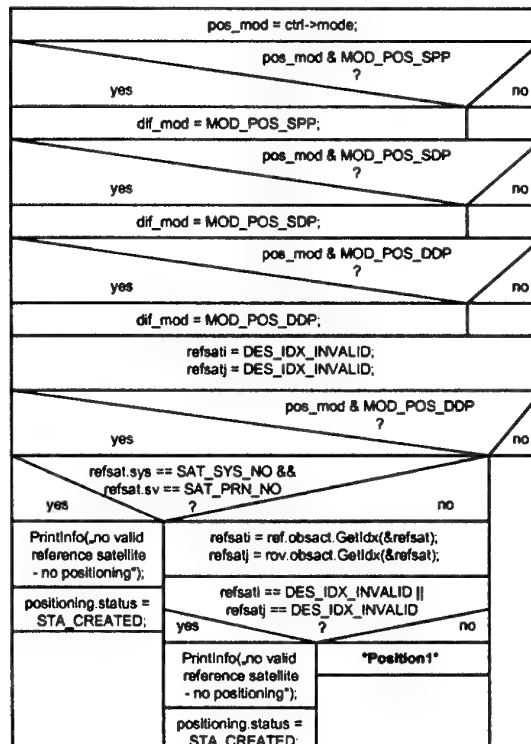


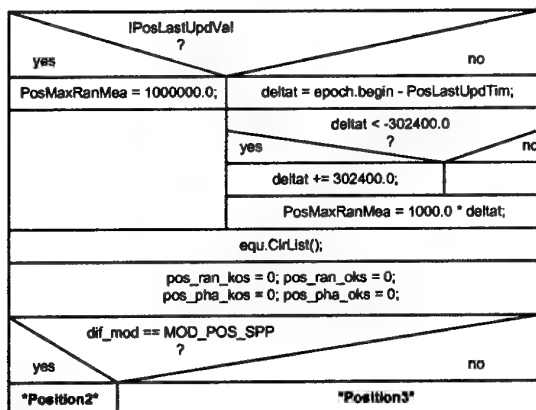
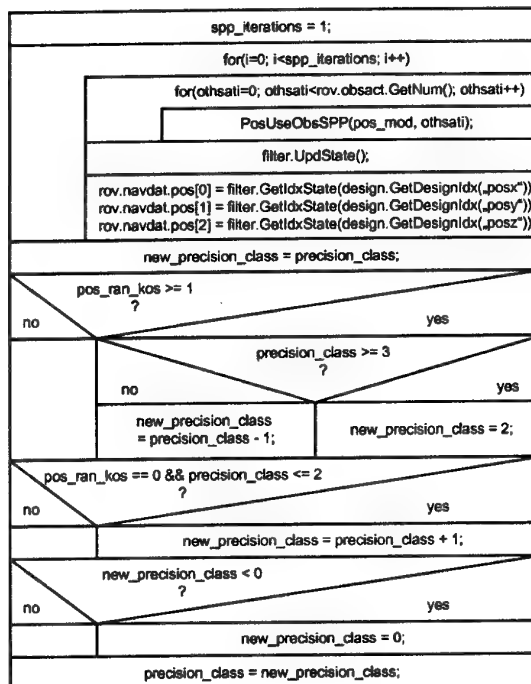
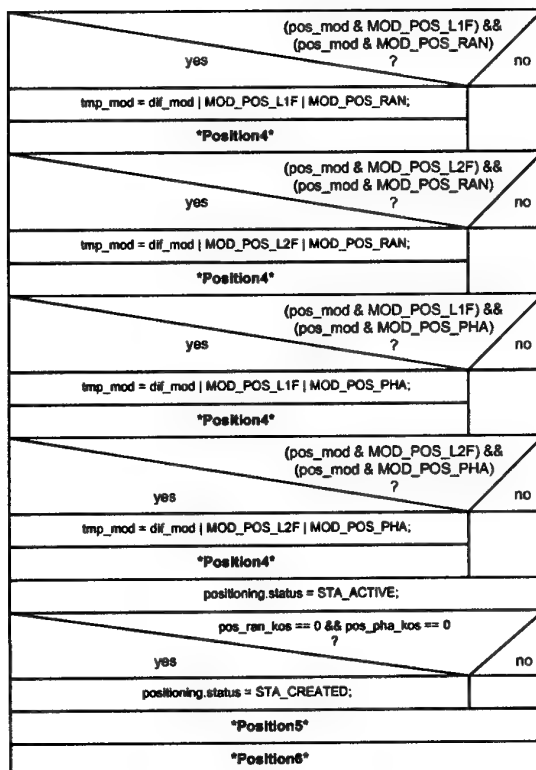
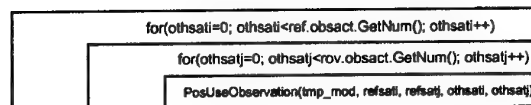
**void CheckObsData(class ObsStack *newobs,
class ObsStack *oldobs)**

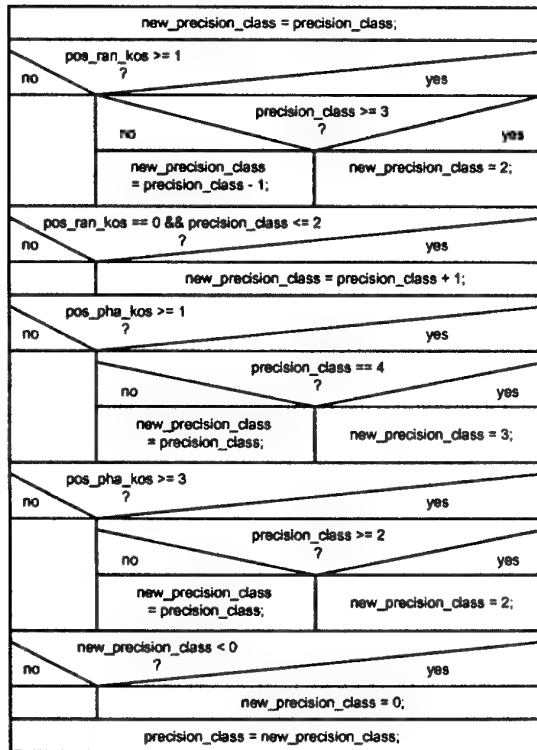
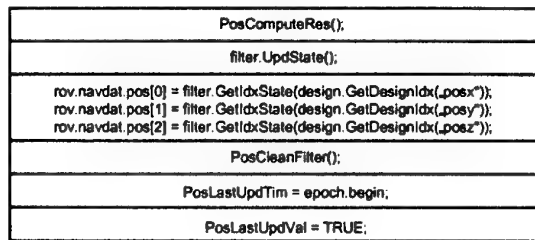
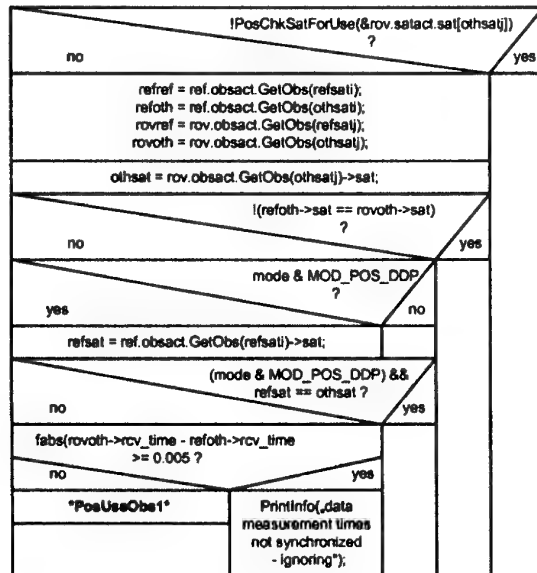
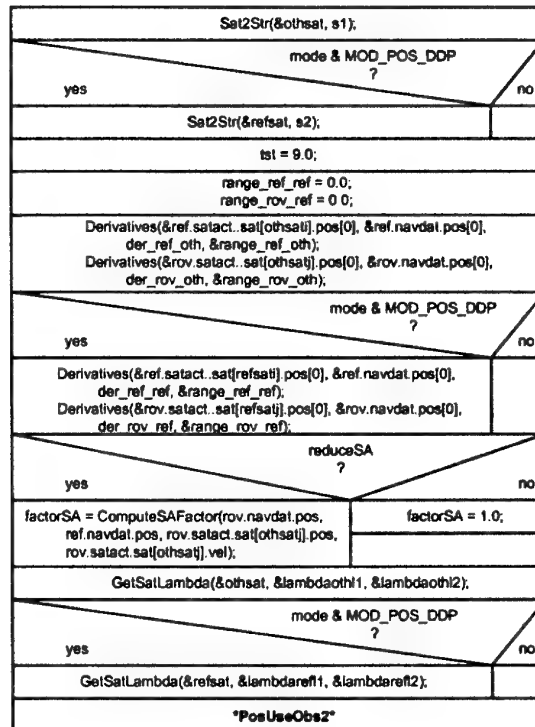


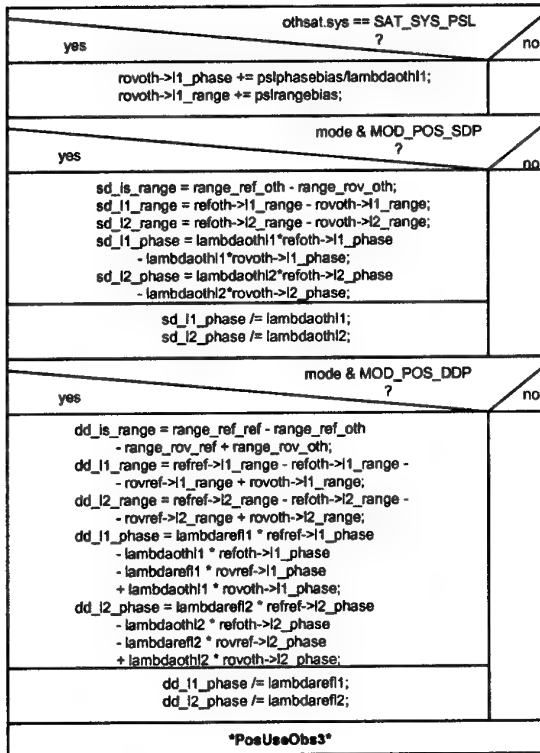
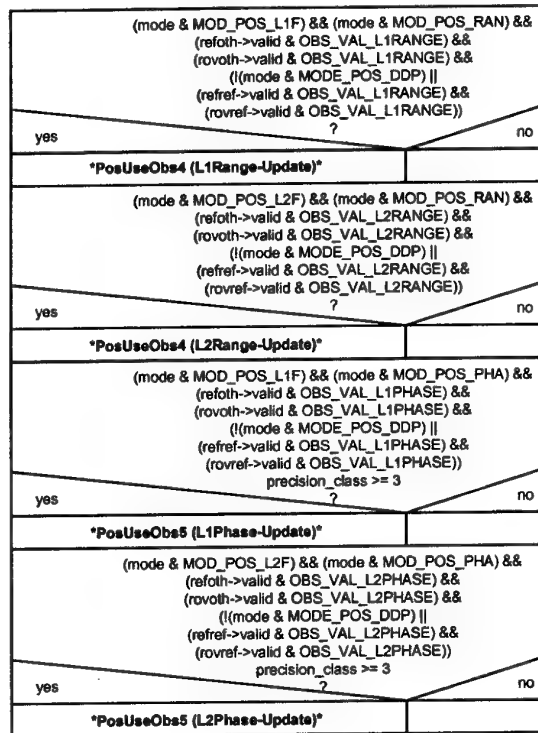
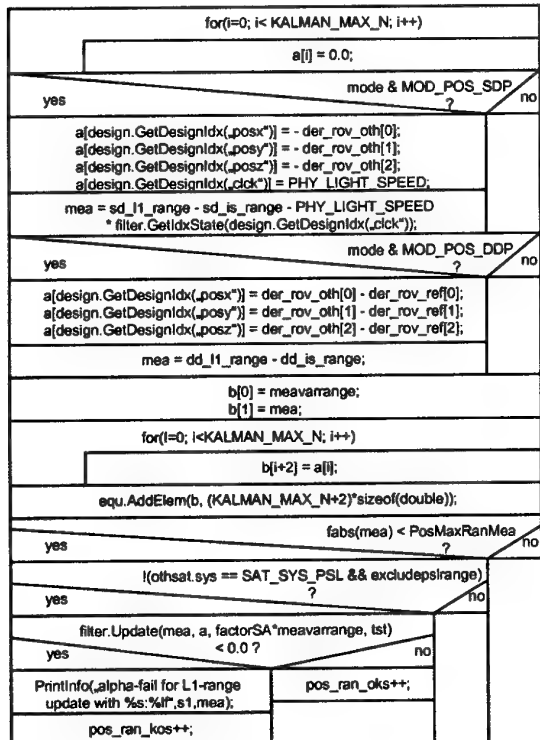
CheckL1Block***CheckL2Block*****void TimeUpdate(void)*****TimeUpdate1***

TimeUpdate2***TimeUpdate3******TimeUpdate5******TimeUpdate4*****void ProcessData(void)**

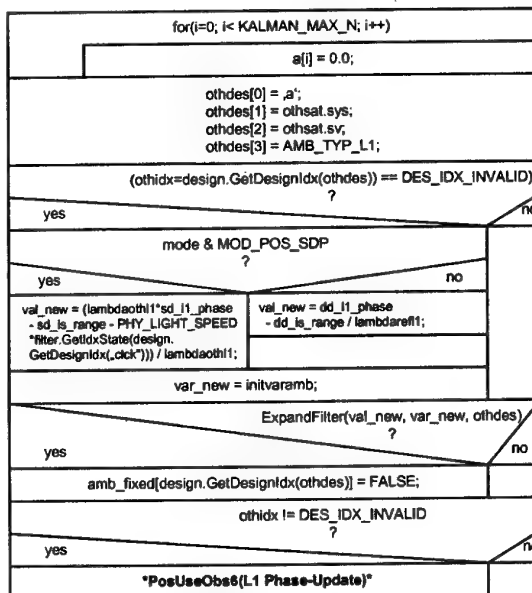
void PrepareNewEpoch(void)***PrepareNewEpoch1******PrepareNewEpoch2*****void Position(struct procctrl *ctrl)**

Position1***Position2******Position3******Position4***

Position5***Position6*****void PosUseObservation(int mode,
int refsat, int refsatj, int othsat, int othsatj)*****PosUseObs1***

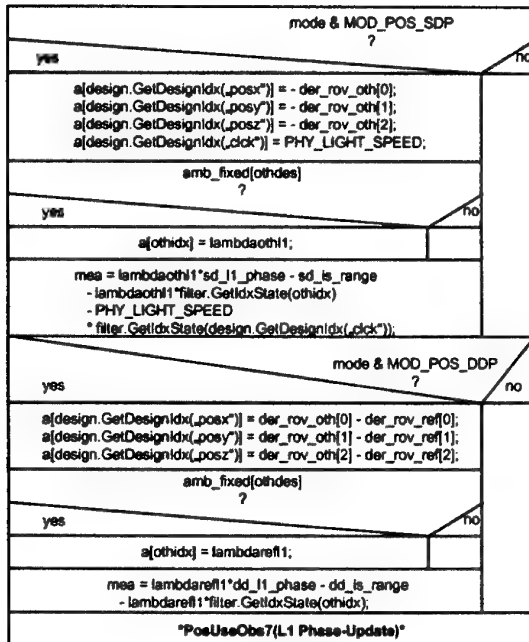
PosUseObs2***PosUseObs3******PosUseObs4(L1 Range-Update)******PosUseObs4(L2 Range-Update)***

(siehe *PosUseObs4(L1 Range-Update)*
und ersetze L1 jeweils durch L2)

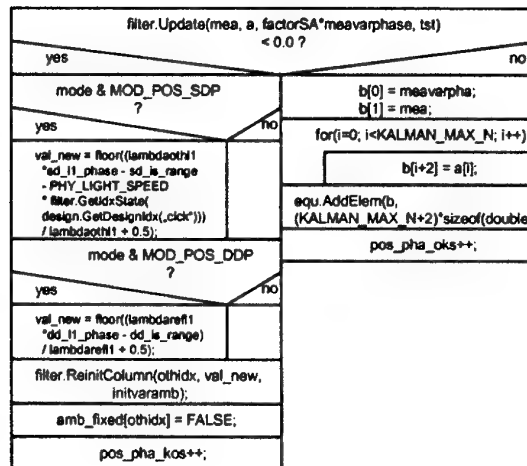
PosUseObs5(L1 Phase-Update)

PosUseObs5(L2 Phase-Update)

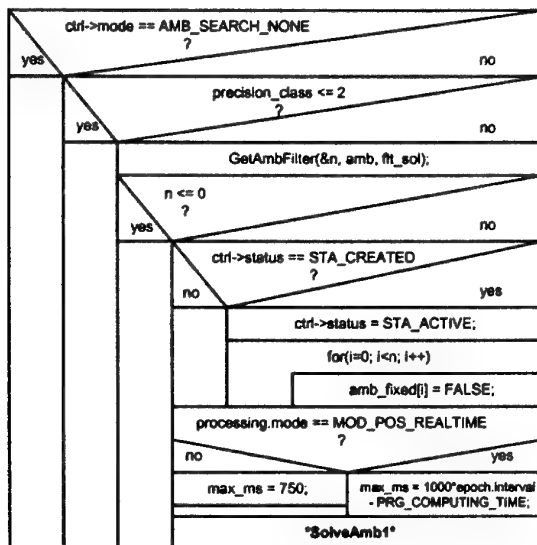
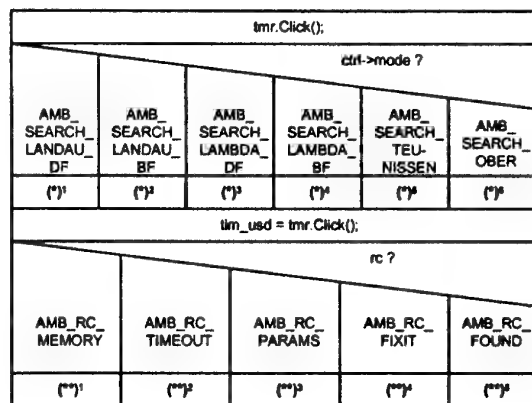
(siehe *PosUseObs5(L1 Phase-Update)*
und ersetze L1 jeweils durch L2)

PosUseObs6(L1 Phase-Update)***PosUseObs6(L2 Phase-Update)***

(siehe *PosUseObs6(L1 Phase-Update)*
und ersetze L1 jeweils durch L2)

PosUseObs7(L1 Phase-Update)***PosUseObs7(L2 Phase-Update)***

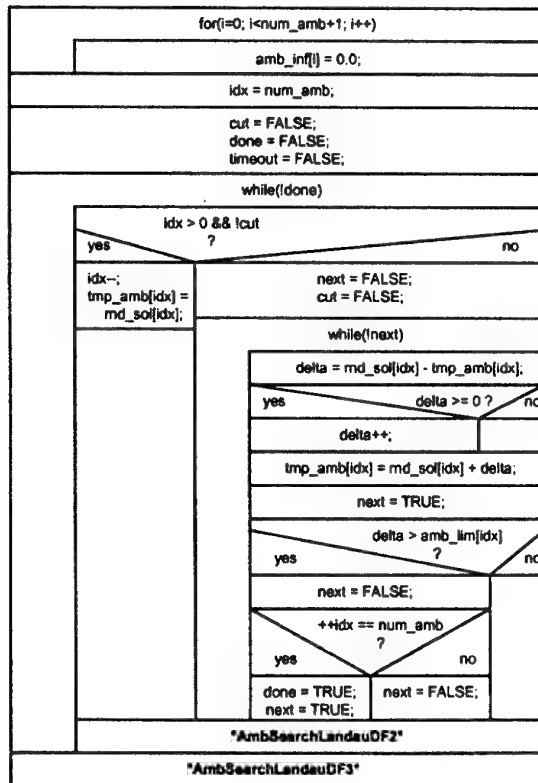
(siehe *PosUseObs7(L1 Phase-Update)*
und ersetze L1 jeweils durch L2)

void SolveAmb(struct procctrl *ctrl)***SolveAmb1***

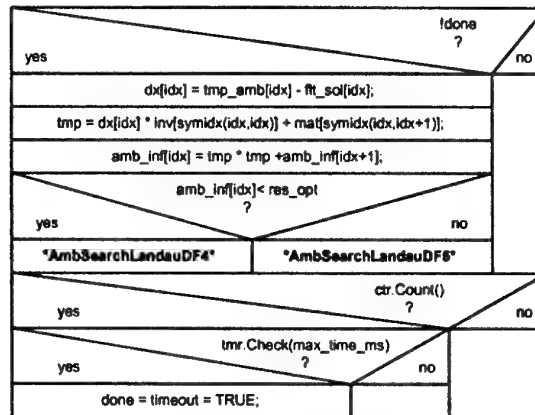
(*)¹: rc = AmbSearchLandauDF(n, amb, fit_sol, int_sol, max_ms);
(*)²: rc = AmbSearchLandauBF(n, amb, fit_sol, int_sol, max_ms);
(*)³: rc = AmbSearchLambdaDF(n, amb, fit_sol, int_sol, max_ms);
(*)⁴: rc = AmbSearchLambdaBF(n, amb, fit_sol, int_sol, max_ms);
(*)⁵: rc = AmbSearchTeunissen(n, amb, fit_sol, int_sol, max_ms);
(*)⁶: rc = AmbSearchOber(n, amb, fit_sol, int_sol, max_ms);

(**)¹: *SolveAmb(AMB_RC_MEMORY)*
(**)²: *SolveAmb(AMB_RC_TIMEOUT)*
(**)³: *SolveAmb(AMB_RC_PARAMS)*
(**)⁴: *SolveAmb(AMB_RC_FIXIT)*
(**)⁵: *SolveAmb(AMB_RC_FOUND)*

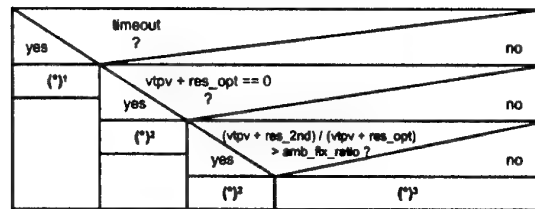
* AmbSearchLandauDF1*



* AmbSearchLandauDF2*



* AmbSearchLandauDF3*

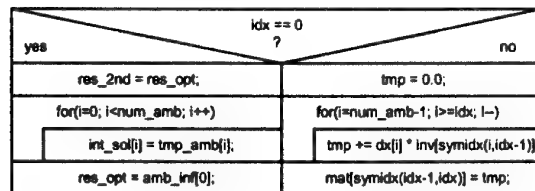


(*)^1: return(AMB_RC_TIMEOUT);

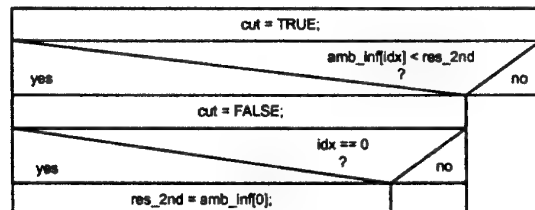
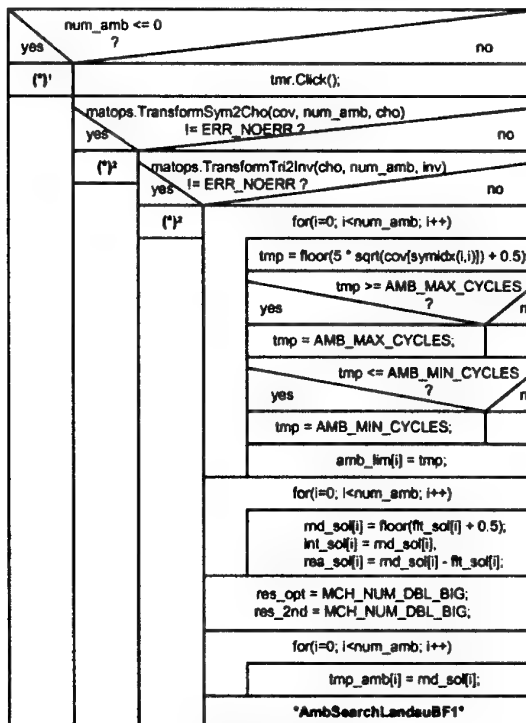
(*)^2: return(AMB_RC_FIXUT);

(*)^3: return(AMB_RC_FOUND);

* AmbSearchLandauDF4*



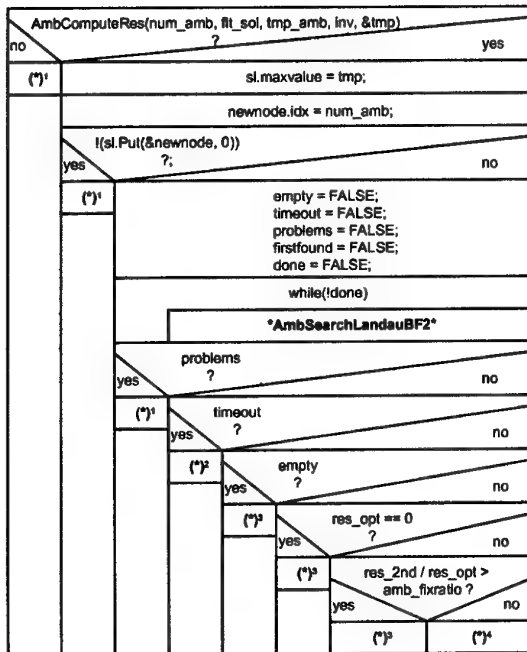
* AmbSearchLandauDF5*

* AmbSearchLandauBF
(num_amb, amb, ft_sol, int_sol, max_ms) *

(*)^1: return(AMB_RC_FOUND);

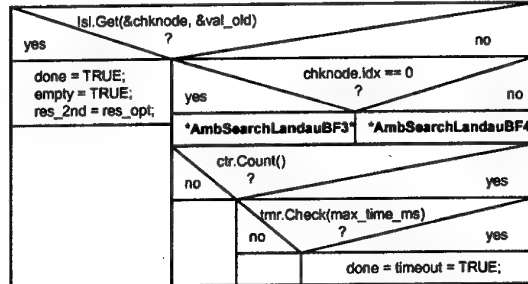
(*)^2: return(AMB_RC_PARAMS);

* AmbSearchLandauBF1 *

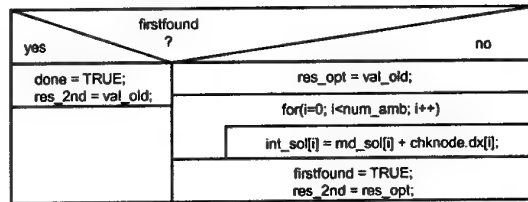


(*)¹: return(AMB_RC_MEMORY);
 (*)²: return(AMB_RC_TIMEOUT);
 (*)³: return(AMB_RC_FIXIT);
 (*)⁴: return(AMB_RC_FOUND);

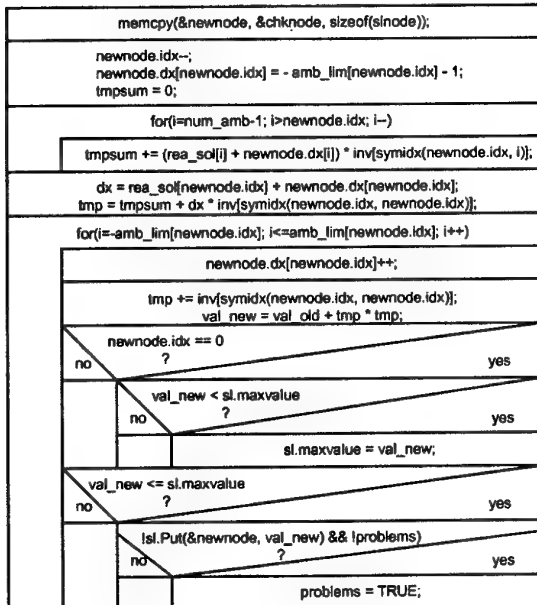
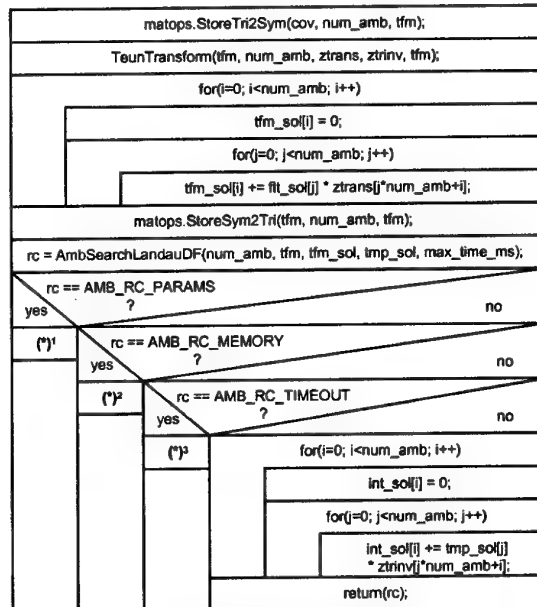
* AmbSearchLandauBF2 *



* AmbSearchLandauBF3 *

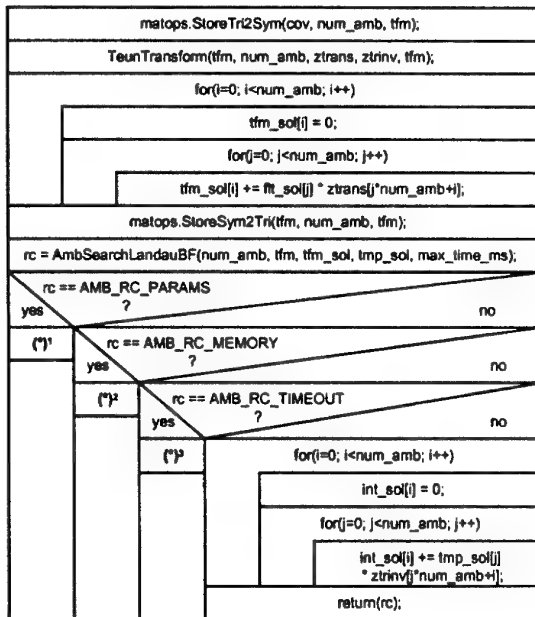


* AmbSearchLandauBF4 *

* AmbSearchLambdaDF
(num_amb, amb, flt_sol, int_sol, max_ms) *

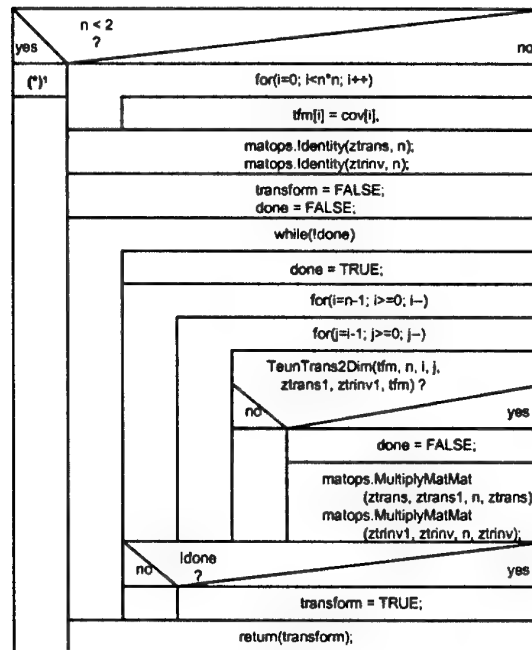
(*)¹: return(AMB_RC_PARAMS);
 (*)²: return(AMB_RC_MEMORY);
 (*)³: return(AMB_RC_TIMEOUT);

*** AmbSearchLambdaBF**
 (num_amb, amb, fit_sol, int_sol, max_ms) *



(*)¹: return(AMB_RC_PARAMS);
 (*)²: return(AMB_RC_MEMORY);
 (*)³: return(AMB_RC_TIMEOUT);

*** TeunTransform(cov, n, ztrans, ztrinv, tfm) ***



(*)¹: return(FALSE);

C Bemerkungen zu den PL-Flugversuchen

Im folgenden wird kurz auf die Randbedingungen der PL-Flugversuche eingegangen, welche im November 1996 und Mai 1997 vom Institut für Erdmessung und Navigation im Rahmen des ISAN-II Wissenschaftsprogramms am Versuchsflughafen Braunschweig durchgeführt wurden.

Dazu wird der Aufbau des Prototyp-Pseudolites der Fa. Stanford Telecom erläutert sowie das Testflugzeug kurz vorgestellt.

C.1 Prototyp-Pseudolite der Fa. Stanford Telecom

Alle in dieser Arbeit beschriebenen Testergebnisse aus praktischen Pseudolite-Tests wurden mit einem Prototyp-Pseudolite der Fa. Stanford Telecom (STel) durchgeführt. Das Pseudolite konnte aus Mitteln der DARA (Deutsche Agentur für Raumfahrtangelegenheiten), jetzt DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt), innerhalb des Projektes ISAN-II (Integritätsuntersuchungen im Bereich der Satellitennavigation) am Institut für Erdmessung und Navigation der Universität der Bundeswehr München beschafft werden. Im folgenden wird kurz auf die technischen Daten eingegangen.

Das STel Master Pseudolite (MPL) besteht aus einem STel 7201 Signalgenerator, einer Pulser-einheit, zwei Antennen-Modulen (TX und RX), einem GPS/PL-Empfänger GSV-1033 der Fa. GPS Silicon Valley, einem Rb-Frequenznormal als Referenzoszillator sowie einem 19-Zoll Industrie-PC mit entsprechender Steuersoftware („Synchronicity“).

In Bild C.1-1 ist der logische Aufbau des STel-Pseudolites gemäß *STel (1996)* dargestellt.

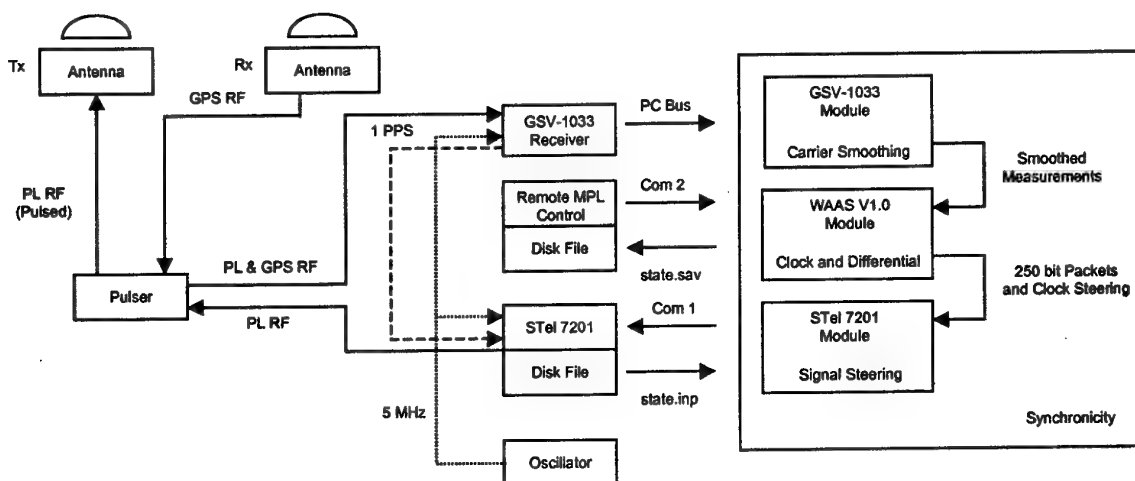


Bild C.1-1: Logischer Aufbau des STel Prototyp-Pseudolites

Der STel-7201 Signalgenerator ist in der Lage einen beliebigen Nicht-Standard-Code der C/A-Goldcodefamilie (beliebige G2-Phasenverschiebung gegenüber G1) zu erzeugen und auszustrahlen. Auf die herkömmliche Art der Goldcode-Erzeugung über zwei „Tap“-Stellen am Schieberegister G2, wie sie in GPS-Satelliten implementiert ist, können nur 45 (2 aus 10) ver-

schiedene C/A-Codes erzeugt werden. Um weitere Nicht-Standard-Codes mit guten Kreuzkorrelationseigenschaften generieren zu können, müssen beliebige Phasenverschiebungen des G2-Registers gegenüber dem G1-Register möglich sein. Dies wird durch eine leichte Modifikation der Coder-Implementierung erreicht. Die Bilder C.1-2 und C.1-3 zeigen zwei prinzipiell mögliche Implementierungen. Die erste Möglichkeit besteht darin, den Initialisierungsvektor des G2-Schieberegisters nicht mit nur Einsen, sondern frei konfigurierbar zu besetzen. Die zweite Möglichkeit besteht darin, einen Zähler einzubauen, der die Initialisierung erst nach einer bestimmten Anzahl von Takten durchführt.

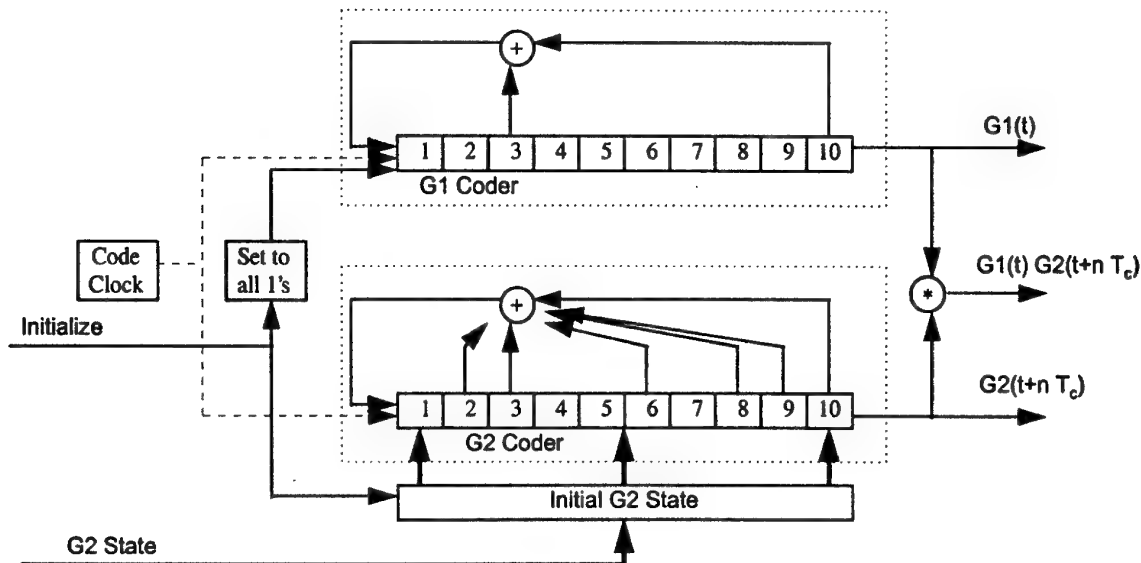


Bild C.1-2: Erzeugung von Nicht-Standard-Codes über einen alternativen Initialisierungsvektor

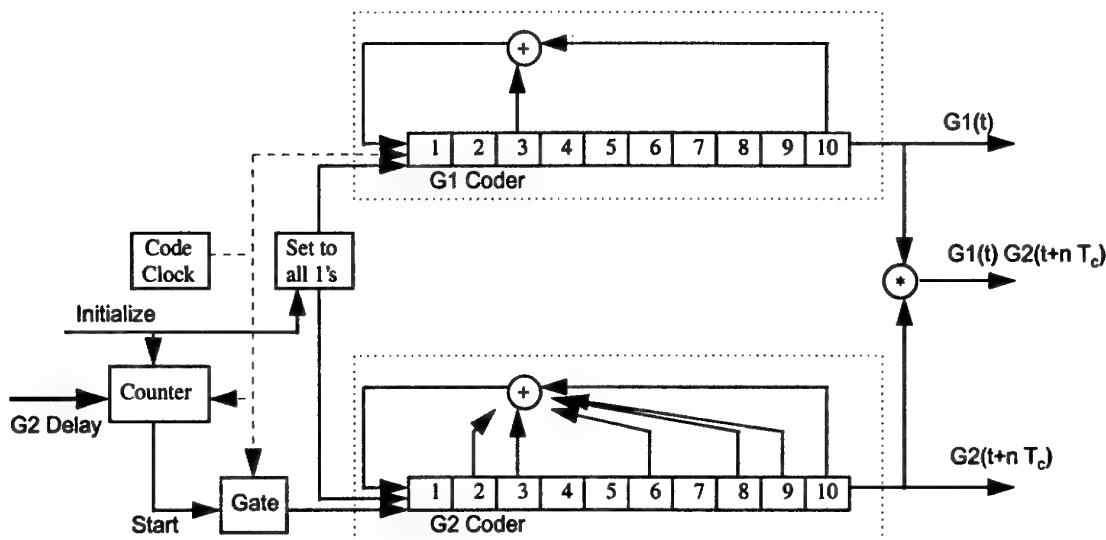


Bild C.1-3: Erzeugung von Nicht-Standard-Codes über einen Zähler

Die Pulseinheit des PL erzeugt ein 1/11-Pulstastverhältnis, das Interferenzen mit GPS-Signalen stark reduziert. Der Signalweg von der Empfangsantenne zum GPS/PL-Empfänger wird ebenfalls durch die Pulseinheit geführt, um das sehr starke PL-Signal bei aktivem Puls zusätzlich zu dämpfen.

In den Tabellen C.1-1 bzw. C.1-2 sind die technischen Daten bzw. Performanz-Parameter des Prototyp-PL aufgelistet.

Beschreibung	Eigenschaften
Gehäuse	45 kg, 53 cm x 69 cm x 76 cm mit externen Anschlüssen
Versorgungsspannung	115/230 Volt
Empfangsantennenmodul	Choke-Ring (38 cm Durchmesser., 7 kg)
Sendantennenmodul	+ 19 dBm Spitzenleistung; Choke-Ring (38 cm Durchmesser., 7 kg)
STel 7201 Signalgenerator	1575.420 MHz, Datenrate 50/250/500/1000 bps
STel 7201 Pulser	1/11 Pulszyklus, +13 dBm Spitzenleistung
GSV-1033 Empfänger	1575.420 MHz, GPS und Pseudolite
486 DX2-66 Computer	8 MB RAM, 200 MB Festplatte
Referenzoszillator	keiner (Cs-Frequenznormal)

Tabelle C.1-1: Technische Daten des Prototyp-Pseudolites

Als Betriebssystemsoftware für das PL wurde die von STel entwickelte Steuerungssoftware Synchronicity V3.2 genutzt.

Merkmal	Forderung
Vertikaler Navigationssensorfehler	110 cm (95 %) für Distanzen < 10 km
GPS Integritätsschranke	200 m
Maximale kontinuierliche Operation	168 Stunden (zwischen Resets)
Verifizierte Lebensdauer	8.500 Stunden
Spitzenleistung	+19 dBm
Maximale Interferenz zu GPS bei 15 m	< 4 dB-Hz (für L1)
Distanz	< 2 dB-Hz (für L1 - 1.023 MHz)
Minimale Nutzdistanz	5 m
Maximale Nutzdistanz	30 km
Signalbandbreite	95 % innerhalb 2 MHz

Tabelle C.1-2: Performanz-Parameter des Prototyp-Pseudolites

Aus Kostengründen wurde das Prototyp-PL am Institut ohne Rb-Frequenznormal beschafft. Statt dessen wurde ein institutseigenes Cs-Frequenznormal als Referenzoszillator in allen Tests verwendet.

In künftigen PL-Tests, die im weiteren Verlauf des ISAN-II Wissenschaftsprogramms stattfinden werden, wird der Einfluß unterschiedlicher Oszillatoren auf die PL-Performanz genauer untersucht werden.

C.2 Testflugzeug D-IBUF

Als Testflugzeug stand die D-IBUF der TU Braunschweig für die PL-Tests zur Verfügung. Die Maschine vom Typ DO-228 ist in Bild C.2-1 dargestellt.

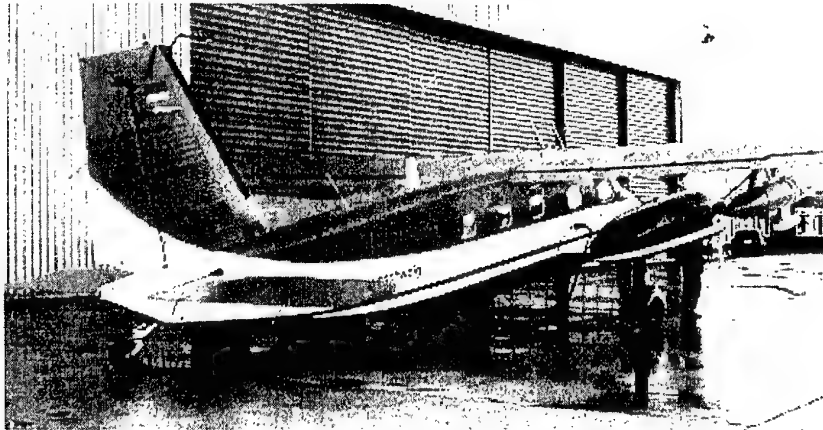


Bild C.2-1: Testflugzeug D-IBUF

Der Kastenrumpf sowie die Bauart des Flugzeugs („Schulterdecker“) hat stark limitierenden Einfluß auf den PL-Signalempfang im Flug. Eine direkte Sichtverbindung der an der Oberseite des Rumpfes angebrachten Antenne zum PL ist im Flug häufig nicht vorhanden. Wie aus einigen unter 7.3.2 beschriebenen Testergebnissen hervorgeht, hat die Flugzeugaußenhaut negativen Einfluß auf die Qualität des empfangenen PL-Signals.

Daher werden aktuell weitere Untersuchungen zum Thema Zweiantennen-Empfänger im ISAN-II Wissenschaftsprogramm durchgeführt. Durch die Trennung der gemeinsamen GPS/PL-Antenne in eine obere GPS-Antenne und eine untere PL-Antenne wird diese Problematik zwar umgangen, jedoch treten zusätzliche Schwierigkeiten, wie ein weiterer Uhrfehler sowie eine notwendige Synchronisation der Messungen, auf. Zusätzlich werden zur Kompensation des Hebelarmes zwischen den beiden Antennen (ungefähre) Positions- sowie möglichst genaue Lageinformationen benötigt.

D Mathematische Nomenklatur

Folgende Formelzeichen und Konventionen in der Notation mathematischer Formeln werden in der vorliegenden Arbeit häufig benutzt.

Indizes:

Obere Indizes werden meist zur Identifizierung der Satelliten, untere Indizes zur Identifizierung der Empfänger (manchmal auch der Stationen) verwendet. So bezeichnet R_r^i beispielsweise die Pseudostreckenmessung zwischen Satellit i und Empfänger r.

Gelegentlich werden untere Indizes auch anders verwendet. Im Fall der Kalman-Filter Beschreibung beispielsweise dienen untere Indizes auch zur Identifizierung der zeitlichen Epoche. Eine Verwechslungsgefahr besteht durch den eindeutigen Kontext des Vorkommens nicht.

Zur besseren Lesbarkeit werden Indizes zur Kennzeichnung der Abhängigkeiten weggelassen, wo sie irrelevant oder selbstverständlich sind.

Operatoren:

Empfängerdifferenz:	$\Delta \bullet_{rs} = \bullet_r - \bullet_s$
Satellitendifferenz:	$\nabla \bullet^{ij} = \bullet^i - \bullet^j$
Doppelte Differenz:	$\nabla \Delta \bullet_{rs}^{ij} = \Delta \bullet_{rs}^i - \Delta \bullet_{rs}^j = \bullet_r^i - \bullet_s^i - \bullet_r^j + \bullet_s^j$
Zeitliche Differenz:	$\delta \bullet(t_{k+1}, t_k) = \bullet(t_{k+1}) - \bullet(t_k)$
Differentialoperatoren:	$\dot{\bullet}, \frac{d}{d\bullet}$
Partieller Differentialoperator:	$\frac{\delta}{\delta \bullet}$
Matrix Transposition:	\bullet^T
Schätzer eines statistischen Wertes:	$\hat{\bullet}$
Betragsoperator:	$ \bullet $
Statistische Kovarianz:	$Cov(\bullet, \bullet)$
Komplexe Exponentialfunktion:	$e(\bullet), e^{\bullet}$
Statistischer Erwartungswert:	$E(\bullet), E\{\bullet\}$
Runden des Arguments:	$Int(\bullet)$
Realteil einer komplexen Zahl:	$Re(\bullet)$
Spur einer Matrix:	$Tr(\bullet)$
Statistische Varianz:	$Var(\bullet)$

Griechische Zeichen:

α	Signifikanzniveau
α	Dekorrelationsparameter
β	Verhältnis von Geschwindigkeit v zur Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c
γ	normierte Summe der Nebenpeaks der gewichteten Autokorrelationsfunktion
γ	Verhältnis von gemessenen Zeiten in relativ zueinander bewegten Systemen
δ_r	Uhrfehler des Empfängers r
δ^i	Uhrfehler des Satelliten i
$\delta_{orb,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch Orbitfehler
$\delta_{SA,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch „Selective Availability“
$\delta_{MP,\Phi,r}^i$	Änderung der Trägerphasenmessung durch Mehrwegausbreitung (der zweite untere Index Φ dient zur Kennzeichnung der Auswirkung auf die Phasenmessung)
$\delta_{MP,R,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch Mehrwegausbreitung (der zweite untere Index R dient zur Kennzeichnung der Auswirkung auf die Codemessung)
$\delta_{MP,r}^i$	kombinierter Mehrweg- und A/D-Wandlereffekt (groß für PL)
$\delta_{PZ,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch Ablage des Phasenzentrums
Δ_{Trop}	Troposphärische Laufzeitverzögerung (in [s])
$\Delta_{dry,Trop}$	trockener Anteil der troposphärischen Laufzeitverzögerung (in [s])
$\Delta_{wet,Trop}$	feuchter Anteil der troposphärischer Laufzeitverzögerung (in [s])
ε	normierte Unsymmetrie der gewichteten Autokorrelationsfunktion
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	Rauschterme
ε_r'	Änderung der Pseudostreckenmessung durch Empfängerrauschen und andere nicht-modellierte Störeffekte
ζ_r^i	Meßrauschen der Dopplermessung und andere nicht-modellierte Effekte
ζ_*	Meßrauschen im Empfänger ($*$ $\in \{e, p, l\}$ für „early“, „punctual“ oder „late“)
η	Dämpfungsfaktor eines reflektierten Signals
η_k	Dämpfungsfaktoren des k -ten Mehrwegsignals
$\Delta\theta$	Mehrwegfehler im Phasenregelkreis (PLL, „Phase Lock Loop“)
θ	Meßwert für Trägerphase
θ_0	Trägerphase
κ	Vektor von Mehrdeutigkeiten, Mehrdeutigkeitskombination
κ_0	Mehrdeutigkeitskombination der Nullhypothese
κ_i	i -tes Element des Vektors κ
λ	Wellenlänge des betrachteten Satellitensignals
λ_1, λ_{L_1}	Wellenlänge des GPS L_1 -Signals
λ_2, λ_{L_2}	Wellenlänge des GPS L_2 -Signals
λ^i	Wellenlänge des i -ten GLONASS Satelliten
$\Lambda(R)$	durch die Zeilenvektoren in R aufgespanntes Gitter
v_r^i	Meßrauschen der Trägerphasenmessung und andere nicht-modellierte Effekte

Ξ	Zustandsgröße im geschlossenen Phasenregelkreis
π	mathematische Konstante 3.14159265...
ρ_r^i	geometrische Distanz zwischen Empfänger r und Satellit i
$\sigma_{\Delta\Phi}$	Standardabweichung der Trägerphasenmessung
σ_R	Standardabweichung der Pseudostreckenmessung
$\sigma_{sm,k}$	Standardabweichung der geglätteten Pseudostreckenmessung zur Epoche k
$\Delta\tau$	gemessener Mehrwegfehler
τ	Meßwert der Codemessung
τ_0	Signallaufzeit zwischen Satellit und Empfänger
τ_k	Mehrwegstrecke des k-ten Signals umgerechnet in Zeiteinheiten
$\tau_{ion,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch ionosphärische Refraktion (in [m])
$\tau_{ion,1}, \tau_{ion,2}$	ionosphärische Laufzeitverzögerung auf L ₁ bzw. L ₂ (in [m])
$\tau_{trop,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch troposphärische Refraktion (in [m])
$\tau_{tro,dry,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch den trockenen Anteil der troposphärische Refraktion (in [m])
$\tau_{tro,wet,r}^i$	Änderung der Pseudostreckenmessung durch den feuchten Anteil der troposphärische Refraktion (in [m])
v	Terme höherer Ordnung
φ	zeitabhängige Phasendifferenz zwischen direktem und Umwegsignal
$\varphi_r(\bar{t})$	Referenzphasensignal des Empfängers r zum Zeitpunkt \bar{t}
$\varphi^i(\bar{t})$	ausgesandtes Phasensignal des Satelliten i zum Zeitpunkt \bar{t}
φ_0^i	Anfangsphase des Phasensignals des Satelliten i
$\varphi_{0,r}$	Anfangsphase des Phasensignals des Empfängers r
$\varphi_r^i(\bar{t})$	„Beatphase“ zwischen Empfänger r und Satellit i
Φ_k	Kalman-Filter Transitionsmatrix zur Epoche k
$\Phi_r^i(t)$	gemessene Phase am Empfänger r zum Satelliten i zum Zeitpunkt t
χ^2	Minimum der Quadratsumme der Residuen
$\chi^2(r, \lambda(\kappa))$	Chi-Square Verteilung mit Freiheitsgrad r und Nicht-Zentralitätsparameter $\lambda(\kappa)$
Ψ	Teststatistik
ω_L	Eigenfrequenz des Phasenregelkreises
Ω	Quadratsumme der Residuen
Ω_1	Quadratsumme der Residuen des Gleichungssystems mit vermittelnden Beobachtungen

Lateinische Zeichen:

a	Beschleunigung
a_0	Amplitude
a_1, a_2	Amplitude der Signale auf L ₁ bzw. L ₂
a_1, a_2	reellwertige Trägerphasenmehrdeutigkeiten
a_k	Nicht-Mehrdeutigkeitsunbekannte zur Epoche k

$A(x, y, z)$	„Ambiguity Function“
b	Empfängeruhrfehler
B_L	Bandbreite des Code-Regekreises
c	Konstante
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$c(t)$	C/A-Code auf L_1
c_1, c_2, c_3	Proportionalitätskonstanten
c_{ij}	Elemente der Matrix C (Zeile i, Spalte j)
C	Choleski-Faktor
C/N_0	Signal-zu-Rausch Verhältnis
d	geometrische Distanz
d	Korrelatorabstand
$d(t)$	Navigationsnachricht
d_T	Tastverhältnis („duty-cycle“)
D	Diagonalmatrix einer UD-Faktorisierung
D	Korrelatorabstand
$D(p)$	Verfälschung im Coderegelkreis durch gewichtete Autokorrelationsfunktion
D_r^i	Dopplermessung von Empfänger r zu Satellit i
e	Partialdruck des Wasserdampfes
$e(\infty)$	stationärer Fehler im Coderegelkreis
$\Delta E_{GPS, max}$	maximale GPS-Signaldegradation
$\Delta E_{PL, max}$	maximale PL-Signaldegradation
$E(p)$	Regelabweichung im Coderegelkreis
El	Elevation
Δf	Frequenzfehler
Δf_k	Delta-Frequenz zwischen Satelliten-„Slots“ bei GLONASS Frequenz k
f_1, f_2	L_1 - bzw. L_2 -Frequenz des Trägers
$f_{0,k}$	Grundfrequenz bei GLONASS (Slot 0) auf Frequenz k
f_{mea}	auf Höhe h_{mea} gemessener relative Luftfeuchtigkeit (in %)
f_r	Frequenz des Referenzphasensignals in Empfänger r
f^i	Frequenz des Phasensignals des Satelliten i
f_k^i	Frequenz k des GLONASS Satelliten auf Slot i
$F(p)$	Regelkreisfilter des Coderegelkreises
$F(El)$	Mapping-Funktion zur Konvertierung eines vertikalen Effekts auf die schräge „Line-Of-Sight“
$F_{1-\alpha; r, n-u}$	Fraktile der F-Verteilung (Signifikanzniveau α , Freiheitsgrade r und $n-u$)
g	Gravitationskonstante ($\approx 9.81 \text{ m/s}^2$)
$G(x)$	Charakteristisches Polynom
G_a	Antennen-Leistungsgewinn („Antenna-Gain“)
G_k	Kalman-Filter Rausch-Eingangsmatrix zur Epoche k
h_{dry}	Höhe, in der die trockene Komponente der troposphärischen Refraktivität verschwindet

h_i	Höhe der als dünne Schicht angenommene Ionosphäre
h_{mea}	Meßhöhe der Wetterdaten
h_{wet}	Höhe, in der die feuchte Komponente der troposphärischen Refraktivität verschwindet
H	Designmatrix
$H(p)$	Übertragungsfunktion im Coderegelskreis
H_0	Nullhypothese
H_1	Alternative zur Nullhypothese
H_k	Kalman-Filter Designmatrix zur Epoche k
i	Komplexe Konstante ($i^2 = -1$)
\bar{i}_*	Signal des i -Zweigs nach Korrelation im Empfänger ($* \in \{e, p, l\}$ für „early“, „punctual“ oder „late“)
I	Einheitsmatrix
I	Ionosphärenterm
k	g-Sensitivität eines Oszillators
k_1, k_2	Proportionalitätskonstanten
K	Matrix der Nebenbedingungen
K	Verstärkungsfaktor im Coderegelskreis
K_k	Kalman-Filter „Gain“-Matrix zur Epoche k
L	untere Dreiecksmatrix einer LD-Faktorisierung
L	„Maximum-Likelihood“-Funktion
$L_1(t), L_2(t)$	L_1 bzw. L_2 -Signal des Satelliten
n	Refraktionsindex, Brechzahl
$n_0(t)$	Empfängerrauschen
N	Normalmatrix
$N_{osc}(p)$	Oszillatorrauschen im Coderegelskreis
$N_{th}(p)$	thermisches Rauschen im Coderegelskreis
N_r^i	ganzzahlige Trägerphasenmehrdeutigkeit zwischen Empfänger r und Satellit i
N^{tro}	troposphärische Refraktivität
$N_{dry}^{tro}(h)$	trockene Komponente der troposphärischen Refraktivität auf Höhe h
$N_{dry,0}^{tro}$	trockene Komponente der troposphärischen Refraktivität auf Höhe 0
$N_{wet}^{tro}(h)$	feuchte Komponente der troposphärischen Refraktivität auf Höhe h
$N_{wet,0}^{tro}$	feuchte Komponente der troposphärischen Refraktivität auf Höhe 0
p	Laplace-Variable
p	Luftdruck
$p(t)$	P-Code auf L_1 und L_2
P	Signalleistung, maximaler Korrelationswert im Empfänger
P_-, P_+	Kreuzkorrelationswerte des Codes bei um ein Chip versetzter Korrelation
P_k	Kalman-Filter a priori Fehler-Kovarianzmatrix zur Epoche k
P_{mea}	auf Höhe h_{mea} gemessener Luftdruck
\bar{q}_*	Signal des q -Zweigs nach Korrelation im Empfänger ($* \in \{e, p, l\}$ für „early“, „punctual“ oder „late“)
Q_k	Kalman-Filter Kovarianzmatrix des Prozeßrauschens zur Epoche k

$R(t)$	Autokorrelationsfunktion des Codes
R_e	mittlerer Erdradius
R_k	Kalman-Filter Kovarianzmatrix des Meßrauschens zur Epoche k
$R_w(T', t)$	gewichtete Autokorrelationsfunktion des Codes
R_r^i	Pseudostreckenmessung von Empfänger r zu Satellit i
$R_{1,r}^i, R_{2,r}^i$	Pseudostreckenmessungen von Empfänger r zu Satellit i auf L ₁ bzw. L ₂
$R_{sm,r}^i$	geglättete Pseudostreckenmessung von Empfänger r zu Satellit i
S	Übergangsmatrix für den Wechsel des Referenzsatelliten
$S(\Delta\tau)$	Signal im Code- oder Phasendetektor
S/N_0	Signal-zu-Rausch Verhältnis
S_2	Kovarianzmatrix der Mehrdeutigkeiten
$STEC$	„Slant Total Electron Content“
Δt	Zeitunterschied
t	Zeit, Meßzeitpunkt
\bar{t}	Zeit, gemessen in einer virtuellen Uhr
t_*	Zeitpunkt für frühe, pünktliche oder späte Korrelation (* $\in \{e, p, l\}$ für „early“, „punctual“ oder „late“)
t_r	Empfangszeitpunkt des Satellitensignals, gemessen an der Empfängeruhr
\bar{t}_r	Empfangszeitpunkt des Satellitensignals, gemessen an einer virtuellen Uhr
t^i	Sendezeitpunkt des Satellitensignals, gemessen an der Satellitenuhr
\bar{t}^i	Sendezeitpunkt des Satellitensignals, gemessen in einer virtuellen Uhr
T	Integrationszeit des Empfängers
T	Temperatur (in °K)
T	Teststatistik
$T(t)$	Pulsfunktion
T_c	Dauer eines Code-Chips
T_i	Integrationsintervall des Empfängers
T_{mea}	auf Höhe h_{mea} gemessene Temperatur (in [K])
T_p	Pulsperiode
TEC	„Total Electron Content“
U	Potentialenergie
U	obere Dreiecksmatrix einer UD-Faktorisierung
v	Geschwindigkeit
v	Vektor der Meßfehler
v_k	Kalman-Filter Meßrauschen zur Epoche k
$VTEC$	„Vertical Total Electron Content“
w_k	Kalman-Filter Prozeßrauschen zur Epoche k
w_k	Gewichtung der aktuellen Pseudostreckenmessung zur Epoche k
W	Teststatistik
x	System-Zustandsvektor
x_0	WGS-84 x-Koordinate einer Näherungsposition
\hat{x}_i	i-tes Element des Vektors \hat{x}
\hat{x}_1	Lösung des Gleichungssystems mit vermittelnden Beobachtungen

x_k	Kalman-Filter System-Statusvektor zur Epoche k
x_r	WGS-84 x-Koordinate der Position des Empfängers r
x^i	WGS-84 x-Koordinate der Position des Satelliten i
x_k	Kalman-Filter System-Statusvektor zur Epoche k
$X_0(p)$	Eingangsgröße im geschlossenen Coderegelskreis
$X(p)$	Zustandsgröße im geschlossenen Coderegelskreis
y_*	Signal im Empfänger nach früher, pünktlicher oder später Korrelation (* $\in \{e, p, l\}$ für „early“, „punctual“ oder „late“)
\bar{y}_*	integriertes Signal y_* im Empfänger
y_0	WGS-84 y-Koordinate einer Näherungsposition
y_k	Kalman-Filter Beobachtungsvektor zur Epoche k
y_r	WGS-84 y-Koordinate der Position des Empfängers r
y^i	WGS-84 y-Koordinate der Position des Satelliten i
z	Vektor der Beobachtungen
z_0	WGS-84 z-Koordinate einer Näherungsposition
z_r	WGS-84 z-Koordinate der Position des Empfängers r
z^i	WGS-84 z-Koordinate der Position des Satelliten i
Z	Transformationsmatrix für die Z-Transformation

E Referenzen

- Abidin, H.-Z. (1993a):** *On-The-Fly Ambiguity Resolution: Formulation and Results*. Manuscripta Geodaetica, Vol. 18, pp. 380-405.
- Abidin, H.-Z. (1993b):** *On the Construction of the Ambiguity Searching Space for On-The-Fly Ambiguity Resolution*. Navigation, Journal of the Institute of Navigation, Vol. 40, No. 3, Fall, pp. 321-338.
- Ashby, N.; Spilker Jr., J. J. (1996):** *Introduction to Relativistic Effects on the Global Positioning System*. In: Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. I, Editors Parkinson and Spilker, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. pp. 623-698.
- Bartrop, K. J.; Stafford, J. F.; Elrod, B. D. (1996):** *Local DGPS with Pseudolite Augmentation and Implementation Considerations for LAAS*. Proc. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 449-459.
- Beale, J.; Campagne, P. (1996):** *European Commission Actions to Consolidate the European Contribution to a GNSS*. Proc. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 1467-1469.
- Bierman, G. J. (1994):** *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation*. Academic Press Inc., San Diego, CA.
- Blomenhofer, H. (1996):** *Untersuchungen zu hochpräzisen kinematischen DGPS-Echtzeitverfahren mit besonderer Berücksichtigung atmosphärischer Fehlereinflüsse*. Dissertation, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, Heft 51.
- Brammer, K.; Siffling, G. (1994):** *Kalman-Bucy-Filter, Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung*. Oldenburg Verlag, München, Wien.
- Chao, C. C. (1971):** *The Tropospheric Calibration Model for Mariner Mars 1971*. JPL Technical Report 32-1587, pp. 61-76.
- Chao, Y.-C.; Parkinson, B. W. (1993):** *The Statistics of Selective Availability and Its Effect on Differential GPS*. Proc. ION GPS-93, Vol. II, Salt Lake City, Utah, September 22-24, pp. 1509-1516.
- Chen, D. (1994):** *Fast Ambiguity Resolution Approach for Precise Rapid Static and Kinematic Positioning*. Proc. DSNS-94, The Royal Institute of Navigation, April 18-22, London, Paper No. 51.
- Chen, Y. (1997):** *An Approach to Validate the Resolved Ambiguities in GPS Rapid Positioning*. Proc. International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, KIS97, Banff, Alberta, Canada, June 3-6.

- Chen, D.; Lachapelle, G. (1995):** *A Comparison of the FASF and Least-Squares Search Algorithms for On-The-Fly Ambiguity Resolution*. Navigation, Journal of The Institute of Navigation, Vol. 42, No. 2, Summer, pp. 371-390.
- Cohen, C. E.; Pervan, B. S.; Cobb, H. S.; Lawrence, D. G.; Powell, J. D.; Parkinson, B. W. (1993a):** *Real-Time Cycle Ambiguity Resolution Using a Pseudolite for Precision Landing of Aircraft with GPS*. Proc. DSNS 93, Amsterdam, The Netherlands, March 30 – April 2.
- Cohen, C. E.; Pervan, B. S.; Lawrence, D. G.; Cobb, H. S.; Powell, J. D.; Parkinson, B. W. (1993b):** *Real-Time Flight Test Evaluation of the GPS Marker Beacon Concept for Category III Kinematic GPS Precision Landing*. Proc. ION GPS-93, Salt Lake City, Utah, September 22-24, pp. 841-849.
- Corbett, S. J.; Cross, P. A. (1995):** *GPS Single Epoch Ambiguity Resolution*. Survey Review, Vol. 33, No. 257, July, pp. 149-160.
- Counselman, C. C.; Gourevitch, S. A. (1981):** *Miniature Interferometer Terminals for Earth Surveying: Ambiguity and Multipath for the Global Positioning System*. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. GE-19, No. 4, October, pp. 244-252.
- Cox, D. R. (1962):** *Further Results on Tests of Separate Families of Hypotheses*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, Vol. 24, pp. 406-424.
- Da, R. (1997):** *Analysis and Test Results of AIMS GPS/INS System*. Proc. ION GPS-97, Kansas City, September 16-19, pp. 771-780.
- Deines, S. D. (1992):** *Missing Relativity Terms in GPS*. Navigation, Journal of The Institute of Navigation Vol. 39, No.1, Spring, pp. 111-132.
- Eissfeller, B. (1989):** *Analyse einer geodätischen raumstabilisierten Inertialplattform und Integration mit GPS*. Dissertation, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 37.
- Eissfeller, B. (1997):** *Ein dynamisches Fehlermodell für GPS Autokorrelationsempfänger*. Habilitationsschrift, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 55.
- Eissfeller, B.; Spietz, P. (1989):** *Basic Filter Concepts for the Integration of GPS and an Inertial Ring Laser Gyro Strapdown System*. Manuscripta Geodaetica, Vol. 14, No. 3, pp. 166-182.
- Eissfeller, B.; Werner, W.; Ott, B. (1998):** *Achieving CAT-I Integrity and Availability Requirements within the European Geostationary Navigation Overlay System (EGNOS)*. Proc. GNSS-98, Toulouse, October 20-23.
- Elrod, B. D.; Van Dierendonck, A. J. (1995):** *Pseudolites*. In: Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. II, Editors Parkinson and Spilker, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., pp. 51-80.

- Elrod, B. D.; Barltrop, K. J.; Van Dierendonck, A. J. (1994):** *Testing of GPS Augmented with Pseudolites for Precision Approach Applications*. Proc. ION GPS-94, Salt Lake City, Utah, September 20-23, pp. 1269-1278.
- Essen L.; Froome, K. D. (1951):** *The Refractive Indices and Dielectric Constants of Air and its Principal Constituents at 24000 Mc/s*. Proc. Physical Society, Vol. 64(B), pp. 862-875.
- Euler, H.-J.; Landau, H. (1992):** *Fast Ambiguity Resolution On-The-Fly for Real-Time Applications*. Paper presented at the 6th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Columbus, Ohio, March.
- Euler, H.-J.; Schaffrin, B. (1990):** *On a Measure for the Discernibility between different Ambiguity Solutions in the Static-Kinematic GPS-Mode*. Kinematic Systems in Geodesy, Surveying and Remote Sensing, Symposium 107, Banff, Alberta, Canada, September 10-13.
- Fenton, P.; Falkenberg, B.; Ford, T.; Keith, N. G.; Van Dierendonck, A. J. (1991):** *NO-VATEL'S GPS Receiver, The High Performance GPS Sensor of the Future*. Proc. ION GPS-91, Albuquerque, New Mexico, September 9-13.
- Forssell, B.; Martin-Neira, M.; Harris, R. A. (1997):** *Carrier Phase Ambiguity Resolution in GNSS-2*. Proc. ION GPS-97, Kansas City, September 16-19, pp. 1727-1736.
- Fraile-Ordóñez, J. M. (1995):** *Ionospheric Total Electron Content Determination from Dual-Frequency GPS Measurements for Real-Time Applications in Satellite Navigation*. SPN, Zeitschrift für Satellitengestützte Positionierung, Navigation und Kommunikation, 3/95, September, S. 88-95.
- Frei, E.; Beutler, G. (1990):** *Rapid Static Positioning Based on the Fast Ambiguity Resolution Approach „FARA“: Theory and First Results*. Manuscripta Geodaetica, Vol. 15, No. 6, pp. 325-356.
- Frei, E.; Schubernigg, M. (1992):** *GPS Surveying Techniques Using the „Fast Ambiguity Resolution Approach (FARA)“*. Paper presented at the 34th Australian Surveyors Congress and the 18th National Surveying Conference, May 23-29, Cairns, Australia.
- Frei, E.; Ryf, A.; Scherrer, R. (1993):** *Use of the Global Positioning System in Dam Deformation and Engineering Surveys*. SPN Zeitschrift für Satellitengestützte Positionierung, Navigation und Kommunikation, 2/93, Juni, S. 42-48.
- Frei, E.; Yau, J.; Sauer, D. (1993):** *Ambiguity Resolution On-The-Fly (AROF): Results, Facts, Limitations*. Proc. ION GPS-93, Salt Lake City, Utah, September 22-24, pp. 1059-1067.
- Gelb, A. (1992):** *Applied Optimal Estimation*. The M.I.T. Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, and London, England.
- GLONASS-ICD (1995):** *Global Navigation Satellite System GLONASS Interface Control Document*. Coordinational Scientific Information Center of the Russian Space Forces.
- Goldberg, D. E. (1989):** *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, Reading, MA.

- Greenspan, R. L. (1996):** *GPS and Inertial Integration*. In: *Global Positioning System: Theory and Applications*, Vol. II, Editors Parkinson and Spilker, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., pp. 187-220.
- Han, S.; Rizos, C. (1995):** *A New Method for Constructing Multi-Satellite Ambiguity Combinations for Improved Ambiguity Resolution*. Proc. ION GPS-95, Palm Springs, CA, September 12-15, pp. 1145-1153.
- Harris, R. A. (1997):** *Direct Resolution of Carrier-Phase Ambiguity by 'Bridging the Wavelength Gap'*. ESA Publication "TST/60107/RAH/Word", February.
- Hassan, A.; Mezera, D. (1997):** *Pseudo Randomized Search Strategy Algorithm in Resolving the Ambiguity Resolution*. Proc. ION GPS-97, Kansas City, September 16-19, pp. 1135-1142.
- Hatch, R. R. (1982):** *The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements*. Proc. Third International Symposium on Satellite Doppler Positioning, Las Cruces, NM, February 8-12, pp. 1213-1231.
- Hatch, R. R. (1989):** *Ambiguity Resolution in the Fast Lane*. Proc. ION GPS-89, Colorado Springs, September 27-29.
- Hatch, R. R. (1990):** *Instantaneous Ambiguity Resolution*. Proc. IAG International Symposium No. 107 on Kinematic Systems in Geodesy, Surveying and Remote Sensing, Springer Verlag, New York, pp. 299-308.
- Hatch, R. R.; Euler, H.-J. (1994):** *Comparison of Several AROF Kinematic Techniques*. Proc. ION GPS-94, Salt Lake City, Utah, September 20-23, pp. 363-370.
- Heckmann, B. (1985):** *Über die Auswirkung von relativistischen Effekten auf geodätische Messungen*. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 8-9; S. 329-336.
- Hein, G. W.; Baustert, G.; Eissfeller, B.; Landau, H. (1988):** *High Precision Kinematic Positioning, Experiences, Results, Integration of GPS with a Ring Laser Strapdown System*. Proc. ION GPS-88, Colorado Springs, September 19-23.
- Hein, G. W.; Riedl, B. (1994):** *A Real-Time DGPS/DGLONASS Deformation Monitoring System*. Perelmutter Workshop on Dynamic Deformation Models, Technion Israel Institute of Technology, Haifa, Israel, August 29 - September 1.
- Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; Collins, J. (1993):** *GPS, Theory and Practice*. Springer Verlag, Wien, New York.
- Hofmann-Wellenhof, B.; Remondi, B. W. (1988):** *The Antenna Exchange: One Aspect of High-Precision GPS Kinematic Survey*. International GPS Workshop, GPS Techniques Applied to Geodesy and Surveying, Darmstadt, April 10-13.
- Hope-ICD-001 (1997):** *Interface Control Document for the Hope-X Navigation System GDRS-OGRM Link (HOPE-ICD-001)*, Rev. 2.2, Stanford Telecom, September 10.

- Hopfield, H. S. (1969):** *Two-Quartic Tropospheric Refractivity Profile for Correcting Satellite Data*. Journal of Geophysical Research, 74 (18): pp. 4487-4499.
- ICD-GPS-200 (1991):** *Navstar GPS Interface Control Document*, ARINC Research Corporation, July.
- Janes, H. W.; Langley, R. B.; Newby, S. P. (1989):** *A Comparison of Several Models for the Prediction of Tropospheric Propagation Delay*. Proc. Fifth International Symposium on Satellite Positioning, Las Cruces, New Mexico, March 13-17, Vol. 2, pp. 777-788.
- Klein, D.; Parkinson, B. W. (1986):** *The Use of Pseudo-Satellites for Improving GPS-Performance*. In: Global Positioning System: Vol. II, The Institute of Navigation, pp. 135-146.
- Knight, D. (1994):** *A New Method of Instantaneous Ambiguity Resolution*. Proc. ION GPS-94, Salt Lake City, Utah, pp. 707-716.
- Koch, K. R. (1988):** *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models*. Springer Verlag.
- Kunches, J. M. (1997):** *Now it gets interesting: GPS and the Onset of Solar Cycle 23*. Proc. ION GPS-97, Kansas City, September 16-19, pp. 225-230.
- Lachapelle, G.; Hagglund, J.; Falkenberg, W.; Bellemare, P.; Casey, M.; Eaton, M. (1986):** *GPS land kinematic positioning experiments*. Proc. Fourth International Symposium on Satellite Positioning, Austin, Texas, Vol. 2, April 28 – May 2, pp. 1327-1344.
- Landau, H. (1988):** *Zur Nutzung des Global Positioning Systems in Geodäsie und Geodynamik: Modellbildung, Softwareentwicklung und Analyse*. Dissertation, Schriftenreihe des Studiengangs für Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 36.
- Landau, H.; Vollath, U. (1994):** *Differential GPS - New Developments on High Precision Positioning with On-the-Fly Ambiguity Resolution*. DSNS 94, Canary Wharf, London, April 18-22.
- Lennan, G. R. (1989):** *The USSR's GLONASS P-Code – Determination and Initial Results*. Proc. ION GPS-89, Colorado Springs, September 27-29.
- Li, Z. (1995):** *Efficient Ambiguity Search Using Genetic Algorithms*. Proc. ION GPS-95, Palm Springs, CA, September 12-15, pp. 331-337.
- Livingston, D. C. (1970):** *The Physics of Microwave Propagation*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Loddo, S.; Flament, D.; Benedicto, J.; Michel, P. (1996):** *EGNOS, the European Regional Augmentation to GPS and GLONASS*, Proc. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 1143-1150.
- Lozow, J. B. (1997):** *Analysis of Direct P(W)-Code Acquisition*. Navigation, Journal of the Institute of Navigation, Vol. 44, No. 1, Spring, pp. 89-97.

- Macabiau, C. (1995):** *A New Concept for GPS Phase Ambiguity Resolution On The Fly: The Maximum A Posteriori Ambiguity Search (MAPAS) Method*. Proc. ION GPS-95, Palm Springs, CA, September 12-15, pp. 299-308.
- Macabiau, C. (1996):** *Comparison of the LSAST and MAPAS Methods for Ambiguity Resolution On-The-Fly*. Proc. DSNS 96, Saint Petersburg, May 23.
- Macabiau, C. (1997):** *Analysis of the Feasibility of Using GPS Carrier Phase Ambiguity Resolution Techniques for Precision Landings*. Ph. D. Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Mader, G. L. (1990):** *Ambiguity Function Techniques for GPS Phase Initialization and Kinematic Solutions*. Proc. Second International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Ottawa, Canada, September 3-7, pp. 1233-1247.
- Mader, G. L. (1992):** *Rapid Static and Kinematic Global Positioning System Solutions Using the Ambiguity Function Method*. Journal of Geophysical Research, Vol. 97, No. B3, March 10, pp. 3271-3283.
- Minkler, G.; Minkler, J. (1993):** *Theory and Application of Kalman Filtering*. Magellan Book Company, Palm Bay, FL.
- Misra, P. N.; Abbot, R. I. (1994):** *SGS85 - WGS84 Transformation*. In: manuscripta geodaeica, No. 19, Vol. 5, pp. 300 - 308.
- Ober, P. B. (1993):** *Split-Second Ambiguity Resolution for GPS Using the Basis-Reduction Method*. Report No. A-565, Delft University of Technology, Faculty of Electrical Engineering, Delft, The Netherlands, November.
- Pieplu, J. M.; Marchal, N.; Christophe, B.; Hill, D.; Niklasch, N. (1996):** *A Concept for GNSS2: Improving Accuracy and Availability for better Addressing Mass Market*. Proc. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 1511-1519.
- Rahnemoon, M. (1988):** *Ein neues Korrekturmodell für Mikrowellen-Entfernungsmessungen zu Satelliten*. Dissertation, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München.
- Remondi, B. W. (1984):** *Using the Global Positioning System (GPS) Phase Observable for Relative Geodesy: Modeling, Processing and Results*. Doctoral Dissertation, Center for Space Research, University of Texas at Austin.
- Remondi, B. W. (1990):** *Pseudo-Kinematic GPS Results Using the Ambiguity Function Method*. NOAA Technical Memorandum NOS NGS-52, Rockville, MD, May.
- Roßbach, U.; Habrich, H.; Zaraoa, N. (1996):** *Transformation Parameters Between PZ-90 and WGS 84*. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 279-286.
- Roßbach, U.; Hein, G. W. (1996):** *Treatment of Integer Ambiguities in DGPS/DGLONASS Double Difference Carrier Phase Solutions*. Proc. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 909-916.

- RTCA DO-217 (1993):** *Minimum Aviation System Performance Standards DGNSS Instrument Approach System: Special Category I (SCAT-I)*. RTCA/SC-159.
- RTCA DO-229 (1996):** *Minimum Operational Performance Standards for Global Positioning System / Wide Area Augmentation System Airborne Equipment*. RTCA/SC-159.
- RTCA (1997):** *GNSS Based Precision Approach Local Area Augmentation System (LAAS), Signal-in-Space Interface Control Document (ICD)*. Draft Version II, September 7.
- Schwarz, K. P.; El-Sheimy, N.; Liu, Z. (1994):** *Fixing GPS Cycle Slips by INS/GPS – Methods and Experiences*. Proc. International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS 94).
- Seeber, G. (1993):** *Satellite Geodesy, Foundations, Methods, and Applications*. Walter de Gruyter Verlag, Berlin, New York.
- Sims, M. L. (1985):** *Phase Center Variation in the Geodetic TI4100 GPS Receiver System's Conical Spiral Antenna*. Proc. First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, Maryland, Vol. 1, April 15-19, pp. 227-244.
- Sovers, O.; Border, J. (1987):** *Observation Model and Parameter Partial for the JPL Geodetic GPS Modeling Software „GPSOMC“*. JPL Publication 87-21, Pasadena, CA.
- Spilker, J. J. (1994):** *Tropospheric Effects on GPS*. In: *Global Positioning System, Theory and Applications*, Vol. I, Editors: Parkinson and Spilker, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., pp. 517-546.
- Spilker, J. J.; Parkinson, B. W. (1994):** *Overview of GPS Operation and Design*. In: *Global Positioning System: Theory and Applications*, Vol. I, Editors: Parkinson and Spilker, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., pp. 29-56.
- STel (1996):** *STel Pseudolite Version 1.0 User's Guide*. Stanford Telecom, Reston, Virginia, March.
- Sutton, E. (1997):** *Optimal Search Space Identification for Instantaneous Integer Cycle Ambiguity Resolution*. Proc. ION GPS-97, Kansas City, Missouri, September 16-19, pp. 313-322.
- Taveira-Blomenhofer, E.; Hein, G. W. (1993):** *Investigations on Carrier-Phase Corrections for High-Precision DGPS Navigation*. Proc. ION GPS-93, Salt Lake City, Utah, September 21-23, pp. 1461-1468.
- Teunissen, P. J. G. (1994):** *A New Method for Fast Carrier Phase Ambiguity Estimation*. IEEE Position Location and Navigation Symposium (PLANS-94), Las Vegas, April.
- Teunissen, P. J. G. (1995):** *GPS Carrier Phase Ambiguity Fixing Concept*. Lecture Notes of International School, GPS for Geodesy, Chapter 8, Delft, March 26 – April 1.
- Teunissen, P. J. G.; Tiberius, C. (1994):** *Integer Least-Squares Estimation of the GPS Phase Ambiguities*. Proc. International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geo-

matics and Navigation (KIS 94), Department of Geomatics Engineering, The University of Calgary, pp. 221-231.

Teunissen, P. J. G.; de Jonge, P.; Tiberius, C. (1995): *The LAMBDA-Method for Fast GPS Surveying*. Proc. International Symposium GPS Technology Applications, Bucharest, September 26-29.

Teunissen, P. J. G.; Odijk, D. (1997): *Ambiguity Dilution of Precision: Definition, Properties and Application*. Proc. ION GPS-97, Kansas City, Missouri, September 16-19, pp. 891-899.

Texier, C.; Frayssinhes, E. (1996): *Scenario for a Gradual Build-Up of a Second Generation GNSS*. Proc. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 1473-1481.

Tiberius, C. C.; De Jonge, P. J. (1995): *Fast Positioning Using the LAMBDA-Method*. Proceedings of the 4th International Conference on Differential Satellite Navigation Systems, Paper No. 30, April 24-28, Bergen, Norway.

US Coast Guard, (1997a): <http://www.navcen.uscg.mil/gps/ggeninfo/global.htm>. World-Wide-Web.

US Coast Guard, (1997b): <http://www.navcen.uscg.mil/gps/archives/gpsdoc/IOCLTR.TXT>. World-Wide-Web.

Van Dierendonck, A. J.; Fenton, P.; Ford, T. (1992): *Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver*. Navigation, Journal of The Institute of Navigation, Vol. 39, No. 3, Fall, pp. 265-284.

Van Dierendonck, A. J. (1995): *GPS Receivers*. In: Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. I, Editors: Parkinson and Spilker, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., pp. 329-408.

Van Dierendonck, A. J. (1997): *Local Differential Tropospheric Delay Corrections*. RTCA SC159 Working Group 4A on Precision Approach.

Van Nee, R. D. J.; Siereveld, J.; Fenton, P. C.; Townsend, B. R. (1994): *The Multipath Estimating Delay Lock Loop: Approaching Theoretical Accuracy Limits*. IEEE Position, Location and Navigation Symposium, Las Vegas, Nevada, April 11-15.

Van Nee, R. D. J. (1993): *Spread spectrum code and carrier synchronization errors caused by multipath and interference*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol. 29, No. 4, October.

Van Nee, R. D. J. (1995): *Multipath and multi-transmitter interference in spread spectrum communication and navigation system*. Ph D. Thesis, University of Delft.

Wang, J.; Stewart, M.; Tsakiri, M. (1997): *A New Validation Test Procedure for Ambiguity Resolution On-The-Fly*. Proc. KIS-97, The University of Calgary, Banff, Canada, June 3-6.

- Werner, W. (1997):** *PHARAO V2.41 (Phase Ambiguity Resolution Applications On-The-Fly) User's and Developer's Guide*, Unveröffentlichte Technische Note im DARA Projekt: FKZ 50 Y1 9205/9: Entwicklung eines hochpräzisen DGPS/DGLONASS Navigationssystems im Zentimeterbereich, Institut für Erdmessung und Navigation (IfEN), Universität der Bundeswehr München.
- Werner, W.; Eissfeller, B.; Fu, Z.; Hein, G. W. (1998a):** *Performance of the TCAR Method in Multipath and Jamming Environments*. Proc. ION GPS-98, Nashville, Tennessee, September 15-18.
- Werner, W.; Eissfeller, B.; Fu, Z.; Hein, G. W. (1998b):** *Performance of the TCAR Method in Multipath and Jamming Environments*. Proc. GNSS-98, Toulouse, October 20-23.
- Windl, J. (1996):** *Vergleichende Untersuchung der Landesysteme ILS, MLS und D-GPS*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugführung, Technische Universität München, August.
- Wlaka, M. (1997):** *The European Contribution to GNSS 2, a Technical Concept*. DGON, Proc. GNSS 97, Munich, April 21-25.
- Wübbena, G.; Menge, F.; Schmitz, M.; Seeber, G.; Völksen, C. (1996):** *A New Approach for Field Calibration of Absolute Antenna Phase Center Variations*. ION GPS-96, Kansas City, Missouri, September 17-20, pp. 1205-1214.

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Erdmessung und Navigation (früher: Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie) der Universität der Bundeswehr München.

Mein Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. W. Hein, der durch seinen unermüdlichen Einsatz im Bereich moderner Satellitennavigation nicht nur dafür gesorgt hat, daß diese Arbeit ermöglicht wurde, sondern durch seine aktuellen Informationen auch permanent auf neuestem Forschungsstand blieb.

Besonderer Dank gilt PD Dr.-Ing. habil. Eissfeller, für seine ständige Diskussionsbereitschaft und ohne dessen Vorarbeit auf dem Gebiet der modernen Empfängertechnologie in Form der Habilitation die theoretische Untersuchung zum Pulsschema kaum möglich gewesen wäre.

Weiterhin danke ich allen Mitarbeitern, die mich durch fachliche Diskussionen oder anderweitig, beispielsweise in der Vorbereitung und Durchführung von Fahr- und Flugversuchen, unterstützt haben. Hierin eingeschlossen sind natürlich nicht nur die IfEN-Mitarbeiter, sondern ebenfalls die Mitarbeiter des Institutes für Flugführung der TU Braunschweig.

Fr. B. Jurditsch, der „Perle des Instituts“, gilt mein herzlicher Dank nicht nur für den Tee, der jeden Morgen bereitwillig gekocht wurde, sondern auch für die erheiternden Momente in einem manchmal grauen Arbeitsalltag. Auch das sehr kritische Korrekturlesen verdient Anerkennung und Dank.

Nicht zuletzt möchte ich der Deutschen Agentur für Raumfahrtangelegenheiten (DARA) danken, die das Entstehen dieser Arbeit durch Drittmittelfinanzierung überhaupt erst möglich gemacht hat.

Schriftenreihe des Studiengangs Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München

Bisher erschienene Hefte:

- 1/78 A. Schödlbauer: Curriculum für den wissenschaftlichen Studiengang Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München. 53 S.; DM 10,-; vergriffen
- 2/78 A. Chrzanowski and E. Dorrer (Eds.): Proceedings "Standards and Specifications for Integrated Surveying and Mapping Systems". Workshop held in Munich, 1 - 2 June 1977. 181 S.; DM 20,-
- 3/78 W. Caspary und A. Geiger: Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit elektronischer Neigungsmesser. 62 S.; DM 10,-
- 4/79 E. Baumann, W. Caspary, H. Dupraz, W. Niemeier, H. Pelzer, E. Kuntz, G. Schmitt, W. Welsch: Seminar über Deformationsanalysen. 106 S.; DM 15,-
- 5/81 K. Torlegård: Accuracy Improvement in Close Range Photogrammetry. 68 S.; DM 10,-
- 6/82 W. Caspary und W. Welsch (Hrsg.): Beiträge zur großräumigen Neutrassierung. 268 S.; DM 20,-
- 7/82 K. Borre and W. M. Welsch (Eds.): Proceedings „Survey Control Networks“. Meeting of FIG-Study Group 5B, Aalborg, 7 - 9 July 1982. 428 S.; DM 35,-
- 8/82 A. Geiger: Entwicklung und Erprobung eines Präzisionsneigungstisches zur Kalibrierung geodätischer Instrumente. 124 S.; DM 10,-
- 9/83 W. Welsch (Hrsg.): Deformationsanalysen '83. 336 S.; DM 25,-
- 10/84 W. Caspary, A. Schödlbauer und W. Welsch (Hrsg.): Beiträge aus dem Institut für Geodäsie. 241 S.; DM 20,-
- 11/84 W. Caspary und H. Heister (Hrsg.): Elektrooptische Präzisionsstreckenmessung. 268 S.; DM 20,-; vergriffen
- 12/84 P. Schwintzer: Analyse geodätisch gemessener Punktlageänderungen mit gemischten Modellen. 155 S.; DM 15,-
- 13/84 G. Oberholzer: Landespflege in der Flurbereinigung. 80 S.; DM 10,-
- 14/84 G. Neukum mit Beiträgen von G. Neugebauer: Fernerkundung der Planeten und kartographische Ergebnisse. 100 S.; DM 25,-
- 15/84 A. Schödlbauer und W. Welsch (Hrsg.): Satelliten-Doppler-Messungen. Beiträge zum Geodätischen Seminar 24./25. September 1984. 394 S.; DM 30,-
- 16/85 M. K. Szacherska, W. M. Welsch: Geodetic Education in Europe. 230 S.; DM 20,-; vergriffen
- 17/86 B. Eissfeller, G. W. Hein: A Contribution to 3d-Operational Geodesy, Part 4: The Observation Equations of Satellite Geodesy in the Model of Integrated Geodesy. 189 S.; DM 20,-
- 18/85 G. Oberholzer: Landespflege in der Flurbereinigung, Teil II. 114 S.; DM 12,-
- 19/86 H. Landau, B. Eissfeller and G. W. Hein: GPS Research 1985 at the Institute of Astronomical and Physical Geodesy. 210 S.; DM 20,-
- 20/85 W. Welsch and L. A. Lapine (Eds.): Proceedings „Inertial, Doppler and GPS Measurements for National and Engineering Surveys“. Joint Meeting of Study Groups 5B and 5C, July 1 - 3 1985; 2 Bände. 630 S.; DM 50,-
- 21/86 G. Oberholzer: Landespflege in der Flurbereinigung, Teil III. 97 S.; DM 12,-
- 22/87 W. Caspary, G. Hein, A. Schödlbauer (Hrsg.): Beiträge zur Inertialgeodäsie. Geodätisches Seminar 25./26. September 1986. 388 S.; DM 30,-
- 23/87 E. Dorrer und J. Peipe (Hrsg.): Motografie. Symposium 11./12. März 1986. 280 S.; DM 30,-
- 24/87 G. Neugebauer (Hrsg.): Brenta-Monographie - Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Hochgebirgskartographie. 188 S.; DM 30,-

- 25/87 A. Perelmutter: Beiträge zur Ausgleichung geodätischer Netze. 75 S.; DM 10,-
- 26/87 W. Ellmer: Untersuchung temperatur-induzierter Höhenänderungen eines Groß-turbinentisches. 105 S.; DM 12,-
- 27/87 H. Heister: Zur automatischen Kalibrierung geodätischer Längenmeßinstrumente. 210 S.; DM 20,-
- 28/87 E. H. Paßberger: Systemstudie zur Sicherung ökologischer Vorrangflächen mittels Bodenordnung in Bayern. 183 S.; DM 20,-
- 29/87 H. Glasmacher: Die Gaußsche Ellipsoid-Abbildung mit komplexer Arithmetik und numerischen Näherungsverfahren. 121 S.; DM 13,-
- 30/87 Y. Zhang: Beiträge zum Entwurf von optimalen Beobachtungsplänen für tektonische Überwachungsnetze. 145 S.; DM 15,-
- 31/88 W. Lechner: Untersuchung einer kreiselorientierten Landfahrzeug-Navigationsanlage im Hinblick auf geodätische Anwendungen und Möglichkeiten der Höhenübertragung. 159 S.; DM 15,-
- 32/88 R. König: Zur Fehlertheorie und Ausgleichung inertialer Positionsbestimmungen. 138 S.; DM 15,-
- 33/88 H. Borutta: Robuste Schätzverfahren für geodätische Anwendungen. 158 S.; DM 15,-
- 34/88 H. Landau, K. Hehl, B. Eissfeller, G. W. Hein, I. W. Reilly: Operational Geodesy Software Packages. 323 S.; DM 30,-
- 35/88 G. Oberholzer, E. Paßberger: Landespflege in der Flurbereinigung, Teil IV. 149 S.; DM 15,-
- 36/88 H. Landau: Zur Nutzung des Global Positioning Systems in Geodäsie und Geodynamik: Modellbildung, Softwareentwicklung und Analyse. 284 S.; DM 28,-
- 37/88 B. Eissfeller: Analyse einer geodätischen raumstabilisierten Inertialplattform und Integration mit GPS. 321 S.; DM 32,-
- 38/89 A. Schödlbauer (Hrsg.): Moderne Verfahren der Landesvermessung. Beiträge zum 22. DVW-Seminar 12.-14. April 1989. Teil I: Global Positioning System. 354 S.; Teil II: Nivellement, Vermessungskreisel. 194 S.; DM 50,-
- 39/89 N. Kersting, W. Welsch (Hrsg.): Rezente Krustenbewegungen. Seminar 08./09. Juni 1989. 303 S.; DM 30,-
- 40/89 G. Oberholzer: Ländliche Kulturgeschichte und Landentwicklung. 210 S.; DM 20,-
- 41/90 G. W. Hein, K. Hehl, B. Eissfeller, M. Ertel, W. Jacoby, D. Czerek: On Gravity Prediction Using Density and Seismic Data. 148 S.; DM 15,-
- 42/92 N. Kersting: Zur Analyse rezenter Krustenbewegungen bei Vorliegen seismotektonischer Dislokationen. 246 S.; DM 25,-
- 43/92 K. Hehl: Bestimmung von Beschleunigungen auf einem Träger durch GPS und digitale Filterung. 215 S.; DM 20,-
- 44/92 W. Oswald: Zur kombinierten Ausgleichung heterogener Beobachtungen in hybriden Netzen. 128 S.; DM 13,-
- 45/93 Institut für Geodäsie (Hrsg.): Das Global Positioning System im praktischen Einsatz der Landes- und Ingenieurvermessung. Beiträge zum Geodätischen Seminar 12.-14. Mai 1993. 314 S.; DM 30,-
- 46/94 K. Brunner und J. Peipe (Hrsg.): Festschrift für Prof. Dr.-Ing. Egon Dorrer zum 60. Geburtstag. 254 S.; DM 20,-
- 47/94 K.-H. Thiemann: Die Renaturierung strukturarmer Intensivagrargebiete in der Flurbereinigung aus ökologischer und rechtlicher Sicht. Band 1: Kapitel 1-3, 420 S.; Band 2: Kapitel 4-5, 220 S.; DM 50,-
- 48/94 Chr. Schwiertz: Experimente zur GPS-gestützten Aerotriangulation unter besonderer Berücksichtigung systematischer Einflüsse. 189 S.; DM 20,-
- 49/95 R. Scheuring: Zur Qualität der Basisdaten von Landinformationssystemen. 122 S.; DM 20,-
- 50/97 W. M. Welsch, M. Lang, M. M. Miller (Eds.): Geodetic Activities Juneau Icefield, Alaska, 1981 - 1996. 268 S.; DM 28,-
- 51/96 H. Blumenhofer: Untersuchungen zu hochpräzisen kinematischen DGPS-Echtzeitverfahren mit besonderer Berücksichtigung atmosphärischer Fehlereinflüsse. 166 S.; DM 20,-
- 52/97 J. G. Wang: Filtermethoden zur fehler-toleranten kinematischen Positionsbestimmung. 137 S.; DM 15,-

- 53/96 G. Chen: Robuste Verfahren zur Analyse linearer stochastischer Prozesse im Zeitbereich. 126 S.; DM 15,--
- 54/97 J. Dold: Ein hybrides photogrammetrisches Industriemeßsystem höchster Genauigkeit und seine Überprüfung. 137 S.; DM 15,--
- 55/97 B. Eissfeller: Ein dynamisches Fehlermodell für GPS Autokorrelationsempfänger. 193 S.; DM 20,--
- 56/97 T. Sutor: Robuste Verfahren zur Analyse linearer stochastischer Prozesse im Spektralbereich.
- 57/97 G. Oberholzer: Ländliche Kulturgeschichte und Landentwicklung, Teil II. 183 S.; DM 20,--
- 58/97 D. Zhong: Datumsprobleme und stochastische Aspekte beim GPS-Nivellement für lokale Ingenieurnetze. 160 S.; DM 16,--
- 59/97 T. Jiang: Digitale Bildzuordnung mittels Wavelet-Transformation. 133 S.; DM 15,--
- 60/— Institut für Geodäsie (Hrsg.): Festschrift zur 25-Jahr-Feier. (in Vorbereitung)
- 61/98 T. Cui: Generierung hochwertiger Digitaler Geländemodelle aus analogen Karten mittels Mathematischer Morphologie. 186 S.; DM 20,--
- 62/99 K. Brunner, W. M. Welsch (Hrsg.): Hochgebirgs- und Gletscherforschung. Zum 100. Geburtstag von Richard Finsterwalder. 113 S.; DM 9,80
- 63/99 C. Fosu: Astrogeodetic Levelling by the Combination of GPS and CCD Zenith Camera. 155 S.; DM 15,--
- 64/99 W. Werner: Entwicklung eines hochpräzisen DGPS-DGLONASS Navigationssystems unter besonderer Berücksichtigung von Pseudolites. 236 S.; DM 20,--